# 基于 VPRS的消费者决策心理研究

## 余嘉元, 汪存友

(南京师范大学 教育科学学院, 江苏 南京 210097)

[摘要] 利用改进后的变精度粗糙集模型(VPRS)分析"消费者决策心理调查问卷", 样本包括 910个大学生. 通过设置一定的变精度值使得边界消失或接近消失, 然后建立决策矩阵, 构造布尔函数, 应用吸收律进行化简, 从而提取出男女大学生各自的消费决策最大通用规则, 并且对这些规则进行了比较分析. 实验表明, 与经典粗糙集模型相比, 该方法计算出的分类预测的准确率有了提高, 且提取的规则更加简化, 说明该方法是可行的.

[关键词] 粗糙集,变精度粗糙集,消费者决策心理,规则

[中图分类号] B841. 2, [文献标识码]A, [文章编号] 1672-1292(2005) 03-0079-05

## On the Study of Consumer's Decision-Making Psychology Based on VPRS

YU Jayuan WANG Cunyou

(School of Education Science, Nanjing Normal University, Jiangsu Nanjing 210097, China)

Abstract The improved variable precision rough setmodel (VPRS) is applied to analyze "the questionnaire of customers' decision—making psychology". The sample includes 910 undergraduate students. At first, an appropriate variable precision value is set, the boundary area would disappear or nearly disappear. Then a decision matrix is set up and some Boolean functions are constructed. Some simplified rules are obtained by using absorption law. At last some maximally general rules about male and female undergraduates' decision making are extracted respectively. It was shown that compared with classical rough set theory, the classification rules forecast precision is improved, and that the rules extracted are much simpler. It shows that this method is feasible

K ey words rough set variable precision rough set customer decision-making psychology, rule

## 0 引言

消费者在做出购买决策时会考虑商品的若干因素,并对每一因素给予主观满意度值,经综合权衡后,做出愿意购买、不愿意购买或者无所谓等决策.而且,不同类型的消费者,其购买决策也会有所不同. 挖掘出特定类型消费者对商品因素的满意度与其购买决策之间的规则,可以有效地指导厂家制定合理的生产决策.

我们对"消费者决策心理调查问卷"进行初步的预处理,并按照上述思路构建消费者决策心理决策表. 在利用粗糙集的方法分析数据时发现,一方面,由于问卷涉及到人的主观心理,具有较大的随机性,使得决策表往往表现出很强的不一致性. 按

照经典的粗糙集模型<sup>[1]</sup>, 更多的对象会落在边界里, 这不利于规则的提取. 解决此问题的办法是采用变精度粗糙集模型 (VPRS)<sup>[2]</sup>. 另一方面, 虽然消费者的决策行为可能有 3种, 但由于本问卷中提供的 "不愿意购买"的样本数据很少; 而且对厂家来说, "愿意购买"比"无所谓"的挖掘价值更为直接. 所以, 我们主要从训练样本中提取出关于决策为"愿意购买"的规则.

本文提出了一种基于 VPRS模型的消费决策心理分析方法,通过设置一定的变精度值使得边界消失或接近消失,然后建立决策矩阵 (decision matrix),构造布尔函数,应用吸收律进行化简,提取最大通用规则 (maximally general rules). 我们在ROSETTA软件<sup>[3]</sup>中进行了多次实验.实验表明,与

收稿日期: 2005-04-18

基金项目: 全国教育科学"十五"规划项目教育部重点课题资助项目 (DBB010511)和江苏省教育厅自然科学基金资助项目 (02K B180005)及南京师范大学"十五" "211"资助项目.

作者简介: 余嘉元 (1949-), 教授, 博士生导师, 主要从事心理测量和认知心理学研究. E-mail jyyu@ njnu. edu cn

经典粗糙集模型相比,该方法计算出的分类预测的准确率有一定程度的提高,且提取的规则更加简化.本文最后对男女大学生的"愿意购买"决策规则进行了比较分析.

## 1 粗糙集理论的基本概念

粗糙集作为一种处理不精确、不确定与不完全数据的新的数学理论,最初由波兰数学家 Paw lak Z 于 1982年提出. 粗糙集理论将知识理解为对数据的划分,每一被划分的集合称为概念<sup>[4]</sup>. 在对某一概念进行描述时, 总是从已知的划分中找到一对近似集合 (上近似集合和下近似集合)来对该概念进行近似描述, 这种近似的描述即为规则, 并可被利用到新数据的分类和预测中.

### 1.1 粗糙集的基本概念

设信息系统 S = (U, R, V, f), 其中,  $U = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$  为非空有限对象集合, 称论域, R 是非空有限属性集合, 且  $R = C \cup D$ ,  $C \cap D = f$ , C 为条件属性集合, D 为决策属性集合, V是一组属性值的值域, f是信息函数, f:  $U \times (C \cup D) \xrightarrow{} V$ , 它指定 U 中每一个对象 x的属性值, 即  $\forall x \in U$ ,  $a \in C \cup D$ , 有  $f(x, a) \in V_a$ . 定义  $\operatorname{ind}(R)$  (简写为R) 为满足对称性、自反性、传递性的二元等价关系,即  $\forall x \in U$ ,  $y \in U$ , 如果  $x \operatorname{ind}(R)$  y, 则 x,  $y \in C$  之称不可区分.  $[x]_R$  表示满足与 x 在属性集 x 上不可区分的对象集合,称为一个等价类.

设  $\{X_1, X_2, ..., X_s, ..., X_n\}$  是论域 U在等价关系  $R = \operatorname{ind}(C)$  上的划分,则满足, $\bigcup_{i}\{X_i \mid X_i \in U/\operatorname{ind}(C), i \in \{1, 2, ..., n\} = U, \exists X_i \cap X_{i'} = f.$   $\{Y_1, Y_2, ..., Y_p, ..., Y_m\}$  是论域 U在等价关系  $\operatorname{ind}(D)$  上的划分. 我们称  $Y_i$ 为一个概念,是我们要描述的对象;称  $X_i$  为已知的知识块,用来近似描述  $Y_i$ ; 而关于用  $X_i$  对  $Y_i$  的描述则称为规则.

对于将被描述的概念  $Y_i$ , 定义下近似集合  $R(Y_i)$  和上近似集合  $R(Y_i)$ :

$$\underline{R}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in U / R \mid X_{i} \subseteq Y_{j}, i = 1, 2, ..., n\}$$

$$R(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in U / R \mid X_{i} \cap Y_{j} \neq f, i = 1, 2, ..., n\}$$

$$(2)$$

下近似是被包含于  $Y_j$  的最大集合, 它被定义 为一种全包含关系 (whole inclusion relation); 上 近似是包含  $Y_j$  的最小集合. 显然,  $\underline{R}(Y_j) \subseteq Y_j \subseteq$   $R(Y_i)$ .

下面定义另一组关系, 正区域  $POS_R(Y_j)$ 、负区域  $NEG_R(Y_j)$ 、边界域  $BND_R(Y_j)$ :

$$POS_{R}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in U / R \mid X_{i} \subseteq Y_{j}, i = 1, 2, ..., n\}$$

$$NEG_{R}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in U / R \mid X_{i} \cap Y_{j} = f, i = 1, 2, ..., n\}$$

$$BND_{R}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in U / R \mid X_{i} \cap Y_{j} \neq f, \land A\}$$

$$(4)$$

 $Y_j$ 的正区域指能够用来精确描述它的已知知识块,负区域是指不能用来描述它的知识块,而边界域则是指可能用来描述但却不能精确描述它的已知知识块. 显然,要想越精确的描述概念  $Y_p$ 。正区域必须最大限度的接近  $Y_p$ 。而边界域则最大可能的趋于空,也即  $Y_p$ 在全包含关系下尽可能地覆盖所有与之相关的已知知识块. 从规则提取的角度来看,可获得最大可能的一致性规则.

#### 1.2 VPRS模型

 $X_i D Y_i i = 1, 2, \dots n$ 

VPRS模型是对 Paw lak粗糙集模型的扩充. 设X和 Y表示有限论域 U的非空子集, 令 0.  $5 < \beta \le 1$ , 定义多数包含关系 (majority inclusion relation)  $^{[5]}$ :

$$Y \supseteq X \Leftrightarrow P(Y \mid X) \geqslant \beta$$

其中,

$$P(Y|X) = \begin{cases} |X \cap Y| / |X|, & |X| > 0 \\ 0, & |X| = 0 \end{cases}$$
(6)

|X| 表示集合 X 的基数. 称 P(Y|X) 为集合 Y关于集合 X 的相对包含度. 即只要 X 中被包含于 Y中的元素占到 X 的比例不小于  $\beta$ 时, 即可认为 Y包含 X. 特别的, 当  $\beta$  = 1时, 多数包含关系就变成了全包含关系, V PR S 模型就退化为 P aw lak 粗糙集模型.

对于决策等价类 *Yj*<sub>2</sub> (1)(2)(3)(4)(5) 式分别扩展为(7)(8)(9)(10)(11)式:

$$\underline{R}_{\beta}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y_{j} \mid X_{i}) \geqslant \beta, i = 1, 2, ..., n\} \tag{7}$$

$$R_{\beta}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y_{j} \mid X_{i}) > 1 - \beta, i = 1, 2, ..., n\} \tag{8}$$

$$POS_{\alpha}^{\beta}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y_{j} \mid X_{i}) \geqslant \beta, i = 1, 2, ..., n\} \tag{9}$$

$$BND_{R}^{\beta}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid 1 - \beta < P(Y_{j} \mid X_{i}) < \beta, i = 1, 2, ..., n\} \tag{10}$$

$$NEG_{R}^{\beta}(Y_{j}) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y_{j} \mid X_{i}) \leq 1 - \beta, i = 1, 2, ..., n\} \tag{11}$$

显然,与全包含关系下的近似区域划分相比, ß 近似集的正区域扩大了,而负区域缩小了,使得边 界缩小、知识的描述更精确、提取的规则更加一致.

## 2 VPRS模型的改进

VPRS的定义还有其他形式, 文献 / 5/ 中分别 做了说明. 文献 / 6/ 将 β设为 0. 6使得边界消失, 文 献 [7] 直接将边界也划到负区域, 并成功利用该模 型解决了北美一中等城市的水资源调度问题. 本实 验也采用文献 [7] 的方法, 将边界划为负区域.

设概念 Y是 U上我们感兴趣的一个决策等价 类. 令 0. 5 < β ≤ 1 则 Y的正区域、负区域分别被定 义为 (12)、(13) 式:

$$POS_{R}^{\beta}(Y) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y \mid X_{i}) \geq \beta, \\ i = 1, 2, ..., n\}$$

$$NEG_{R}^{\beta}(Y) = \bigcup \{X_{i} \in UR \mid P(Y \mid X_{i}) < \beta, \\ i = 1, 2, ..., n\}$$
(13)

对于  $x \in U$ , x要么落在 Y的正区域中, 当且仅 当  $P(Y | [x]_R)$  ≥  $\beta$  要么落在 Y的负区域中, 当且 仅当 $P(Y \mid f_X|_R) < \beta$  则判断 x是否属于概念 Y, 只需要判断它是属于正区域还是负区域. 如果  $x \in$  $\operatorname{POS}_{R}^{\beta}(Y)$ ,  $\operatorname{M} x \in Y$ ,  $\operatorname{MR} x \in \operatorname{NEG}_{R}^{\beta}(Y)$ ,  $\operatorname{M} x \notin Y$ 

基于 VPRS的消费者决策心理问 卷数据分析步骤及方法

基于 VPRS的数据分析方法可参考文献 [7]. 本文只概括地介绍它的具体步骤.

步骤 1 数据的收集及预处理:包括构造决策 表、系统数据的完备化及连续数值的离散化、生成 可被粗糙集处理的决策表 table 1.

步骤 2 根据条件属性 C、决策属性 D 进行划 分:设定员针对某一决策等价类 Y. 根据 (12)。 (13) 式计算所有条件等价类, 如果落在 Y的正区 域内, 则添加新的决策属性 D = 1 否则 D = 0 构 造关于 Y的以 D 为决策属性的新决策表 tab le2

步骤 3 计算相对属性约简 red(C,D). 约简 的标准是:

$$POS_{C}(D) = POS_{red(C,D)}(D)$$

$$\forall C' \subset red(C,D), POS_{red(C,D)}(D) \neq POS_{C'}(D)$$
(15)

步骤 4 选择某个约简 red, tab le2 在该约简 上的划分所得到的条件等价类中,设 $X_i^+$ 满足  $X_i^+ \subseteq \operatorname{POS}_{\operatorname{red}}'(D), X_i^-$ 满足 $X_i^- \subseteq \operatorname{NEG}_{\operatorname{red}}(D)$ , 构造 决策矩阵  $(M_{ij})_{m \times n}$ :

$$M_{ij} = \{ (a, f(X_i^+, a)) \mid a \in \text{red}', f(X_i^+, a) \neq f(X_i^-, a), i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n \}$$
 (16)

步骤 5 为决策矩阵中的每一行构建布尔表 达式, 利用布尔代数吸收律  $a \land (a \lor b) = a \land a$ 

 $\lor (a \land b) = a$ 进行化简运算, 最后转化为各个合 取子式的析取范式,每个合取子式即为 $X_i^+$ 的最大 化通用规则.

$$B_{X_{i^{+}}} = \bigwedge_{i} (\bigvee_{i} \boldsymbol{M}_{ij}) \tag{17}$$

步骤 6 重复步骤 5找到所有该约简下的决策 为 Y的规则; 并依据条件概率给出每条规则的可信 度 ( certainty).

步骤 7 重复步骤 23456找到所有决策 等价类的最大化通用规则.

## 4 实验及结论

本问卷调查了在校男女大学生购买饼干的决 策心理. 问卷共收集到 910个样本, 其中男生样本 370个. 每个样本包含如下信息: 调查者的性别、年 级、院系,对饼干的品牌 (P)、口味 (K)、价格 (J)、 包装 (B)、形状 (X) 的满意度及其购买意愿 (G). 男女生原始数据以决策表的形式存储在 M icrosoft Access数据库中的两个表中,表 1为男生决策表. 其中条件属性为P、K、J B、X, 决策属性为G, 每个 属性的值域都为  $V = \{-1, 0 + 1\}, -1$ 表示不满 意或者不愿意购买, 0表示无所谓, + 1表示满意或 者愿意购买. 数据处理在 RO SETTA 软件中进行.

## 370 + 1 + 1 + 1

表 1 男生决策表

### 4.1 实验设计

1

VPRS模型中β的取值是一个仍待研究的问 题, 文献 / 8/ 中指出 β的取值一般应大于 0.7 而文 献 / 7 / 的 β取值为 0.6并成功解决水资源调度问 题; 文献 / 9/ 指出当系统的数据完备且分布较均匀 时 β宜取较大的值; 文献 / 10/ 通过多次实验的方 法找到合适的 β值; 文献 [5] [11] 给出了确定 β及 其稳定阈值范围的方法; 本文采用多次实验验证的 方法来选择合适的 β 我们根据划分训练样本和测 试样本的比例 (分别为 50%、60%、70%、80%、 90%),对男女生样本各进行了5组实验,每组实验 中使 β取 0. 25, 0.3, 0. 35, 0.4, 0.45(ROSETTA中β 可取 / 0, 0.57), 为了进行比较, 每组中另外采用 ROSETTA软件提供的 Johnson约简算法进行一次 实验. 这样我们对男女生样本各进行了 30次实验. 并记录了每次实验中的分类预测准确率、规则数及 规则的支持度.

#### 4.2 实验结果及分析

表 2 列出了每次实验的分类预测准确率 (CA). 从表 2中可以看出, 虽然由于样本质量的影响, β取不同值时的 CA 值出现了不规则波动, 但是总体上来看, β取值越大时, CA 值也越大, 这在数量较多的女生样本实验中得到验证. 因此, 相对于 Paw lak 粗糙集模型, 变精度粗糙集模型可以获得质量更高的规则. 实验中我们还发现, 对于不同 β值, 当某一决策等价类的正区域改变幅度较小时, CA 值基本不变. 因此, 对于一定的样本数据及分布. β存在使分类预测准确率稳定的取值范围. 关

于求取 β阈值及其稳定区间的算法还有待探讨.

表 3 表 4列出了每组实验中采用变精度模型得到的最大 *CA* 值与采用 Johnson约简算法得到的 *CA* 值比较和规则质量比较. 表 3表明,采用变精度模型与采用 Johnson约简算法相比,分类预测的准确率并没有下降;表 4表明采用变精度模型提取的规则更简化、支持度更高、一致性更强.

实验的结果表明,采用变精度模型,可以通过设定合适的 β值使得分类预测准确率最大时获得更一致、更简化、更具有容噪性的规则.

表 2 各组实验中不同β值时的分类预测准确率比较

		0. 25	0. 3	0.35	0. 4	0. 45	JA
	50%	0 565 934	0. 565 934	0. 604 396	0. 587 912	0. 582 418	0. 593 407
	60%	0. 595 89	0. 609 589	0. 602 74	0 595 89	0. 595 89	0. 578 125
Male	70%	0 609 091	0. 606 091	0.6	0. 654 545	0. 654 545	0. 672727
	80%	0 589 041	0. 616 438	0. 589 041	0. 684 932	0. 684 932	0. 684932
	90%	0 459 459	0. 540 541	0. 594 595	0. 594 595	0. 594 595	0. 594 595
	50%	0 641 791	0. 679 015	0. 697 761	0.705 224	0. 705 224	0. 649 254
	60%	0 627 907	0. 669 767	0. 674 419	0.697674	0. 702 326	0. 706 977
Female	70%	0 639 752	0. 677 019	0. 701 863	0.701 863	0. 708 075	0. 701 863
	80%	0 663 551	0. 691 589	0. 710 28	0 710 28	0. 728 972	0. 738318
	90%	0 611 111	0. 648 148	0. 740 741	0.722222	0. 740 741	0. 722 222

其中, 加粗体表示准确率最大时的 β取值. A 表示采用 John son算法得到的分类预测准确率.

表 3 变精度法与 Johnson 算法的分类预测准确率比较

	M ale			Female			
	β	VPRS	JA	β	VPRS	JA	
50%	0. 35	0. 604 396	0. 593 407	0. 45	0. 705 224	0. 649 254	
60%	0. 3	0. 609 589	0. 578 125	0. 45	0. 702 326	0. 706 977	
70%	0. 4	0. 654 545	0. 672727	0. 45	0. 708 075	0. 701 863	
80%	0. 4	0. 684 932	0. 684932	0. 45	0. 728 972	0. 738318	
90%	0. 4	0. 594 595	0. 594 595	0. 45	0. 740 741	0. 722 222	

其中, β值为该组实验中分类预测准确率时的取值. VPRS表示采用变精度方法得到的分类预测准确率. A 同表 2

表 4 变精度法与 Johnson算法的规则质量比较

	M ale				Fem a le				
	Na 1	N a 2	Sup	Support		Na 1 No 2		Support	
50%	32 /32	38 /26	6. 9375	4. 549 02	31 /31	42/23	12. 516129	7. 532 258	
60%	31 /31	40 /26	5. 516 129	5. 054 545	31 /31	43/22	15. 516 129	7. 530 303	
70%	37 /37	40 /24	11. 513 514	6. 333 33	37 /37	48/27	13. 594 595	7. 138 889	
80%	41 /41	46 /28	9. 560 976	7. 223 881	40 /40	54/31	14.1	7. 487 5	
90%	42 /42	50/31	10. 642 858	7. 291 667	37 /37	55/30	17. 0	8. 783 133	

其中, 加粗体表示采用变精度法得到的结果; N ο 1表示所有规则数; N α 2表示一致性规则数; Suppor表示规则的样本支持数. 另外, 本表并没有给出各规则的可信度.

#### 4.3 男女决策规则的比较

表 5为 β = 0.4时提取的部分男女生 "愿意购买"的决策规则, 我们从中选取了支持度最大的几条进行了简单的比较分析.分析可得, 品牌、口味成为男女生购买饼干时重点考究的对象, 而对价格的

要求则相对低些. 男生在对品牌、口味都满意时还需要对包装或者饼干形状满意才表示愿意购买, 而女生此时只要价格和包装还过得去就表示愿意购买了. 类似的比较不再赘述. 值得一提的是, 由于样本的质量问题, 男女生的决策规则间的差异并不是非常明显, 这是下一步研究所应该解决的问题.

表 5 男女生部分"愿意购买"规则比较

	M ale	Female
1	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $B(+1) \Rightarrow G(+1)$	$K(+1)$ and $B(+1)$ and $dX(+1) \Rightarrow G(+1)$
2	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $dX(+1) \Rightarrow G(+1)$	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $J(0)$ and $B(0) \Rightarrow G(+1)$
3	$K(+1)$ and $B(+1)$ and $dX(+1) \Rightarrow G(+1)$	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $J(0)$ and $B(+1) \Rightarrow G(+1)$
4	$K(+1)$ and $J(0)$ and $X(+1) \Rightarrow G(+1)$	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $J(+1)$ and $B(0) \Rightarrow G(+1)$
5	$P(+1)$ and $K(+1)$ and $J(+1) \Rightarrow G(+1)$	$J(+1)$ and $B(+1)$ and $X(0) \Rightarrow G(+1)$
6	$P(+1)$ and $B(+1)$ and $dX(0) \Rightarrow G(+1)$	$P(+1)$ and $K(0)$ and $J(+1)$ and $B(+1) \Rightarrow G(+1)$

其中, P(+1) 表示对品牌的满意度为"满意"; G(+1) 表示"愿意购买"; 规则按照其支持度降序排列.

### 5 总结

本文探讨了基于变精度粗糙集模型的消费者决策心理分析方法. 实验研究表明, 采用变精度方法提取消费决策心理所潜在的规则是可行的. 但是, 该研究一方面还需要质量更高的样本数据的支持, 另一方面也需要粗糙集领域对 β取值的稳定性研究及相关算法研究的支持. 另外, 对现有数据还有待进一步从多个角度来深入分析和挖掘.

#### [参考文献]

- [1] Pawlak Z Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356
- [2] ZiarkoW. Variable precision rough setmodel [J]. Journal of Computer and System Science, 1993, 46(1): 39-59.
- [3] http://www.idi.ntnu.no/~aleks/rosetta/.2005-03-20.
- [4] 张文修, 吴志伟. 粗糙集理论介绍和研究综述 [J]. 模糊系统与数学, 2000, 14(4): 1-12

- [5] 张文修. 粗糙集理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2001. 123-131.
- [6] An A, Shan N, Chan C, et al Discovering rules forwater demand prediction: An Enhanced Rough – set Approach [J]. Engineering Application and Artificial Intelligence, 1996, 19(6): 645-653
- [7] An A, Chan C, Shan N, et al. Applying knowledge discovery to predict water supply consumption [J]. IEEE Intelligent Systems 1997, 12(4): 72-78
- [8] 叶东毅. 变精度属性约简及其在决策表规则提取中的应用[J]. 福建金融管理干部学院学报, 2003(4): 51-54
- [9] 张登峰, 王执铨. 故障特征选择与诊断规则提取的 VPRS模型方法 [J]. 系统仿真学报, 2003, 15(6): 793-803
- [10] 雷鹏, 顾冲时. 基于 VPRS 理论的裂缝影响因素分析 [J]. 水电能源科学, 2004, 22(4): 47-50.
- [11] 陶志, 许宝栋, 汪定伟, 李冉. 基于可变精度粗糙集理 论的粗糙规则挖掘算法 [J]. 信息与控制, 2004, 33 (1): 18-22

[责任编辑: 刘健]