

多个散射体散射分析的 RATMA 法^{*}

程堂柏, 周建江, 虞震东, 舒永泽

(南京航空航天大学信息学院, 210016, 南京)

[摘要] 介绍了一种新型的电磁散射算法—RATMA法, 并给出了详细推导, 最后给出计算实例。推导和计算实例表明: 此种算法是精确的和高效的, 它在计算速度和存储量上明显优于传统矩量法, 因而可用于计算电大尺寸物体, 并可同时计算多个物体的电磁散射。

[关键词] 相加定理, RATMA法, 电大尺寸

[中图分类号] O441; [文献标识码] A; [文章编号] 1672-1292(2002)03-0007-04

0 引言

解决电磁散射问题有两种主要途径, 一种是通过微分方程, 另一种是通过积分方程。电磁散射积分方程算法同相应微分方程算法相比因其求解区域降了一维和自动满足辐射条件而受到重视^[1]。传统的积分方程数值计算算法如矩量法, 将区域离散化后, 形成的是满矩阵表示的代数方程组, 此种算法求代数方程组有 N^3 运算量和 N^2 存储量, 鉴于目前计算机资源, 这样规模的计算无法用于电大尺寸实际目标的电磁特性分析。所以当前电大尺寸物体的散射预估中广泛采用渐近法如 GO法、PO法、GTO法等^[2], 但这些算法理论建模粗糙、计算精度太低。

近十年来, 国内有关研究电大尺寸散射问题已取得较大进展。当今比较流行的有: 香港城市大学和东南大学毫米波重点实验室研究 MEI(不变性测试方程)法, 并在此基础上推出了 MEI系数快速算法, Fast-MEI法、迭代 MEI法、MEI-FD法等; 另外还有 IPO-MOM法; CGM-FFT法; 多层快速多极子算法。这些算法能够用于电大尺寸电磁散射的计算, 但不能用于计算多个散射体的散射(迭代 MEI法除外, 它可用于计算多个柱体的散射), 本文采用了新型算法: RATMA法(Recursive aggregate T-matrix Algorithm)。

1 算法推导

推导 RATMA 法的方法很多, 而本文从电场的体积分方程出发, 首先把体积分方程离散化, 接着推出了 RIMA 法, 最后通过 RIMA 法推出了 RATMA 法的计算公式。

1.1 体积分方程的离散

矢量电磁波体积分方程可表示为^[3]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{\text{inc}}(\vec{r}) + \int_V d\vec{r}' k_0^2 [\epsilon_r(\vec{r}') - 1] \overline{\vec{G}_0(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}')} \quad (1)$$

(1) 式中 $\overline{\vec{G}_0(\vec{r} - \vec{r}')}$ 是并矢格林函数(本文中符号上方出现“=”表示并矢)处理(1)式通常作法是把散

* 收稿日期: 2002-01-11。

基金项目: 国防预研基金“十五”计划。

作者简介: 程堂柏, 1975-, 南京航空航天大学博士研究生, 主要研究雷达目标特征分析与控制。

射体离散成 N 个不连续的小块, 对这些小块求和来近似代替积分. 这样做的物理意义是相当于把这个散射体分成 N 个小的散射体. 因此非均匀体的体散射相当于 N 个小散射体的多极子散射. 故:

$$\vec{E}_{\text{scat}}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i) \cdot \vec{b}_i \quad (2)$$

其中 $\vec{r}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$, $\overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i)$ 为并矢量^[4] (在三维它含有球谐函数, 在二维它含有柱面谐函数), b_i 包含的未知量可通过在所有 N 个小散射体上加边界条件求得. 在二维假定与时间的关系为 $e^{-i\omega t}$, 则 $\overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i)$ 第 m 个元素是: $[\Psi(k_0, \vec{r}_i)]_m = H_m^{(1)}(k_0, \rho_0) e^{im\Phi_0}$, $m = -L, \dots, L$. (2) 式表示的为散射体上的感应电流产生的总散射场, 因此入射场也可表示为 $\vec{E}_{\text{inc}}(\vec{r}_s) = \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_s) \cdot \vec{a}$ 其中, $\vec{r}_s = \vec{r} - \vec{r}_s$, \vec{r}_s 是源的位置. 这样总场可表示为:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_s) \cdot \vec{a} + \sum_{i=1}^N \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i) \cdot \vec{b}_i \quad (3)$$

给(3) 式加 N 个独立的边界条件可形成 N 个线性代数方程, 例如用 MoM 法时, 用点匹配法在散射体上选 N 个点强加到积分方程中. 用 T 矩阵法强加的边界条件只是稍有不同^[5]. 假定每个小散射体的散射是已知的(可根据每个小散射体的 T 矩阵表示), 每个独立的 T 矩阵法记为 $\overline{\overline{T}}_{i(1)}$. 考虑第 j 个小散射体, 使用变换相加定理公式^[3]:

$\overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i) = \text{Re} \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_j) \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{ij}$ 则(3) 式可变成:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \text{Re} \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_j) \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} + \text{Re} \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_j) \cdot \sum_{i=1, i \neq j}^N \overline{\overline{\alpha}}_{ji} \cdot \vec{b}_i + \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_j) \cdot \vec{b}_j \quad (4)$$

Re 代表实部, 因此 $[\text{Re} \Psi(k_0, r_0)]_m = J_m(k_0, \rho_0) e^{im\Phi_0}$, $m = -L, \dots, L$. (4) 式中前两项为作用在第 j 个散射体上的入射波, 而第 3 项是其散射波, 因此它们幅度之间的关系为:

$$\vec{b}_j = \overline{\overline{T}}_{j(1)} \cdot (\overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} + \sum_{i=1, i \neq j}^N \overline{\overline{\alpha}}_{ji} \cdot \vec{b}_i) \quad i, j = 1, \dots, N \quad (5)$$

(5) 式 N 个未知量 b_i 形成 N 个方程, 这 N 个方程可用不同的方法解决, 例如可用高斯消元法, 其计算量为: $O(N^3)$, 这种方法相似于 MoM 法.

1.2 RIMA 法(Recursive Interaction Matrix Algorithm)

迭代法的基本思想是把大散射体分成 N 个小散射体, 通过 n 个小散射体来求 $n+1$ 个散射体的场, 最原始的迭代法是 RIMA 法, 文献[6] 给出了 RIMA 法的推导, 本文根据 T 矩阵法进行推导.

假定 n 个小散射体的场已知, 其场有下列形式:

$$\vec{E}_{\text{inc}}(\vec{r}) = \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_s) \cdot \vec{a} + \sum_{i=1}^n \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i) \cdot \sum_{j=1}^n \overline{\overline{I}}_{ij(n)} \cdot \overline{\overline{\beta}}_{js} \cdot \vec{a} \quad (6)$$

(6) 式中 $\overline{\overline{I}}_{ij(n)}$ 是第 i 个小散射体与第 j 个小散射体之间相互作用矩阵, (6) 式中的入射场是由一个源产生. 当第 $n+1$ 个小散射体加到这 n 个小散射体中时, 产生的场为:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_s) \cdot \vec{a} + \sum_{i=1}^n \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_i) \cdot \sum_{j=1}^{n+1} \overline{\overline{I}}_{ij(n+1)} \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} + \overline{\overline{\Psi^t}}(k_0, \vec{r}_{n+1}) \cdot \sum_{j=1}^{n+1} \overline{\overline{I}}_{n+1,j(n+1)} \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} \quad (7)$$

(7) 式右边第三项若看成是作用在第 $n+1$ 个散射体上的入射波, 比较(7) 式和(6) 式可得:

$$\sum_{j=1}^{n+1} \overline{\overline{I}}_{ij(n+1)} \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} = \sum_{j=1}^n \overline{\overline{I}}_{ij(n)} \cdot [\overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a} + \overline{\overline{\alpha}}_{j,n+1} \cdot \sum_{j=1}^{n+1} \overline{\overline{I}}_{n+1,j(n+1)} \cdot \overline{\overline{\alpha}}_{js} \cdot \vec{a}] \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

由于 \vec{a} 和源位置系数 $\overline{\overline{\alpha}}_{js}$ 的任意性, 要使(8) 式成立必须满足:

$$\bar{I}_{ij(n+1)} = \bar{I}_{ij(n)} + \left[\sum_{j'=1}^n \bar{I}_{j'j(n)} \cdot \bar{\alpha}_{j',n+1} \right] \cdot \bar{I}_{n+1,j(n+1)} \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$\bar{I}_{i,n+1(n+1)} = \left[\sum_{j=1}^n \bar{I}_{ij(n)} \cdot \bar{\alpha}_{j,n+1} \right] \cdot \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \quad i = 1, \dots, n \quad (10)$$

(7) 式右边第一项和第二项如果看成作用在第 $n+1$ 个散射体上的入射波, 比较(7) 和(6) 式可得:

$$\sum_{j=1}^{n+1} \bar{I}_{n+1,j(n+1)} \cdot \bar{\alpha}_{j,n+1} \cdot \bar{a} = \bar{T}_{n+1(1)} \cdot \left[\bar{\alpha}_{n+1,s} \cdot \bar{a} + \sum_{i=1}^{n+1} \bar{\alpha}_{n+1,i} \cdot \sum_{j=1}^{n+1} \bar{I}_{ij(n+1)} \cdot \bar{\alpha}_{j,n+1} \cdot \bar{a} \right] \quad (11)$$

同理由 \bar{a} 和源位置系数 $\bar{\alpha}_{js}$ 的任意性要使(11) 式成立必须满足:

$$\bar{I}_{n+1,j(n+1)} = \bar{T}_{n+1(1)} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_{n+1,i} \cdot \bar{I}_{i,j(n+1)}, \quad j = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$\bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} = \bar{T}_{n+1(1)} + \bar{T}_{n+1(1)} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_{n+1,i} \cdot \bar{I}_{i,n+1(n+1)} \quad (13)$$

从(10) 式和(13) 式可推出:

$$\bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} = \left[\bar{I} - \bar{T}_{n+1(1)} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \bar{\alpha}_{n+1,i} \cdot \bar{I}_{ij(n)} \cdot \bar{\alpha}_{n+1,i} \right]^{-1} \cdot \bar{T}_{n+1(1)} \quad (14)$$

从(9) 式和(12) 式可推出:

$$\bar{I}_{n+1,j(n+1)} = \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \cdot \left[\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_{n+1,i} \cdot \bar{I}_{ij(n)} \right] \quad j = 1, \dots, n \quad (15)$$

公式(9)、(10)、(14)、(15) 形成迭代的 RIMA 法, 通过此方法可通过 n 个小散射体来求 $n+1$ 个散射体的场, 该方法计算量为 $O(N^3)$.

1.3 RATMA 法

文献[7] 中给出了 RATMA 法的推导, 本文从 RIMA 法出发推出 RATMA 法公式. 为了加速迭代收敛, 使用变换相加定理, 可证明^[3]:

$$\alpha_{n+1,i} = \alpha_{n+1,0} \cdot \beta_{0i} \quad r_{n+1(0)} > r_{i(0)} \quad \alpha_{j,n+1} = \beta_{j,0} \cdot \alpha_{0,n+1} \quad r_{n+1(0)} > r_{j(0)} \quad (16)$$

(16) 式中的 $r_{n+1(0)}$ 、 $r_{i(0)}$ 、 $r_{j(0)}$ 分别表示第 $n+1$ 个小散射体、第 i 个小散射体、第 j 个小散射体离坐标原点的距离(坐标原点选在 N 个小散射体的中心). 定义一个新的 T 矩阵 $\tau_{(n)}$:

$$\tau_n = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{0,i} \cdot \bar{I}_{ij(n)} \cdot \beta_{j,0} \quad (17)$$

则(14) 式用 $\tau_{(n)}$ 表示:

$$\bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} = \left[\bar{I} - \bar{T}_{n+1(1)} \cdot \alpha_{n+1,0} \cdot \tau_{(n)} \cdot \alpha_{0,n+1} \right]^{-1} \cdot \bar{T}_{n+1(1)} \quad (18)$$

(15) 式右、左两边分别乘以 $\beta_{j,0}$ 和 $\beta_{0,n+1}$, 并对 j 求和, 然后经过变换可得:

$$\beta_{0,n+1} \cdot \sum_{j=1}^{n+1} \bar{I}_{n+1,j(n+1)} \cdot \beta_{j,0} = \beta_{0,n+1} \cdot \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \cdot (\alpha_{n+1,0} \cdot \tau_{(n)} + \beta_{n+1,0}) \quad (19)$$

(9) 式左右两边分别乘以 $\bar{\beta}_{0,i}$ 和 $\bar{\beta}_{j,0}$, 并对 i 和 j 求和原后经过变换可得:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta_{0,i} \cdot \bar{I}_{ij} \cdot \beta_{j,0} = \tau_{(n)} + \tau_{(n)} \cdot \alpha_{0,n+1} \cdot \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \cdot \alpha_{n+1,0} \cdot \tau_{(n)} \quad (20)$$

(10) 式左、右两边分别乘以 $\beta_{0,i}$ 和 $\beta_{n+1,0}$, 并对 i 求和, 然后经过变换可得:

$$\left[\sum_{i=1}^n \beta_{0,i} \cdot \bar{I}_{i,n+1(n+1)} \right] \cdot \beta_{n+1,0} = \tau_{(n)} \cdot \alpha_{0,n+1} \cdot \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \cdot \beta_{n+1,0} \quad (21)$$

把(19) 式和(21) 式左边和右边分别相加可得:

$$\tau_{(n+1)} = \tau_{(n)} + \left[\tau_{(n)} \cdot \alpha_{0,n+1} + \beta_{0,n+1} \right] \cdot \bar{I}_{n+1,n+1(n+1)} \cdot \left[\beta_{n+1,0} + \alpha_{n+1,0} \cdot \tau_{(n)} \right] \quad (22)$$

为了使用 $\tau_{(n)}$, 用公式^[7]: $\overline{\Psi'}(k_0, r_j) = \overline{\Psi'}(k_0, r_i) \cdot \beta_{\bar{j}}$, (6) 式可写成:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \overline{\Psi'}(k_0, \vec{r}_s) \cdot \vec{a} + \overline{\Psi'}(k_0, \vec{r}_0) \cdot \tau_{(n)} \cdot \beta_{0s} \cdot \vec{a}$$

(23)

这样通过 (22) 式和 (23) 式逐步迭代可求出总散射场.

RATMA 法能够计算的散射体的散射场可以是不同角度入射场, 入射源可以是多个; 散射体不但可以是三维或二维电大尺寸物体, 而且还可以是多个散射体, 其计算量和对计算机要求的存储量见表 1^[8].

2 数值计算结果与讨论

图 1 是用 RATMA 法计算两个不同半径的介质圆柱的远处散射场结果, 其中 $a_1 = 0.2 \lambda$, $a_2 = 0.1 \lambda$, $\rho_1 = \rho_2 = 0.2 \lambda$, $\cong'_1 = 0^\circ$, $\cong'_2 = 180^\circ$, $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = 2$, $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$, $\cong_0 = 0^\circ$, $\rho_1, \rho_2, \cong'_1, \cong'_2$ 分别为第一个圆柱和第二个圆柱与总体坐标的距离和角度. 计算的结果与文献[9]中用矩量法计算的结果比较如图 1.

表 1 RATMA 法的计算量和对计算机要求的存储量

计算的物体	二维多个散射体		三维多个散射体	
	一维组	二维组	二维组	三维组
内存需求	$O(N^2)$	$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^{4.3})$
计算量	$O(N^3)$	$O(N^2)$	$O(N^3)$	$O(N^{7.3})$

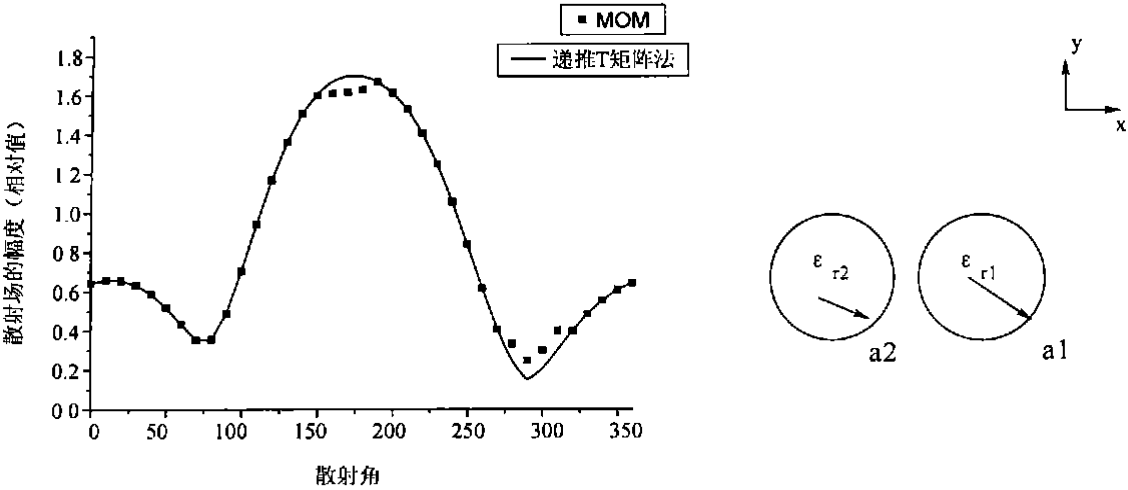


图 1 用递推 T 矩阵法计算两介质圆柱的散射场

通过对递推 T 矩阵法推导和计算实例表明, 此法具有计算精度高、计算量小和对内存要求小的特点. 另外本文用解析法推导出的单个圆柱 T 矩阵公式适合于各种情况, 计算的实例有很强的典型性.

[参考文献]

[1] W C Chew. Fast solution methods in electromagnetics[J]. IEEE Trans. Antennas Propagate, 1997, 45(3): 533~ 543.

[2] P Y U. Comments on diffraction principles and limitations of RCS reduction techniques[J]. P roc. IEEE, 1996 , 84(12): 1830~ 1851.

[3] W C Chew. Waves and Fields in Inhomogeneous Media[M]. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990, 145~ 150.

[4] Y M Wang, W C Chew. Electromagnetic scattering from a cluster of spheres[C]. In: Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium Digest. New York : 1992 (Vol 2). 929 ~ 932.

[5] B Peterson, S Strom. T-matrix for electromagnetic scattering from an arbitrary numbers of scatters and representation of E (3)[J]. Phys Rev, 1973, D(8) : 3661~ 3678.

(下转第 73 页)

- [5] 郑曙昭, 李荣专, 黄宗平. 毛细管气相色谱法测定电热蚊香液中的丙炔菊酯[J]. 分析测试技术与仪器, 2002, 8(1): 45~47.

Determination of Prallethrin in Electrothermal Mosquito repellent Incense by Adopting Sol-Gel Capillary Gas Chromatography

Wang Dongxin

(College of Chemistry and Environmental Science, Nanjing Normal University, 210097, Nanjing, RPC)

Abstract: A gas chromatographic method with sol-gel capillary PDMS column for quantitative determination of prallethrin is reported. Dibutyl phthalate is used as the internal standard. The average recovery is 100.5% and the relative standard deviation is 0.92%. This method is simple and accurate.

Key words: prallethrin, sol-gel, gas chromatography

[责任编辑: 孙德泉]

(上接第 10 页)

- [6] W C Chew, Y M Wang. A fast algorithm for solution of a scattering problem using a recursive aggregate tau matrix method [J]. Microwave Opt. Tech. Lett., 1990, 3: 164~169.
- [7] L Gurel, W C Chew. A recursive T-matrix algorithm for strips and patches[J]. Radio Science, 1992, Vol 27(Num 3): 387~401.
- [8] Levent Gurel, W C Chew. Recursive T-matrix algorithms for the solution of electromagnetic scattering from and patch geometries[J]. IEEE Transaction on Propagation, 1993, VOL 41(NO 1): 91~99.
- [9] S K Chang, K K Mei. Application of the unimoment method to electromagnetic scattering of dielectric cylinders[J]. IEEE Trans. Antennas Propagation, 1976, VOL 24: 35~42.

RATMA Algorithm Used to Analyse the EM Scattering of Multiple Cylinders

Cheng Tangbai, Zhou Jianjiang, Yu Zhendong, Shu Yongze

(College of Information, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 210016, Nanjing, PRC)

Abstract: In the paper, the new EM scattering algorithm has been introduced - Recursive Aggregate T-Matrix Algorithm (RATMA) and the derivation of the algorithm has been given. The numerical results of the algorithm have demonstrated that the algorithm is precise and efficient and has advantages over conventional method of moment in computational speed and requirement for storage space. Therefore it can be used to compute EM scattering of electrically large object and multiple objects.

Key words: addition theorem, RATMA, electrically large

[责任编辑: 刘健]