

发汗烧蚀问题的自校正控制

孙冀, 张亮

(南京师范大学控制科学与工程系, 210042, 南京)

[摘要] 对发汗烧蚀问题的自校正控制进行了讨论; 给出了一个基于实际观测的自校正控制算法. 根据内部测温及对烧蚀速度的观测, 确定气动加热面边界热流密度; 由热平衡方程及热阻滞函数的特性给出自校正控制律. 使受热介质以一定的速度烧蚀; 数据试验显示此方法可以取得理想的控制效果.

[关键词] 发汗烧蚀控制系统, 分布参数控制系统, 自校正控制

[中图分类号] TP272, [文献标识码] A, [文章编号] 1672-1292-(2003)01-0013-05

0 引言

对高速飞行器如导弹、返回式卫星等再入式空间飞行器受热部件的热防护, 发汗冷却控制是一个有效的手段. 发汗冷却控制问题的研究对于导弹、空间飞行器以及民用系统的热防护应用设计是重要的应用基础工作. 近年来, 我国学者对此问题开展了多方面的研究, 取得了一系列研究成果. 可参见综述文章[1].

根据工程中不同要求, 发汗冷却控制可分为两类: 一类是固定边界问题, 如对导弹红外透视窗及重复使用的飞行器, 不允许受热面发生烧蚀, 控制要求为界面温度不超过烧蚀温度; 另一类是运动边界问题, 如导弹头、返回式卫星等一次使用的飞行器, 允许受热面在飞行中有一定的烧蚀量, 控制要求为在一定时间内受热界面以一定的速度融化. 对发汗冷却系统的控制问题, 文[2]讨论了固定边界发汗冷却系统的最优控制问题, 给出了最小发汗剂携带量的计算方法; 文[3]讨论了水发汗冷却系统的反馈控制问题; 文[4]对发汗冷却系统的自校正问题进行了讨论, 给出了基于实际观测的自校正控制算法. 而对发汗烧蚀问题, 文[5]给出了发汗冷却系统烧蚀界面的能控性条件; 文[6]得到了系统最小范数控制的存在唯一性及可逼近性的结果.

本文中将带烧蚀的发汗冷却系统的自校正控制问题进行讨论, 根据热平衡关系及热阻滞函数的特征确定自校正控制输入.

1 模型

图1为发汗烧蚀系统示意图, 假设界面烧蚀连续进行, 则一维发汗烧蚀系统由系统(1)~(4)来描述^[1]:

$$c_P \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + M_L(t) c_{PL} \frac{\partial T}{\partial y} \quad y \in (s(t), l), \quad (1)$$

$$T|_{t=0} = T_c, \quad (2)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} = M_L(t) c_{PL} (T - T_c) \quad (3)$$

$$\rho L s'(t) - k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=s} = \psi(M_L(t)) q_0(t); \quad (4)$$

收稿日期: 2003-02-18.

基金项目: 国家自然科学基金(69774013)及江苏省教育厅自然科学基金(02KJB510009)资助项目.

作者简介: 孙冀, 1963-, 工学博士, 南京师范大学控制科学与工程系副教授, 主要从事分布参数控制系统的研究.

这里 $T(y, t)$ 为多孔介质的温度分布; c, ρ 分别为多孔介质的比热和密度; k 为导热系数, $M_L(t)$ 为冷却剂秒流量, 在此问题中它是控制量; l 为多孔介质厚度; c_{PL} 为冷却剂比热; $\phi(M_L(t))$ 为热阻滞函数; $q_0(t)$ 为理论热流密度; T_c 为介质的初始温度, $s(t)$ 为受热界面坐标; $s'(t)$ 为界面融化速度; L 为凝固潜热.

注: 热阻滞函数 $\Psi(\gamma)$ 是有界的 ($0 \leq \phi(\gamma) \leq 1$) 非线性单调递减函数. 随着发汗量的增加热阻增大. 不加入发汗剂时不存在热阻, $\phi = 1$; 当发汗量达到某值时形成完全热阻, 这时 $\phi = 0$. 在工程中常用如下二次形式的经验公式来表述: $\phi(\gamma) = 1 - \alpha\gamma + \beta\gamma^2$, 这里 α, β 为与环境相关的热物性参数, q_0 为理论热流密度.

热平衡方程: 通常外部热流很高, 受控介质用于升温所耗热量相对很小. 外部热流主要由冷却剂吸收. 特别是一定时间以后, 若控制要求介质以速度 s_0 烧蚀融化, 介质的融化温度为 T_a , 则有如下热平衡方程:

$$\phi(M_L(t)) q_0(t) = M_L(t) (T_a - T_c) c_{PL} + L \rho s_0 \quad (5)$$

2 状态方程的数值解法

相变温度场的数值解通常比较复杂, 其难点在于对变动边界的处理上. 在本文中我们采用等温移动方法[7] (IMM- Isotherm migration method) 进行数值求解.

为讨论及计算方便, 可先做如下无量纲变换:

$$u = \frac{T - T_c}{T_a - T_c}, \quad \lambda(t) = \frac{M_L(t) c_{PL}}{k}, \quad \tau = \frac{k}{\rho c l^2} t, \quad \xi = \frac{l - y}{l}.$$

则原问题化为等价无量纲系统:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \lambda(\tau) \frac{\partial u}{\partial \xi} \quad (\xi, \tau) \in (s(\tau), 1) \times (0, \infty) \quad (6)$$

$$u|_{\tau=0} = 0, \quad (7)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = \lambda(\tau) u \quad (8)$$

$$L_0 s'(\tau) - \frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_{\xi=s(\tau)} = \phi(\lambda(\tau)) q(\tau); \quad (9)$$

这里: $q(\tau) = \frac{l q_0(\tau)}{k(T_a - T_c)}, L_0 = \frac{L}{(T_a - T_c) d^2}$.

这时仍有 $0 < \phi(\lambda) \leq 1$, 且 $\phi(\lambda)$ 单调递减. 此时热平衡方程为: $\lambda(\tau) = \phi(\lambda(\tau)) q(\tau) - L_0 s_0(\tau)$.

以下讨论状态方程的计算方法. 作为新变量, 由 $\xi = u(\xi, \tau)$ 代替 $u = (u, \tau)$, 由偏微分关系, 有:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right)^{-1}, \quad \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} \right)_u = - \left(\frac{\partial u}{\partial \tau} \right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right)^{-1} = - \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial u^2} \right) \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right)^{-3}.$$

方程(6), (8), (9)化为:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right)^{-2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial u^2} - \lambda(\tau) \quad (11)$$

$$L_0 \frac{ds}{d\tau} - \left(\frac{\partial \xi}{\partial u} \right)^{-1} = Q(\lambda(\tau)) q(\tau) \quad (12)$$

$$-\frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = \lambda(\tau) u \quad (13)$$

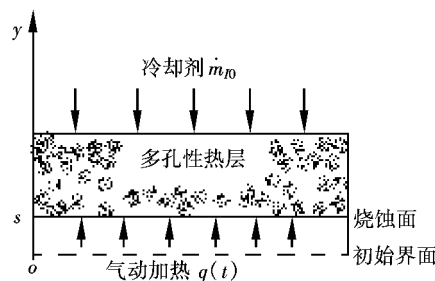


图1 热层示意图

采用有限差分法, 设网格步长分别为 δu , $\delta \tau$, 以 ξ_i^{n+1} 表示 $\xi = u(\xi, \tau)$ 在节点 $(i\delta u, (n+1)\delta \tau)$ 的值, 离散化得到如下显式差分格式:

$$\xi_i^{n+1} = \xi_i^n + \delta \tau \left[4 \frac{\xi_{i+1}^n - 2\xi_i^n + \xi_{i-1}^n}{(\xi_{i+1}^n - \xi_{i-1}^n)^2} + \lambda(\tau^n) \right], \quad i = 1, 2, \dots, I-1 \quad (14)$$

$$s^{n+1} = s^n - \frac{\delta \tau \delta u}{L_0(y_{I-1}^n - y_I^n)} + \phi(\lambda(\tau^n)) q(\tau^n) / L_0 \quad (15)$$

$$\frac{\delta u}{\xi_0^n - \xi_1^n} = \lambda(\tau^n) u(\xi_0^n, \tau^n) \quad (\xi_0^n = 1) \quad (16)$$

显然由原方程初值 $u|_{\tau=0} = 0$ 无法确定差分方程(14)–(16)的初值 ξ_i^0 , 为此可先在未发生融化时以固定边界情况求解, 如可求出界面温度达到融化温度时的解 $u(\xi, \tau_0)$, 此时 $u(0, \tau_0) = 1$, 并且 $u(\xi, \tau_0) \in [u(\xi_0^0, \tau_0), 1] = [u(1, \tau_0), 1]$; 再以 τ_0 时刻作为求解差分方程(14)–(16)的初始时刻, 而方程(14)–(16)的初值 ξ_i^0 可由差分解 $u(\xi, \tau_0)$ 解通过插值方法得到. 求解差分方程(14)–(16)可得到下一时刻的解 ξ_i^1 , $i = 1, 2, \dots, I-1$; 而 $u(\xi_0^1, \tau_1)$ 可由方程(16)得到, 通常 $u(\xi_0^1, \tau_1) \neq u(\xi_0^0, \tau_0)$; 即 u 的取值范围发生变化, 为此在下一步求解过程中可采用非等步长方式, 此时只是 $\delta u_1 = u(\xi_1^1, \tau_1) - u(1, \tau_1)$, 其它点的步长仍为 δu . 依同样的方法可对下一时刻进行求解. 以此过程可完成方程(6)–(9)的求解.

3 控制方法

对方程(6)~(9)进行讨论, 若控制要求介质以速度 v 烧蚀融化, 同(5)此时热平衡关系为:

$$\phi(\lambda(\tau)) q(\tau) = \lambda(\tau) + L_0 v \quad (17)$$

由此看到, 如果热阻滞函数 ϕ 和 $q(\tau)$ 均已知, 则可通过上式, 得到临界发汗量 $\lambda(\tau)$. 以此发汗量作为控制输入, 即可达到控制要求. 但在工程实际过程中, 热阻滞函数 $\phi(\lambda)$ 及热流 $q(\tau)$ 很难得到; 只能通过一定的观测得到实际热流 $h(\tau) = \phi(\lambda(\tau)) q(\tau)$. 但利用热阻滞函数的固有特性, 对离散时间 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots\}$, 可采用如下控制方法使介质以速度 v 烧蚀融化:

(1) 在离散时间 τ_n 时刻, 根据内部测温 (当未发生烧蚀时) 或烧蚀速度确定 τ_n 时的瞬时热流:

$$h(\tau_n) = \phi(\lambda(\tau_n)) q(\tau_n)$$

(2) 由热平衡关系即临界发汗量公式(6)确定下一个时刻即 τ_{n+1} 时的控制输入:

$$\lambda(\tau_{n+1}) = \phi(\lambda(\tau_n)) q(\tau_n) - L_0 v = h(\tau_n) - L_0 v \quad (18)$$

对慢时变过程, 下面的定理可保证在此控制过程下, 界面以速度 v 烧蚀融化.

定理: 设函数 $\phi(t)$ 具有二次特征, 满足条件 (1) $0 \leq \phi(t) \leq 1$, (2) $\phi(t)$ 在所定义的区间上严格单调递减. 则对任意的常数 $C, D > 0$, 如下迭代关系 $t_{n+1} = C\phi(t_n) - D$ 极限存在, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = p$, p 是方程 $t = C\phi(t) - D$ 的解.

证明: 记 $\varphi(t) = C\phi(t) - D$. 令 $F(t) = \varphi(\varphi(t)) = C\phi(C\phi(t) - D)$, 则 $F(t)$ 严格单调增加. 易知 $t_{2k} = F(t_{2(k-1)})$, 故 $\{t_{2k}\}$ 为单调有界序列 (当 $t_2 = F(t_0) > t_0$ 时单调增加, 当 $t_2 = F(t_0) < t_0$ 时单调减小), 故存在极限 b . 且满足 $b = F(b)$.

同理, $t_{2k+1} = F(t_{2(k-1)+1})$, 存在极限 d , 满足 $d = F(d)$. 并由 $t_{2k+1} = \varphi(t_{2k})$ 及 $t_{2k} = \varphi(t_{2k-1})$, 可得 $d = \varphi(b)$, $b = \varphi(d)$. 下证 $b = d$.

由于函数 $\varphi(t) = C\phi(t) - D$ 严格单降, 因此方程 $t = \varphi(t)$ 存在唯一解 $r = \varphi(r)$, 并有 $F(r) = r$. 若 r, b, d 互不相等, 则意味着方程 $t = F(t)$ 有 3 个解, 这是不可能的, 因为一条具有二次特征的单增曲线与直线的交点最多只能有两个. 若 $r = b$, 则 $d = \varphi(b) = \varphi(r) = r$; 即 $r = b = d$.

尽管, 在边界热流项 $h(\tau) = \phi(\lambda(\tau)) q(\tau) - L_0 v$ 中, $q(\tau)$ 随时间变化, 但作为慢时变过程, 只要采

样间隔比较小,就能保证控制输入逼近热平衡点,由于可进行连续观测,此控制过程是完全可行的.

关于边界实际热流 $h(\tau_n)$ 的确定,对固定边界,文[8]给出了根据内部单点测温辨识边界实际热流的方法,由此方法可确定受热边界的实际热流;当发生烧蚀融化时,可通过观测介质的融化烧蚀速度来确定边界实际热流,若在 τ_n 时刻的烧蚀速度为 $v(\tau_n)$,则 τ_n 时刻的瞬时实际热流为 $\lambda(\tau_n) + L_0 v(\tau_n)$.

4 数据试验

对无量纲发汗冷却系统(6)~(9)进行数据试验,并取 $L_0 = 5$ 时变热流 $q(\tau) = 1 + 0.3 \sin \tau$,热阻滞函数 $\phi(\lambda(\tau)) = 1 - 0.3 \lambda(\tau) + 0.05(\lambda(\tau))^2$. 内部观测点 $\xi = 0.90$. 控制要求介质以 $v_0 = 0.1$ 的速度烧蚀.

取时间步长 $\Delta\tau = 0.02$,在前50个时间段控制输入取定值 $\lambda(\tau) = 1.2$,得到自校正控制输入如图2所示,图3为受热界面的温度分布,图4为介质厚度随时间变化的情况.

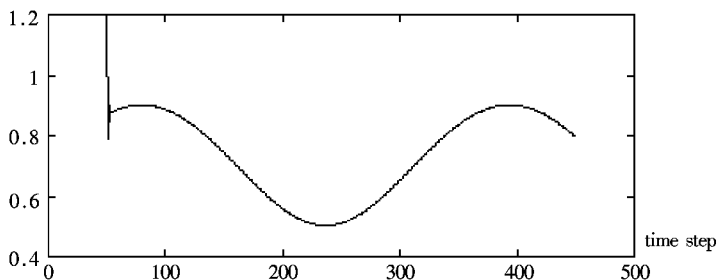


图2 自校正控制输入

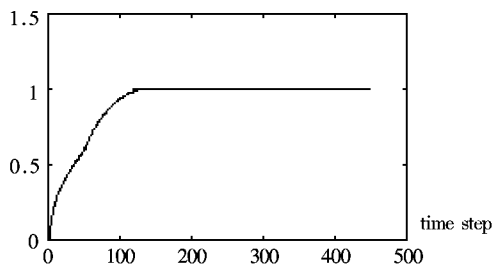


图3 界面温度分布

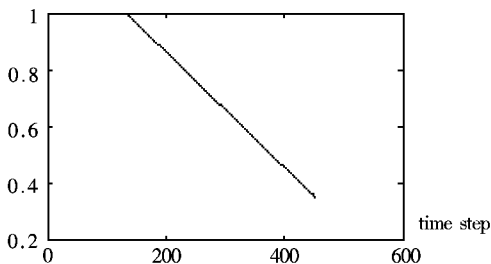


图4 介质厚度

数据试验显示,在此控制过程下,控制输入可以很快地逼近理想输入,只是在控制开始时段(τ_{50})产生短时振荡,而发生振荡的原因是由热阻滞函数的特性造成的.在一定时间以后,受热介质开始按控制要求融化.

5 结论

本文对移动边界的发汗冷却控制的自校正问题进行了讨论.给出了基于实际观测的自校正控制方法,应用此方法不需要热阻滞函数具体给出,对时变的热流可以取得很好的控制效果.此控制方法简单,限制条件少,在工程上易于实现.

[参考文献]

- [1] Y Xueshi, Y Jingyuan, Z Guangtian, *et al.* Note on research into transpiration cooling control[A]. Sci Tech Inf Serv, 1996: 29~38.
- [2] S Ji, L Xuebo. Optimal Control of Fixed Boundary Transpiration Cooling System[J]. ACTA Automatica Sinica, 2003, 29(2): 227~233.
- [3] 杨学实. 水发汗温度场控制[J]. 自动化学报, 1991, 17(4): 269~279.

- [4] 孙冀, 罗学波. 基于两点测温的发汗冷却自校正控制[J]. 控制与决策, 2001, 16(6): 922~ 925.
- [5] 罗学波, 尚亚东. 发汗冷却系统烧蚀界面的能控性条件[J]. 宇航学报, 2000, 21(3): 68~ 73.
- [6] 于景元. 发汗烧蚀控制问题[J]. 系统工程和电子技术, 1996, 18(4): 62~ 70.
- [7] Crank J. Free and moving boundary problem[M]. Oxford: Clarendon Press, 1984.
- [8] 孙冀, 罗学波. 发汗冷却控制模型边界热流密度的辨识方法[J]. 系统工程和电子技术, 2000, 22(4): 7~ 10.

A Self-tuning Control Problem of Transpiration Ablation

Sun Ji, Zhang Liang

(Department of Control Science and Engineering, Nanjing Normal University, 210042, Nanjing, PRC)

Abstract: Transpiration cooling control is an effective method to protect the structure in high temperature gas flow environment. In this paper, a self-tuning control problem of transpiration ablation system with moving boundary is discussed. According to the observation of the temperature and the speed of ablation, the self-tuning control input is obtained by using heat equilibrium equation and the characteristic of heat blockage function. The numerical simulation shows that the approach is valid in developing numerical technique.

Key words: transpiration ablation system, distribution parameter control system, self tuning control

[责任编辑: 刘健]

(上接第 12 页)

[参考文献]

- [1] 唐统一. 电测与仪表技术的回顾与展望[J]. 电测与仪表, 2000(1): 5~ 9.
- [2] 罗霄华. 虚拟仪器技术的应用与发展[J]. 科技情报开发与经济, 2001(3): 35~ 36.
- [3] 师黎. 虚拟仪器技术在实验室建设中的应用研究[J]. 郑州工业大学学报, 1999(2): 98~ 99.
- [4] 金吴. 虚拟仪器技术及其在农业自动化中的应用[J]. 农业机械学报, 1999(3): 108~ 112.
- [5] 秦树人. 虚拟仪器——测度仪器从硬件到软件[J]. 振动、测试与振断, 2000(1): 1~ 6.
- [6] 王国燕. 基于虚拟仪器概念的多功能无纸记录仪的设计开发[J]. 电子技术应用, 2000(5): 31~ 34.
- [7] National Instrument Corp, USA. LabVIEW Users Manual[Z]. 2002. 1~ 50.
- [8] 郭恩全. PXI 总线体系结构[J]. 国外电子测量技术, 1998(3): 58~ 60.

Virtual Instrument and Its Applications

Cao Guohua

(Department of Control Science and Engineering, Nanjing Normal University, 210042, Nanjing, PRC)

Abstract: This paper introduces a virtual instrument. The general construction of virtual instruments(VI), the software development platform and an actual example for applying virtual instruments are described.

Key words: virtual instrument(VI), computer, hardware, software

[责任编辑: 刘健]