

基于最少拍的一种解耦控制系统与仿真^{*}

李俊, 薄翠梅, 张 , 林锦国

(南京化工大学信息科学与工程学院, 南京, 210009)

[摘要] 介绍了运用输入变换与状态反馈方法而实现的一种多变量解耦控制系统, 并基于最少拍的方式实现了系统最优时间控制, 最后对所设计的系统进行了仿真研究.

[关键词] 状态反馈; 解耦控制; 最少拍

[中图分类号] TL631.2⁺ 4; [文献标识码] A; [文章编号] 1008- 1925(2001) 02- 0049- 05

0 引言

在受控核聚变装置超导托克马克中, 其极向场是由六组平衡超导线圈构成, 它担负着等离子体位形及各种不同运行模式下的等离子体的产生、加热、平衡与控制任务^[1]. 同时它也是等离子体位形与平衡控制的重要手段. 等离子体相当于一个短路环, 由于线圈相互之间存在着较强的耦合, 在实际运行中会给控制带来不便, 为此本文针对简化的系统, 推导出基于状态反馈和输入变换而实现的解耦模型, 并对此设计出基于最少拍实现的控制系统, 最后对此系统进行了仿真.

1 数学模型的建立

在受控核聚变超导托克马克装置中, 其极向场可简化为如图1所示的系统模型.

图中, $L_1, L_2 \dots L_6$ 表示各组超导线圈自感, L_P 表示等离子体环自感, $r_1, r_2 \dots r_6$ 表示超导线圈回路电阻, r_P 表示等离子体环等效电阻, 由于 $L_1, L_2 \dots L_6, L_P$ 两两之间存在互感, 用 M_{jk} 表示线圈 j 和 k 之间的互感, 用 M_{Pk} 表示等离子体环和线圈 k 之间的互感, 则系统的数学模型为:

$$M_C = \frac{dI}{dt} + R_C I + M_P^T \frac{di_P}{dt} = U \quad (1)$$

$$L_P = \frac{di_P}{dt} + r_P i_P = - M_P \frac{dI}{dt} \quad (2)$$

式中: $U = [u_1, u_2, \dots, u_6]^T$ —— 各线圈控制电压;

$I = [i_1, i_2, \dots, i_6]^T$ —— 各线圈中的电流.

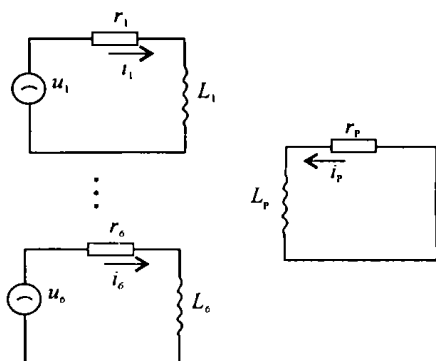


图1 系统简化模型

* 收稿日期: 2001- 01- 08

作者简介: 李俊, 1972-, 南京化工大学信息科学与工程学院助理工程师, 硕士, 主要从事解耦控制及智能仪表的研究.

通讯联系人: 林锦国, 1957-, 南京化工大学信息科学与工程学院副教授, 主要从事智能仪表、系统优化与控制等方面的研究.

$$\frac{dI}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{di_1}{dt} & \frac{di_2}{dt} & \cdots & \frac{di_6}{dt} \end{bmatrix}^T$$

$$R_C = \begin{bmatrix} r_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & r_6 \end{bmatrix}, \quad M_C = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & \cdots & M_{16} \\ M_{21} & L_2 & \cdots & M_{26} \\ & & \ddots & \\ M_{61} & M_{62} & \cdots & L_6 \end{bmatrix}$$

$$M_P = [M_{P1}, M_{P2}, \dots, M_{P6}]$$

式中: $M_{jk} = M_{kj}$

这里实际运行参数分别为:

$$M_P = [0.001 \quad 0.0001 \quad 0.0001 \quad 0.0002 \quad 0.0002 \quad 0.0001] \quad (H)$$

$$R_C = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 1, 1\} \times 10^{-3} (\Omega)$$

$$M_C = \begin{bmatrix} 0.0795 & 0.0303 & 0.0113 & 0.0140 & 0.0067 & 0.0041 \\ 0.0303 & 0.0605 & 0.0242 & 0.0191 & 0.0068 & 0.0040 \\ 0.0113 & 0.0242 & 0.0580 & 0.0324 & 0.0070 & 0.0037 \\ 0.0140 & 0.0191 & 0.0324 & 0.4381 & 0.0385 & 0.0165 \\ 0.0067 & 0.0068 & 0.0070 & 0.0385 & 0.1466 & 0.0302 \\ 0.0041 & 0.0040 & 0.0037 & 0.0165 & 0.0302 & 0.0418 \end{bmatrix} \quad (H)$$

$$r_P = 2 \times 10^{-7} (\Omega), L_P = 5 \times 10^{-6} (H)$$

根据拉普拉斯变换,得系统传递函数 $H(S)$

$$H(S) = \frac{L[I]}{L[U]} = \frac{L_P S + r_P}{(L_P M_C - M_P^T M_P) S^2 + (r_P M_C + L_P R_C) S + r_P R_C} \quad (3)$$

由此给出系统状态方程:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (4)$$

$$Y = CX$$

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} \\ - (L_P M_C - M_P^T M_P)^{-1} r_P R_C & - (L_P M_C - M_P^T M_P)^{-1} (r_P M_C + L_P R_C) \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ (L_P M_C - M_P^T M_P)^{-1} \end{bmatrix}$$

$$C = [r_P \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad L_P \mathbf{I}_{6 \times 6}]$$

式中: U, Y 即为方程 (1), (2) 中的 U 和 I .

2 系统分析^{[2][3]}与解耦^[4]

对式(4)所表示的受控系统 $\Sigma_0 = (A, B, C)$, 系统渐进稳定的充要条件是矩阵 A 的特征值均在左半平面. 因此, 对系统 Σ_0 稳定性的判断, 可归结为计算矩阵 A 的特征值. 由于受控系统的 $\lambda(A) < 0$, 因而系统是渐进稳定的.

系统 (A, B, C) 的能控性矩阵 $N_C = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]$, 能观性矩阵 $N_O = [C, CA, \dots, CA^{n-1}]^T$, 计算得:

$$\text{rank}(N_C) = 12, \text{rank}(N_O) = 12, \text{故系统是既可控又可观的.}$$

用零阶保持器法对式(4)作离散化处理, 得:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= P_1 X_k + Q_1 U_k \\ Y_k &= C X_k \end{aligned} \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} X_k &= [X]_{t=kT}, \quad U_k = [U]_{t=kT}, \quad Y_k = [Y]_{t=kT} \\ P_1 &= e^{AT} \\ Q &= \int_0^T e^{A_t} dt \quad B \end{aligned}$$

其中, T 为采样周期.

按照性能指标解耦的要求, 对离散的系统(5), 引入解耦矩阵(F, G), 也即:

$$U_k = F X_k + G V_k \quad (6)$$

其中 V_k 是一个新的输入矢量, 这样可得一个新的离散的状态方程:

$$X_{k+1} = (P_1 + Q_1 F) X_k + Q_1 G V_k \quad (7)$$

这里, 首先建立目标传递函数, 再反推解耦控制矩阵. 因为未来希望通过消除线圈之间的互感来实现解耦, 因此用 M_C, M_P 分别代替 A, B 矩阵中的 M_C 和 $M_P^T M_P$, 得到 \bar{A}, \bar{B} , 其中:

$$M_C = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & & \\ & L_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & L_6 \end{bmatrix} \quad M_P = \begin{bmatrix} M_{P1}^2 & & 0 \\ & M_{P2}^2 & \\ & 0 & M_{P6}^2 \end{bmatrix}$$

这样解耦后的系统状态方程为:

$$X_{k+1} = P_2 X_k + Q_2 V_k \quad (8)$$

P_2, Q_2 是由 \bar{A}, \bar{B} 离散后得到的系数矩阵, 联立(7)、(8), 可得解耦矩阵为:

$$\begin{aligned} F &= (Q_1^T Q)^{-1} Q_1^T (P_2 - P_1) \\ G &= (Q_1^T Q)^{-1} Q_1^T Q_2 \end{aligned}$$

3 最小拍控制算法分析

对于解耦后的系统模型(8), 现设计一个最小拍控制器. 在方程(8)中, P_2, Q_2 分别是 12×12 和 12×6 的矩阵, 可以证明:

$$\min\{j: \text{rank}[Q_2, P_2 Q_2 \dots P_2^{j-1} Q_2] = 12\} = 2$$

因此, 在两个采样周期之后, 可达到对参考信号的完全跟踪.

但是就本系统而言, 在响应过程中可能会出现大的电流超调, 因此这里采用近似的最小拍控制算法. 一般来说 $M_{P6}^2 \ll L_P L_k$, 这样可以将解耦后的系统传递函数近似化为:

$$H(s) = \frac{1}{M_{C0} s + R_C}$$

这样又可得一个近似的离散状态方程:

$$X_{k+1} = P_a X_k + Q_a V_k \quad (9)$$

$$Y_k = X_k \quad (10)$$

式中: $P_a = \exp(-M_{C0}^{-1} R_C T)$, $Q_a = \{\exp(-M_{C0}^{-1} R_C T) - I\}(-M_{C0}^{-1} R_C)^{-1} M_{C0}^{-1}$

将方程(9)中的 X_k, X_{k+1} 分别以 Y_k, Y_{k+1} 代替得:

$$Y_{k+1} = P_a Y_k + Q_a V_k \quad (11)$$

对方程(6), V_k 由下式给出:

$$V_k = D(LY_{k0} - Y_k) \quad (12)$$

式中 Y_{k0} 是 Y_k 的参考输入, D, L 分别为最小拍控制矩阵, 为了实现 $Y_{k+1} = Y_r$, 联立方程(11)(12)可得:

$$D = Q_a^{-1} P_a \quad L = P_a^{-1}$$

从而解出了最小拍控制算法.

4 系统仿真

根据上面的分析结果, 在分别给定斜坡信号与加速度信号的参考输入下对系统进行了仿真($T = 1.2\text{ms}$)(其中给出的是四号超导线圈仿真波形图). 此时的参考输入, 仿真算法框图如图 2 所示, 仿真波形如图 3、图 4 所示.

由仿真结果可以看出, 系统具有较好的解耦性和快速性. 因此通过消除线圈之间的互感来达到解耦目的的这种控制策略及利用状态反馈而

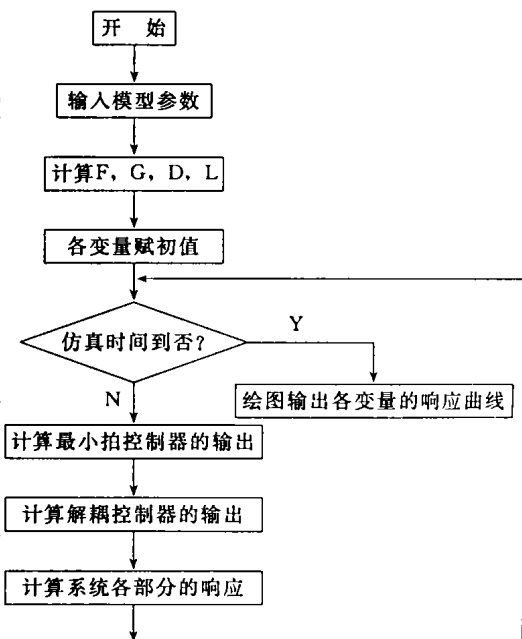


图 2 仿真程序框图

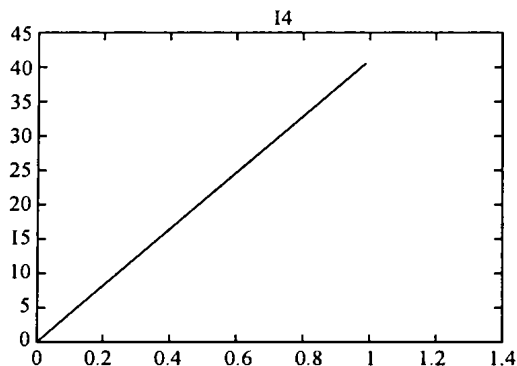


图 3 给定输入 $I_{r4} = 40t$ 的仿真波形

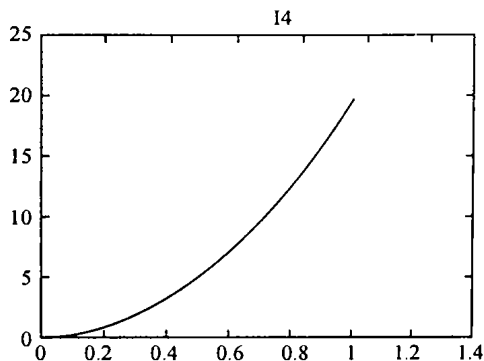


图 4 给定输入 $I_{r4} = 20t^2$ 的仿真波形

实现的这一方式是可行的. 为了达到控制精度高、响应速度快的要求, 我们采用了一种近似的最小拍控制算法, 不断地对给定信号与输出信号之间的偏差进行调节, 仿真结果表明, 采用这种最小拍控制同解耦控制相结合的控制算法, 系统可以实现良好的解耦效果和快速响应的特性.

[参考文献]

- [1] 朱士尧. 核聚变原理[M]. 安徽: 中国科学技术大学出版社, 1993
- [2] 高黛陵, 吴麒. 多变量频域控制理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998
- [3] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999
- [4] M Kikuchi. A matrix transfer function analysis applied to the active feedback control system of a divertor tokamak[J]. Nuclear Fusion, 1987, 127(2)

Decoupling Control System and Simulation Based on Dead-beat Control

Li Jun, Bo Cuimei, Zhang Shi, Lin Jinguo

(College of Information Science and Engineering, Nanjing University of Chemical Technology, Nanjing, 210009, PRC)

Abstract: It was introduced in this paper a multi-variable decoupling control system realized by input transfer and state feedback. The optimal time control system was achieved based on dead-beat control. Analysis and simulation were conducted for the designed system.

Key words: State feedback, decoupling control, dead-beat control

[责任编辑: 刘健]

(上接第 35 页)

[参考文献]

- [1] 吴培稚, 牟其铎, 朱文林, 等. 现代软件技术概述[M]. 北京: 测绘出版社, 1996
- [2] 美国 RGL 公司北京办事处. AVS/Express 高级可视化系统
- [3] Advanced Visual Systems Inc. Using AVS/Express

The Application of 3D Visualization Integration Technique in the Study of Groundwater

Chen Yongkang, Huang Jiazhu, Lu Guonian

(College of geographic science, Nanjing Normal University, Nanjing, 210097, PRC)

Abstract: This article presents the importance of the visual expression and brings forth an integrative way to get visualization in the study of groundwater. After analysing the visualization characters and data structures of the AVS the author put an example into practice and achieved the integration of visualization functions and groundwater model.

Key words: Advanced Visualization System, Integration, Groundwater Model

[责任编辑: 严海琳]