# 线性不确定时滞系统的鲁棒渐近跟踪控制器的设计

李成博[1], 祝雪妹[2], 张晓清[1]

(1. 中国人民解放军后勤工程学院, 重庆 400016;
2. 南京师范大学电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 针对一类线性不确定时滞系统, 采用线性矩阵不等式 (LMI)的方法, 提出了一种鲁棒渐近跟踪控制器设计的新方法. 所设计的控制器对于控制输入矩阵、状态输入矩阵和被控输出矩阵中都存在不确定性, 且存在多个状态时滞的时滞系统, 均能使系统输出渐近跟踪外部阶跃参考信号. 并从理论上证明了所设计的鲁棒渐近跟踪控制器的渐近稳定性. 通过 Matlab仿真实验表明, 对于这一类不确定时滞系统, 所提出的方法是可行的, 并达到满意的仿真结果.

[关键词] 不确定时滞系统, 鲁棒控制, 跟踪, LMI

[中图分类号] TP273; [文献标识码] A; [文章编号] 1672-1292-(2005) 01-0043-04

## Robust Asymptotic Tracking Controller Design for Linear Systems with Uncertain Parameters and Unknown Delays

LI Chengbo[1], ZHU Xuemei[2], ZHANG Xiaoqing[1]

(1. Logistical Engineering University of PLA, Chongqing 400016, China)
(2. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Jiangsu Nanjing 210042, China)

**Abstract** Taking into consideration linear uncertain systems with delay, the paper proposes a new method of designing a robust asymptotic tracking controller by adopting the linear matrix inequality (LMI) approach. The designed controller is uncertain for control input matrix, state input matrix and controlled output matrix, and has some systems with delay with state delay, and all these make the output of the system approximate tracking external reference signals. For all allowable parameter variations and delays, the systems are internally stable and their outputs asymptotically track the command reference input. The asymptotic tracking is proofed by Lyapunov function. The results of Matlab simulation show that this approach is feasible.

**Key words** uncertain systems with delay, robust control, tracking, LMI

## 0 引言

跟踪问题是控制中的主要问题之一, 它希望系统的输出尽可能地接近外部参考信号. 对于线性确定系统的跟踪问题早在 70年代已被解决. 但是, 由于实际系统, 所得到的模型不可避免地存在着参数不确定性, 被控对象本身的特性会随时间、生产过程或使用发生变化. 所以, 按照标称系统设计的跟踪控制器不可能达到预期的效果. 同时, 在许多实际系统中, 由于系统的测量和流体的物理特性等, 时滞现象是普遍存在的. 时滞对控制系统会产生不利影响, 甚至导致不稳定. 因此, 对于具有参数不确定性的系统的鲁棒跟踪控制器设计问题逐渐成为研究的焦点[1~5]. 但是, 对于具有时滞的系统的鲁棒跟踪问题研究的比较少. 近几年发展成熟的线性矩阵不等式 (LMI)方法, 由于它具有不需要调整参数就可以得到问题的解的特点, 因此 LMI方法已经成为线性系统的鲁棒控制的一个有效的工具.

本文基于 LMI方法, 对控制输入矩阵、状态输入矩阵和被控输出矩阵中都存在不确定性和存在多个状态时滞系统设计鲁棒渐近跟踪控制器, 所得到的控制器不依赖于系统的时滞. 仿真结果表明, 所设计的鲁棒渐近跟踪控制器对于系统存在时滞和参数不确定性的情况, 仍然能实现渐近跟踪.

收稿日期: 2004-10-26
作者简历: 李成博 (1976- ), 助理工程师, 主要从事营区智能化设计、鲁棒控制的研究. E-mail: lcblichengbo@163.com

## 1 问题的描述和定义

考虑下列线性不确定时滞系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[\boldsymbol{A}_0+\Delta\boldsymbol{A}_0(r_0)]\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{N}[\boldsymbol{A}_i+\Delta\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{r}_i)]\boldsymbol{x}(t-d_i)+[\boldsymbol{B}+\Delta\boldsymbol{B}(\boldsymbol{s})]\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{A}(r_0)\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{A}_i(r_i)\boldsymbol{x}(t-d_i)+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{u}(t)$$

$$\boldsymbol{x}(t)=\Phi(t)\qquad t\leqslant 0$$

$$\boldsymbol{y}(t)=[\boldsymbol{C}+\Delta\boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})]\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{C}(v)\boldsymbol{x}(t)\quad(1)$$

其中 $\boldsymbol{x}(t)\in\boldsymbol{R}^n$ 是状态向量; $\boldsymbol{u}(t)\in\boldsymbol{R}^m$ 是控制输入向量; $\boldsymbol{y}(t)\in\boldsymbol{R}^p$ 是被控输出向量; $\Phi(t)$ 为连续向量初始函数; $\boldsymbol{A}_i(i=0,1,\cdots,N)$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ 是适当维数的标称矩阵. $d_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为未知的状态时滞. $\Delta\boldsymbol{A}_i$, $\Delta\boldsymbol{B}$ 和 $\Delta\boldsymbol{C}$ 分别为关于 $r_i$, $s$ 和 $v$ 的不确定性矩阵. 并假设 $r_i$, $s$ 和 $v$ 分别属于 Lebesgue可测的有界紧集 $\mathscr{R}_i$, $\mathscr{T}$, $\aleph$:

$$\mathscr{R}_i=\{\boldsymbol{r}_i\in R^{l_{xi}}:|\boldsymbol{r}_{ik}|\leqslant\hat{r}_i,k=1,\cdots,l_{xi}\},\quad i=0,\cdots,N,$$

$$\mathscr{T}=\{\boldsymbol{s}\in\boldsymbol{R}^{l_u}:|\boldsymbol{s}_k|\leqslant\hat{s},k=1,\cdots,l_u\}$$

$$\aleph=\{\boldsymbol{v}\in\boldsymbol{R}^{l_v}:|\boldsymbol{v}_k|\leqslant\hat{v},k=1,\cdots,l_v\}$$

进一步假设系统的不确定性是秩 $-1$ 型的, 即

$$\Delta\boldsymbol{A}_i(r_i)=\sum_{k=1}^{l_{xi}}\boldsymbol{A}_{ik}r_{ik},\qquad i=0,\cdots,N$$

$$\Delta\boldsymbol{B}(s)=\sum_{k=1}^{l_u}\boldsymbol{B}_k s_k,$$

$$\Delta\boldsymbol{C}(v)=\sum_{k=1}^{l_v}\boldsymbol{C}_k v_k$$

其中 $\boldsymbol{A}_{ik}$, $\boldsymbol{B}_k$, $\boldsymbol{C}_k$ 可分解为以下形式

$$\boldsymbol{A}_{ik}=\boldsymbol{d}_{ik}\boldsymbol{e}_{ik}^{\mathrm{T}},\quad\boldsymbol{B}_k=\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{g}_k^{\mathrm{T}},\quad\boldsymbol{C}_k=\boldsymbol{h}_k\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}}$$

$\boldsymbol{d}_{ik}$, $\boldsymbol{e}_{ik}$ 和 $\boldsymbol{f}_k$ 为 $n$ 维的向量; $\boldsymbol{g}_k$, $\boldsymbol{h}_k$ 和 $\boldsymbol{w}_k$ 分别为 $m$, $p$, $n$ 维的向量.

首先, 引入以下符号

$$\boldsymbol{D}_i=\hat{r}_i\sum_{k=1}^{l_{xi}}\boldsymbol{d}_{ik}\boldsymbol{d}_{ik}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{E}_i=\hat{r}_i\sum_{k=1}^{l_{xi}}\boldsymbol{e}_{ik}\boldsymbol{e}_{ik}^{\mathrm{T}},\qquad i=0,\cdots,N$$

$$\boldsymbol{F}=\hat{s}\sum_{k=1}^{l_u}\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{f}_k^{\mathrm{T}},\quad\boldsymbol{G}=\hat{s}\sum_{k=1}^{l_u}\boldsymbol{g}_k\boldsymbol{g}_k^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{T}=\hat{v}\sum_{k=1}^{l_v}\boldsymbol{h}_k\boldsymbol{h}_k^{\mathrm{T}},\quad\boldsymbol{U}=\hat{v}\sum_{k=1}^{l_v}\boldsymbol{w}_i\boldsymbol{w}_i^{\mathrm{T}}$$

考虑渐近跟踪问题, 根据文献[1]和文献[5], 我们引入如下定义

定义 1　假设 $Y_r\subset\boldsymbol{R}^p$ 为参考输入集, 对于整数 $k$ 与矩阵 $\boldsymbol{K}_1\in\boldsymbol{R}^{m\times n}$, $\boldsymbol{K}_2\in\boldsymbol{R}^{m\times k}$, $\boldsymbol{L}\in\boldsymbol{R}^{p\times p}$, 定义如下 $(n+p)$ 阶的增广系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}(r_0)\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{A}_i(r_i)\boldsymbol{x}(t-d_i)+\boldsymbol{B}(s)[\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{q}(t)]\qquad(2)$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}(t)=\boldsymbol{C}(v)\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{L}y_r(t)$$

若下面条件成立, 则称 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_1x(t)+\boldsymbol{K}_2q(t)$ 为鲁棒渐近跟踪控制器:

1) 内部稳定性, 即与系统(2)对应的零输入系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}_0)\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{A}_i(\boldsymbol{r}_i)\boldsymbol{x}(t-d_i)+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{s})[\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{q}(t)]\qquad(3)$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}(t)=\boldsymbol{C}(v)\boldsymbol{x}(t)$$

对于所有系统参数变化 $r_i\in\mathscr{R}_i$, $s\in\boldsymbol{I}$, $v\in\aleph$ 均保持渐近稳定;

2) 渐近跟踪性, 即对于任意初始状态 $\boldsymbol{x}(t)\in\boldsymbol{R}^n$, $\boldsymbol{q}(t)\in\boldsymbol{R}^p$ $(t\leqslant 0)$ 及任意 $\boldsymbol{r}_i\in\mathscr{R}_i$, $\boldsymbol{s}\in\mathscr{T}$, $\boldsymbol{v}\in\aleph$, $\boldsymbol{y}_r(t)\in\boldsymbol{Y}_r$, 均有 $t\to\infty$ 时, 有 $\boldsymbol{y}(t)\to\boldsymbol{y}_r(t)$.

在本文中, 将考虑 $\boldsymbol{y}_r(t)$ 为阶跃信号的情况, 设计一个线性定常的鲁棒渐近跟踪控制器

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_x\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{K}_q\boldsymbol{q}(t)\qquad(4)$$

使系统(1)的输出 $\boldsymbol{y}(t)$ 渐近跟踪参考输入信号 $\boldsymbol{y}_r(t)$, 这里 $\boldsymbol{q}(t)$ 是为了渐近跟踪而引入的 $p$ 维附加向量, 其定义为

$$\dot{\boldsymbol{q}}(t)=[\boldsymbol{C}+\Delta\boldsymbol{C}(v)]\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{y}_r(t)\qquad(5)$$

## 2 鲁棒渐近跟踪控制器的设计

由(1)式和(5)式得到增广系统为:

$$\dot{\boldsymbol{z}}(t)=[\boldsymbol{A}^{+}+\Delta\boldsymbol{A}^{+}(r_0,v)]\boldsymbol{z}(t)+\sum_{i=1}^{N}[\boldsymbol{A}_i^{+}+\Delta\boldsymbol{A}_i^{+}(r_i)]\boldsymbol{z}(t-d_i)+[\boldsymbol{B}^{+}+\Delta\boldsymbol{B}^{+}(s)]\boldsymbol{u}(t)+\xi\qquad(6)$$

其中 $\boldsymbol{z}(t)=[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 且

$$\boldsymbol{A}^{+}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_0&0\\\boldsymbol{C}&0\end{bmatrix},\quad\Delta\boldsymbol{A}^{+}(r_0,v)=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A}(r_0)&0\\\Delta\boldsymbol{C}(v)&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_i^{+}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_i&0\\0&0\end{bmatrix},\quad\Delta\boldsymbol{A}_i^{+}(r_i,v)=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A}(r_i)&0\\0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}^{+}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}\\0\end{bmatrix},\quad\Delta\boldsymbol{B}^{+}(s)=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{B}(s)\\0\end{bmatrix}$$

$\xi=[0\quad -\boldsymbol{y}_r]^{\mathrm{T}}$ 为常值向量. 因为系统(1)的不确定性满足秩 $-1$ 的条件, 所以可得增广系统的不确定性也满足秩 $-1$ 条件, 即

$$\Delta A^{+}=\sum_{k=1}^{l_{x0}}\begin{bmatrix}A_{0k} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}r_{0k}\\ 0\end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{l_v}\begin{bmatrix}0 & 0\\ C_k & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_k\\ 0\end{bmatrix}\times$$

$$\sum_{k=1}^{l_{x0}}A_{0k}^{+}r_{0k}^{+}(t)+\sum_{k=1}^{l_v}C_k^{+}v_k^{+}(t)$$

$$\Delta A_i^{+}=\sum_{k=1}^{l_{xi}}A_{ik}^{+}r_{ik}^{+}(t),\quad \Delta B^{+}=\sum_{k=1}^{l_u}B_k^{+}s_k^{+}(t)$$

其中, $A_{ik}^{+}=\begin{bmatrix}d_{ik}\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_{ik}^{\mathrm T} & 0\end{bmatrix}$,

$$B_k^{+}=\begin{bmatrix}f_k\\ 0\end{bmatrix}g_k^{\mathrm T},\quad C_k^{+}=\begin{bmatrix}0\\ h_k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_k^{\mathrm T} & 0\end{bmatrix}$$

并引入如下记号:

$$D_0^{+}=\begin{bmatrix}D_0 & 0\\ 0 & T\end{bmatrix},\quad E_0^{+}=\begin{bmatrix}E_0+U & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$F^{+}=\begin{bmatrix}F & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad G^{+}=G,\quad D_i^{+}=\begin{bmatrix}D_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$E_i^{+}=\begin{bmatrix}E_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad K^{+}=\begin{bmatrix}K_x & K_q\end{bmatrix}$$

**定理 1** 考虑不确定时滞系统(1), 它具有鲁棒渐近跟踪控制器(4)的充分条件是存在正定对称矩阵 $X$ 和矩阵 $Y$ 以及给定的正定对称矩阵 $R_i$, $i=1,\cdots,N$, 使得以下线性矩阵不等式成立.

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}XA^{+\mathrm T}+A^{+}X+Y^{\mathrm T}B^{+\mathrm T}\\ +B^{+}Y+D_0^{+}+F^{+}+\tilde D\end{matrix} & \tilde A & Y^{\mathrm T}(G^{+})^{\frac12} & X(\tilde R)^{\frac12} & X(E_0^{+})^{\frac12}\\ \tilde A^{\mathrm T} & -R+\tilde E & & & \\ (G^{+})^{\frac12}Y & & -I & & \\ (\tilde R)^{\frac12}X & & & -I & \\ (E_0^{+})^{\frac12}X & & & & -I\end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

其中, $\tilde R=\sum_{i=1}^{N}R_i$, $\tilde D=\sum_{i=1}^{N}D_i^{+}$, $\tilde A=\begin{bmatrix}A_1^{+} & \cdots & A_N^{+}\end{bmatrix}$

$\tilde E=\mathrm{block-diag}(E_1^{+},\cdots,E_n^{+})$, $R=\mathrm{block-diag}(R_1,\cdots,R_N)$, 其相应的鲁棒渐近跟踪控制器为

$$u(t)=K^{+}z(t)=YX^{-1}z(t) \tag{8}$$

证明 1) 内部稳定性. 增广系统(6)采用状态反馈控制律 $u(t)=K^{+}z(t)$, 当外部输入为零时, 即 $\xi=0$, 其闭环系统为:

$$\begin{aligned}\dot z(t)=&[A^{+}+\Delta A^{+}(r_0,v)+B^{+}K^{+}+\\&\Delta B^{+}(s)K^{+}]z(t)+\\&\sum_{i=1}^{N}[A_i^{+}+\Delta A_i^{+}(r_i)]z(t-d_i)\end{aligned} \tag{9}$$

取 Lyapunov函数 $V(t)$ 为:

$$V(t)=z^{\mathrm T}(t)Pz(t)+\sum_{i=1}^{N}\int_{t-d_i}^{t}z^{\mathrm T}(\tau)R_iz(\tau)\,\mathrm d\tau$$

则 $V(t)$ 沿着闭环系统(9)关于时间 $t$ 的导数为

$$\begin{aligned}\dot V(t)=&\dot z^{\mathrm T}(t)Pz(t)+z^{\mathrm T}(t)P\dot z(t)+\\&\sum_{i=1}^{N}z^{\mathrm T}(t)R_iz^{\mathrm T}(t)-\\&\sum_{i=1}^{N}z^{\mathrm T}(t-d_i)R_iz^{\mathrm T}(t-d_i)\end{aligned}$$

将式(9)代入上式, 并多次使用 $2XY\leqslant XX^{\mathrm T}+Y^{\mathrm T}Y$ 可得, $\dot V(t)\leqslant\begin{bmatrix}z(t)\\ z_d(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}$,

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}(A^{+}+B^{+}K^{+})^{\mathrm T}P+P(A^{+}+B^{+}K^{+})\\ +P(D_0^{+}+F^{+}+\tilde D)P+K^{+\mathrm T}G^{+}K^{+}+\tilde R+E_0^{+}\end{matrix} & P\tilde A\\ \tilde A^{\mathrm T}P & -R+\tilde E\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}z(t)\\ z_d(t)\end{bmatrix}$$

其中 $z_d=\begin{bmatrix}z^{\mathrm T}(t-d_1) & \cdots & z^{\mathrm T}(t-d_N)\end{bmatrix}^{\mathrm T}$. 对定理1中的(7)式, 应用3次Schur补[6]可知, 式(7)等价于

$$\begin{bmatrix}\begin{matrix}XA^{+\mathrm T}+A^{+}X+Y^{\mathrm T}B^{+\mathrm T}+B^{+}Y+D_0^{+}+F^{+}+\tilde D\\ +Y^{\mathrm T}G^{+}Y+X\tilde RX+XE_0^{+}X\end{matrix} & \tilde A\\ \tilde A^{\mathrm T} & -R+\tilde E\end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

令 $X=P^{-1}$, $Y=K^{+}X$, 代入式(10), 且同乘以 $\begin{bmatrix}P & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}$, 则上式等价于显然 $\dot V(t)<0$, 所以系统(9)是渐近稳定的.

2) 渐近跟踪性, 在控制律 $u(t)=K^{+}z(t)$ 的作用下, 则增广系统(6)可表示为:

$$\begin{aligned}\dot z(t)=&[A^{+}+\Delta A^{+}(r_0,v)+B^{+}K^{+}+\\&\Delta B^{+}(s)K^{+}]z(t)+\\&\sum_{i=1}^{N}[A_i^{+}+\Delta A_i^{+}(r_i)]z(t-d_i)+\xi\end{aligned} \tag{11}$$

因为 $\xi$ 是常量, 则对(11)式关于 $t$ 求导为

$$\begin{aligned}\ddot z(t)=&[A^{+}+\Delta A^{+}(r_0,v)+B^{+}K^{+}+\\&\Delta B^{+}(s)K^{+}]\dot z(t)+\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{N}[\boldsymbol{A}_i^{+}+\Delta\boldsymbol{A}_i^{+}(r_i)]z(t-d_i) \qquad (12)$$

根据渐近稳定性的证明易知当 $t\to\infty$时, $z(t)\to 0$, 所以有 $q(t)\to 0$ 因此当 $t\to\infty$时, $y(t)\to y_r(t)$. 这样, 由定义 1可知, 控制器(8)是系统(1)的鲁棒渐近跟踪控制器. (证毕)

## 3　仿真实例

考虑下列时滞不确定系统

$$\boldsymbol{x}(t)=\left(\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-2&2&1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\2r_{01}&2r_{01}&r_{01}\end{bmatrix}\right)x(t)+$$

$$\left(\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&2&3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\r_{11}&2r_{11}&r_{11}\end{bmatrix}\right)x(t-0.3)+$$

$$\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u(t)$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\left([2\quad 0\quad 0]+[v_1\quad 0\quad 0]\right)x(t)$$

其中 $|r_{01}|\leqslant\hat{r}_0=0.2$, $|r_{11}|\leqslant\hat{r}_1=0.1$, $|v_1|\leqslant\hat{v}=0.2$ 取 $d_{01}=d_{11}=[0\quad 0\quad 1]^{\mathrm{T}}$, $R_1=I$, $\boldsymbol{e}_{01}=[2\quad 2\quad 1]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{e}_{11}=[1\quad 2\quad 1]^{\mathrm{T}}$, $h_1=1$, $\boldsymbol{w}_1=[1\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$, 则通过线性矩阵不等式(7)可求出的正定对称解 $\boldsymbol{X}$ 和矩阵 $\boldsymbol{Y}$. 从而求出鲁棒渐近跟踪控制器. 图 1为初始状态为 $z_0=[2\sin t'-3\cos t'\quad 4\sin t'+3\cos t'\quad \sin t']$, $t'=4\pi(t-0.8)/0.8$, $t\leqslant 0$, 步长为 0.01.在, 图(a)是系统的各个状态向量的仿真曲线; 图(b)是系统的控制输出变量的仿真曲线. 很显然, 按照等式(7)所得到的鲁棒渐近跟踪控制器, 使系统得到很好的跟踪效果.

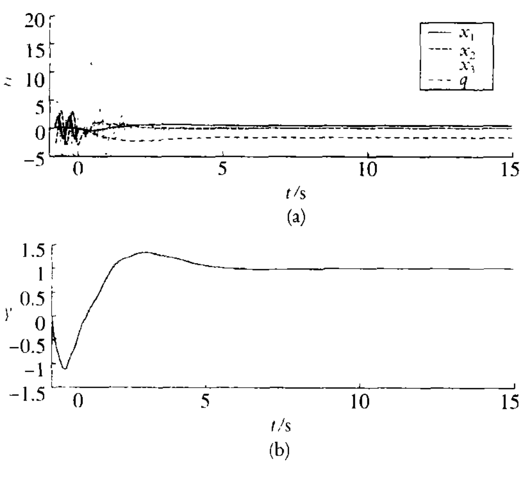


图 1　初始状态不为零的系统跟踪曲线

## 4　结论

本文对一类线性不确定时滞系统, 研究其渐近跟踪性能. 采用线性矩阵不等式处理方法, 导出了系统存在鲁棒跟踪控制器的充分条件. 所求得的控制器不依赖于系统的时滞. 应用 Matlab中的 LMI工具箱, 易得出线性矩阵不等(7)的解. 仿真结果充分证明了采用这种方法设计的鲁棒渐近跟踪控制器是有效的.

[参考文献]

[1] Schmitendorf W E, Barmish B R. Robust asymptotic tracking for linear systems with unknown parameters [J]. Automatica, 1986, 22(3): 355-360.

[2] Schmitendorf W E. Methods for obtaining robust tracking control laws [J]. Automatica, 1987, 23(5): 675-677.

[3] Jabbari F, Schmitendorf W E. A noniterative method for the design of linear robust controllers [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1990, 35(8): 954-957.

[4] 倪茂林, 吴宏鑫, 谌颖. 鲁棒渐近跟踪控制器设计的新方法[J]. 自动化学报, 1993, 19(2): 213-217.

[5] 胡文远, 宋申民, 段广仁. 一种鲁棒渐近跟踪控制器设计的新方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1996, 28(5): 76-80.

[6] Mahmoud M S. Robust $H_\infty$ control of discrete systems with uncertain parameters and unknown delays [J]. Automatica, 2000, 36(4): 627-635.

[责任编辑: 刘健]