

竖壁膜状凝结扩展方程理论研究

葛海燕¹, 顾艳², 范铭³

(1. 南京航空航天大学 105 教研室, 南京, 210016; 2. 南京工程学院, 南京, 210013)

(3. 东南大学动力工程系, 南京, 210096)

[摘要] 在用边界层理论研究竖壁膜状凝结理论时, 发现中小雷诺数下以及凝结前沿区误差较大. 为了解决这个问题, 提出了扩展方程理论, 并用于求解竖壁上的膜状凝结问题, 得到了相应的控制方程组和换热准则, 再与实验值和经验公式相比较, 可见本方程得到的曲线与实验曲线非常吻合. 通过对扩展方程和热边界层方程无因次形式的分析比较, 得出他们之间的联系.

[关键词] 竖壁; 膜状凝结; 扩展方程

[中图分类号]TK121; [文献标识码]A; [文章编号]1008-1925(2001)001-0040-04

支配流体运动的 Navier-Stokes 方程是粘性流体力学的基础, 属非线性偏微分方程, 精确求解它将会遇到难以克服的数学困难. 其精确值是十分罕见的, 通常还是近似解. 因此对 N-S 方程进行近似处理是流体力学重要的研究课题之一.

边界层理论所做的近似处理使它的适用范围受到限制, 在前沿区以及在中小雷诺数粘性流动中, 它就显得无能为力了. 本文将对边界层理论所做的近似处理进行深入分析, 并提出新的近似方法, 力求拓宽近似方程的适用范围.

1 建立扩展方程的机理

对 N-S 方程所作的近似假设皆会产生误差, 而保证 N-S 方程在边界上的平衡关系式是近似处理的追求. 壁面阻力特性参数是重要计算课题之一. 所以, 保证 N-S 方程在壁面上的力的平衡关系式不被破坏是至关重要的. 本文就是基于这个原理建立的.

现在以定常平面流动为例来分析边界层理论方程. 对比边界层方程与 N-S 方程, 边界层方程所作的近似假设为:

$$\begin{cases} \frac{p}{y} = 0 \\ \frac{u^2}{x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

首先分析边界层理论所作的第一个近似假设的合理性. 在壁面上, N-S 方程在 y 方向上分力的平衡关系式为:

$$\left(\frac{p}{y} \right)_0 = - \frac{1}{x} \left(\frac{u^2}{y} \right)_0 \quad (2)$$

在一般的粘性流动中壁面阻力 $\tau_w = (\mu / y)_0$, 不是常数, 而是 x 的强函数, 即 $(p / y)_0$

收稿日期: 2000-09-10

作者简介: 葛海燕, 1971-, 女, 硕士. 南京航空航天大学讲师, 主要从事制冷空调方面的研究.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

0. 这表明, 边界层所作的 $p/\gamma = 0$ 的近似, 破坏了 N - S 方程在壁面边界 y 方向上的分力平衡关系式, 这是壁面特性参数计算误差增大的重要原因之一。

现假设: 静压力在 y 方向上的分力 p/γ 取决于粘性力在 y 方向的主分力 $\frac{2}{3}v/\gamma^2$ 的大小, 其数学表达式为:

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\frac{2}{3}v}{\gamma^2} \quad (3)$$

$$\text{即得到扩展方程: } \begin{cases} \frac{u}{x} + \frac{v}{y} = 0 \\ u \frac{u}{x} + v \frac{u}{y} = -\frac{1}{\gamma} \frac{p}{x} + v \frac{\frac{2}{3}u}{\gamma^2} + v \frac{\frac{2}{3}u}{x^2} \\ \frac{p}{\gamma} = \frac{\frac{2}{3}v}{\gamma^2} \end{cases} \quad (4)$$

扩展方程与 N - S 方程相比, 在 x 方向上的分力平衡关系式未作任何简化, 仅在 y 方向上的分力平衡关系式中舍去了惯性力和粘性力 $\frac{2}{3}v/\gamma^2$ 的作用, 这虽会产生计算误差但假设保证了在边界上与 N - S 方程相一致的力平衡关系式。所以, 对 N - S 方程所作的假设是行之有效的近似方法。

2 竖壁膜状凝结扩展方程组

静止饱和蒸汽在长度为 l , 恒定温度为 t_w (且低于对应压力下的饱和蒸汽温度 t_s) 的竖壁上凝结成膜。以蒸汽开始凝结的起点为坐标系的零点, 沿竖壁向下的方向为 x 轴方向, 水平方向为 y 轴。冷凝液膜为一薄层, 满足边界层理论的应用前提, 作为液相区考虑。在冷凝液膜外, 蒸汽从静止状态加速到汽液相界面速度, 作为汽相区考虑。其中, 汽液界面以 S 表示, 汽相区的外界面以 E 表示, 下标 1 表示液相区, 下标 2 表示汽相区。得扩展方程组为:

$$\begin{cases} \frac{u_{1,2}}{x} + \frac{v_{1,2}}{y} = 0 \\ u_{1,2} \frac{u_{1,2}}{x} + v_{1,2} \frac{u_{1,2}}{y} = -\frac{1}{\gamma_{1,2}} \frac{p}{x} + v_{1,2} \left(\frac{\frac{2}{3}u_{1,2}}{x^2} + \frac{\frac{2}{3}u_{1,2}}{y^2} \right) + g \\ 0 = -\frac{1}{\gamma_{1,2}} \frac{p}{y} + v_{1,2} \left(\frac{\frac{2}{3}u_{1,2}}{y^2} \right) \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{边界条件为: } \begin{cases} y = 0 & u_1 = v_1 = 0 \\ y = s & u_{1s} = u_{2s} \\ y = y_s & u_2 = u_{2s} = u_{1s} & v_2 = v_{2s} & p_2 = p_{2s} \\ y = y_E & u_2 = u_{2E} = 0 & \left(\frac{u_2}{y} \right)_E = 0 \end{cases} \quad (6)$$

能量守恒方程为:

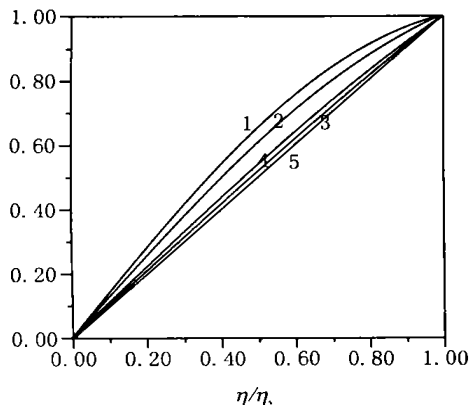
$$u_1 \frac{t_1}{x} + v_1 \frac{t_1}{y} = \frac{k_1}{1Cp_1} \left(\frac{\frac{2}{3}t_1}{x^2} + \frac{\frac{2}{3}t_1}{y^2} \right) \quad (7)$$

2 竖壁膜状凝结扩展方程结果分析

2.1 无因次流场、温度场分布

在不同的 Ja ($Ja = RePr/Nu$) 数下, 温度场分布不同, 如图 1 所示。由图中可以看出, Ja 数越大, 其温度场曲线越是弯曲, 其平均 $\theta = (t - t_w)/(t_s - t_w)$ 越大。也就是与壁面温差大, 其

传热越好. 只有当 $Ja = 0$ 时, 其温差场为直线. 也就是说, $Ja = 0$ 的情况, 扩展方程与努谢尔特解保持一致.



1 - $Ja = 10.0$ 2 - $Ja = 4.0$ 3 - $Ja = 2.0$ 4 - $Ja = 1.0$ 5 - $Ja = 0.5$

图1 不同 Ja 数下竖壁膜状凝结扩展方程温度场

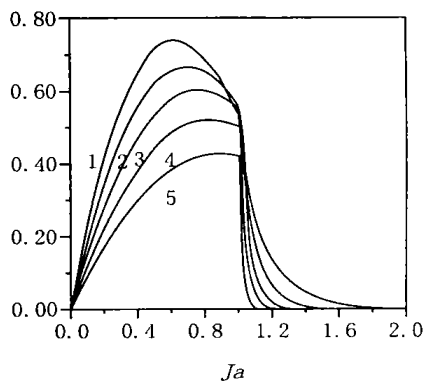


图2 不同 Ja 数下无量纲流场

图2 是不同 Ja 数下无量纲流场的分布情况. 由图中可见, 无量纲流场为下凹型抛物线. 扩展方程计算得出的无因次流场和温度场曲线图与由边界层方程计算的结果曲线图相比, 从图形上看是一致的. 当在中小雷诺数时, 其结果有一定的差别. 如图3所示.

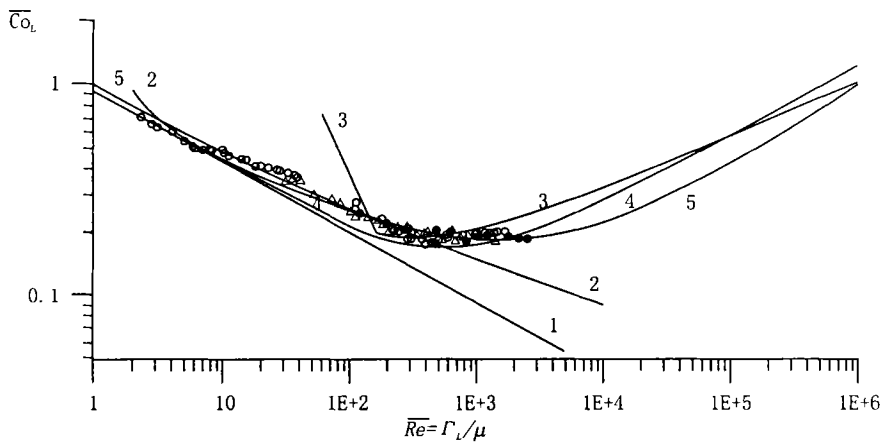


图3 水蒸汽竖壁膜状凝结准则特性曲线

- 1 - $\overline{Co}_{LW} = A * (4 \overline{Re}_L)^{-1/5}$; $A = (4/3)^{4/3}$; (Nusselt);
 - 2 - $\overline{Co}_{LX} = 4 \overline{Re}_L / [1.08(4 \overline{Re}_L)^{1.22} - 5.2]$; (Kutateladze S.S.);
 - 3 - $\overline{Co}_{LL} = 4 \overline{Re}_L / [8750 + 58 * Pr^{0.5} (4 \overline{Re}_L)^{0.75} - 253]$; (water, $Pr = 1.75$); (Labuntsov D. A.);
 - 4 - $\overline{Co}_{LB} = a * A * (4 \overline{Re}_L)^{-1/3} (1 + E)$; (B.L.);
 - 5 - $\overline{Co}_{LP} = a * a_p * A (4 \overline{Re}_L)^{-1/5} (1 + E_p)$; (P.B.L.);
- $E = [(1 + p)^{1/2} - 1] / 2$; $p = b * a^{-2} * Pr * A^{-1} Ca_L^{-1/3} \overline{Re}_L^{4/3}$; $a = 0.985$; $b = 0.091$; $Pr = 1.75$;
 $E_p = [(1 + p_p)^{1/2} - 1] / 2$; $p_p = p / a_p$; $a_p = (m_p)^{4/3}$; $m_p = e * (1 + e_p)$; $e = (1 - \bar{x}_0^{3/4}) / (1 - \bar{x}_0)$;
 $e_p = c_1 * F_0^{2*} (\bar{x}_0)^{-3/4}$; $c_1 = 0.046$; $\bar{x}_0 = 1e - 8$; $F_0 = (Nu_L * Ca_L / \overline{Re}_L)^{1/4}$; $Ca_L = 1e + 10$; $Pr = 1.75$.
 —Kutateladze, S.S.; —Chen, J.; —Gregorig, R.; (water, $Pr = 1.75$).

2.2 准则方程与实验数据的比较

图3中的曲线5表示的是由扩展方程计算得出的准则公式, 而曲线4是由边界层方程计算得出的准则方程. 在小雷诺数时, 曲线5比曲线4略高, 且更接近于实验值. 这正是增加的一项 E_p 的结果 (E_p 的推导见后面扩展方程与边界层方程的关系的推导部分).

2.3 扩展方程与边界层方程之间的联系

边界层扩展方程局部凝结准则关系为:

$$\begin{cases} Nu_x = \frac{a}{2} (1 + E_p) Ga_x^{\frac{1}{3}} Re_x^{-\frac{1}{3}} \left[1 + (1 + E)^{\frac{1}{2}} \right] \\ E = \frac{b}{a^2} Pr (1 + E_p)^{-1} Ga_x^{\frac{1}{3}} Re_x^{-\frac{1}{3}} = A_2 (1 + E_p)^{-1} = E (1 + E_p)^{-1} \\ E_p = C_1 (F + C_2)^{-2} \\ F = (kj Ga_x) / 4 \end{cases} \quad (8)$$

$$(1) \text{ 当 } F \rightarrow 0 \text{ 时: } Nu_x = \frac{a}{2} Ga_x^{\frac{1}{3}} Re_x^{-\frac{1}{3}} \left[1 + (1 + E)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (9)$$

这正是边界层方程.

$$(2) \text{ 当 } F \rightarrow \infty \text{ 时: } Nu_x = \frac{a}{2} Ga_x^{\frac{1}{3}} Re_x^{-\frac{1}{3}} (E_p + 1) \left[1 + (1 + E)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (10)$$

$$(3) \text{ 当 } F = 0 \text{ 时: } Nu_x = 2A_{10} \left[1 + \bar{E}_p \right] = 2A_{10} \left[\bar{c}_1 \bar{c}_2^{-2} \right] = a Ga_x^{\frac{1}{3}} Re_x^{-\frac{1}{3}} \left[\bar{c}_1 \bar{c}_2^{-2} \right] \quad (11)$$

$$(4) \text{ 当 } F = 10 \text{ 时: } Nu_x = A_{10} \left[1 + (1 + E)^{\frac{1}{2}} \right] (Nu_N)_x \quad (12)$$

显然, 当 $F \rightarrow 10$ 时, $\frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$ 故可视为进入边界层理论解区域(局部值); 在 $F < 10$ 区域内, Nu_x 将随着 $F \rightarrow 0$ 而增大, 直到 $F = 0$ 时:

$$Nu_x = (Nu_N)_x a (\bar{c}_1 \bar{c}_2^{-2}) = 6.84 * 10^4 a (Nu_N)_x \quad (13)$$

$$\text{其达到最大值 } Nu_x / (Nu_N)_x = a (\bar{c}_1 \bar{c}_2^{-2}) = 6.84 * 10^4 a \quad (14)$$

[参考文献]

- [1] 杨世铭. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1991. 173~223
- [2] Cole R. Boiling Nucleation Advance in Heat Transfer. Academic Press, Inc, 1974, 10
- [3] E U 施林德尔. 换热器设计手册(第三卷): 流体力学与传热学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989

Theory Research in Film Condensation on Vertical Plate

Ge Haiyan¹, Gu Yan², Fan Ming³

(1. Nanjing University of Aeronautics And Astronautics, Nanjing, 210016, PRC)

(2. Nanjing Engineering College, Nanjing, 210013, PRC)

(3. Southeast University, Nanjing, 210096, PRC)

Abstract: When the boundary layer theory is used to study the film condensation on the vertical plate, the error was found much bigger in the case of middle or small figures of Re or on the front of the condensation field. To solve the problem, the theory of expanded equation was put forward to solve the problem of the film condensation on the vertical plate, with the corresponding control equation and heat transfer standard obtained. The comparison between the experimental value and the practical equation was made. By comparison and analysis, the relationship between the expanded equation and the heat boundary equation has been determined.

Key words: vertical plate; film condensation; expanded equation

[责任编辑: 刘健]