广义 T－S模糊系统的鲁棒非脆弱控制

马宝萍, 赵 谨

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 在控制器的实现过程中, 由于 A/D、D/A 转换, 有限字长限制以及舍入误差等因素的影响, 使得控制器自身具有不确定性. 非脆弱控制的目的就是使控制器能够克服这种不确定性, 保证系统的稳定性, 并满足性能指标要求. 研究了广义 T－S模糊系统的鲁棒非脆弱控制, 考虑控制器增益为加法式摄动, 基于李亚普诺夫稳定性定理和线性矩阵不等式 (LMI)方法, 给出了非脆弱鲁棒控制器的存在条件与求解方法. 仿真实例表明了该方法的有效性和可行性.

[关键词] 模糊广义系统, 非脆弱控制, 线性矩阵不等式

[中图分类号] TP13 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2006)03-0010-04

Robust and Non-Fragile Control for Descriptor T－S Fuzzy System

MA Baoping ZHAO Jin

(School of Electrical and Automatic Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract In actual applications, imprecision in controller implementation, caused by A/D, D/A transformation, finite word length and errors, is unavoidable. Recently, non-fragile controller, which is robust to controller gain variations, has attracted more and more attention. This paper is concerned with the design problem of non－fragile controller for descriptor T-S fuzzy system, using Linear Matrix Inequalities (LMI). The controller uncertainties are assumed to be a class of additive. Based on the Lyapunov method, the state feedback control design for robust stability is given in terms of solutions to a LMI. A numerical example is presented to show the effectiveness and feasibility of this method.

Key words fuzzy descriptor systems, non-fragile control, linear matrix inequalities (LMI)

0 引言

T－S模糊模型是由一系列 If…Then规则描述的非线性模型, 它能够以局部范围内的线性化模型来逼近任意非线性系统, 并且形式简单, 已被广泛采用. 另一方面, 广义系统能够描述更一般类型的系统, 如电路系统模型、非动态约束等等. 因此, 采用广义模糊系统逼近非线性系统有着重要意义, 广义模糊系统由 TANIGUCHI[1]首次提出, 之后引起了广大学者的关注. 有关广义模糊系统控制器的设计和稳定性分析在文献 [1, 2]中进行了讨论.

众所周知, 基于系统参数的鲁棒控制要求控制器能够精确实现. 事实上, 由于 A/D、D/A 转换、有限字长限制以及舍入误差等因素的影响, 控制器在实现过程中具有一定的不确定性. KEEL等[3]指出现有的鲁棒控制设计方法对控制器参数的摄动会表现出脆弱性. 因此, 近年来一些学者开始关注非脆弱控制, 目的是使控制器必须对自身的不确定性具有鲁棒性. CHO[4]针对仿射参数不确定系统设计了鲁棒非脆弱 H_∞ 控制器, JADBABAIE[5]基于 LMI方法设计了非脆弱最优控制器, FAMULARO[6]采用静态状态反馈设计非脆弱 LQ 控制器, 舒伟仁[7]研究了时滞广义系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 控制. 然而, 关于广义模糊系统的非脆弱控制还未见报道.

收稿日期: 2006-04-12
基金项目: 江苏省教育厅自然科学资助项目 (2004113TSJB142).
作者简介: 马宝萍 (1973-), 女, 博士研究生, 讲师, 主要从事广义系统、模糊控制、智能控制等方面的教学与研究.
E-mail: mabaoping@njnu.edu.cn

本文研究广义T-S模糊系统的非脆弱控制器设计,基于李亚普诺夫稳定性定理和LMI方法给出了控制器的存在条件,应用LMI工具箱可解得非脆弱控制器的参数,经仿真验证,该方法简便有效.

1 广义T-S模糊系统

设R_i为第i条模糊规则,则广义T-S模糊系统的定义为:

R_i: If $\xi_1(t)$ is M_{1i} and $\xi_2(t)$ is M_{2i} … and $\xi_p(t)$ is M_{pi}

$$\text{Then}\begin{cases}\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t)\end{cases}\qquad i=1,2,\cdots r \tag{1}$$

其中,$M_{1i}\cdots M_{pi}$为模糊集合,r为规则数,$\boldsymbol{x}\in\boldsymbol{R}^n$为状态向量,$\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{R}^q$为输出向量,$\boldsymbol{u}\in\boldsymbol{R}^m$为输入向量,$\xi_1(t)-\xi_p(t)$为前提变量,并假设前提变量与控制向量$\boldsymbol{u}(t)$不相关.$\boldsymbol{E}\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$,$\boldsymbol{A}_i\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$,$\boldsymbol{B}_i\in\boldsymbol{R}^{n\times m}$,$\boldsymbol{C}_i\in\boldsymbol{R}^{q\times n}$.按照模糊规则的合成法,将式(1)中的各线性子系统进行模糊混合后,得到全局模型为:

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(t))(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(t)) \tag{2}$$

$$\boldsymbol{y}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(t))\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{x}(t) \tag{3}$$

其中$h_i(\xi(t))=w_i(\xi(t))/\sum_{i=1}^{r}w_i(\xi(t))$,$w_i(\xi(t))=\prod_{j=1}^{p}M_{ji}(\xi_j(t))$,$M_{ji}(\xi_j(t))$是变量$\xi_j(t)$在$M_{ji}$中的隶属度.因此$h_i(\xi(t))$可看作每条规则的规一化权重.

定义1[8] 系统(2)是一致正则的,如果存在$s\in C$使得$\det\left[s\boldsymbol{E}-\sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(t))\boldsymbol{A}_i\right]\neq 0,\ \forall t\geqslant 0$

定义2[8] 一致正则的系统(2)是无脉冲的,如果$\deg\det\left[s\boldsymbol{E}-\sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(t))\boldsymbol{A}_i\right]=\operatorname{rank}\boldsymbol{E}$成立.

基于T-S模糊系统设计模糊控制器时,大多采用并行分布式补偿控制器(parallel distributed compensation, PDC)方法,其中模糊控制器前件中的模糊集合与模糊模型中的相同,在后件中定义了局部控制器.针对系统(2)、(3)建立的PDC模糊控制器为:

$$\boldsymbol{u}(t)=\sum_{i=1}^{r}\hat{h}_i(\xi(t))\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{x}(t). \tag{4}$$

根据隶属函数选取的不同,h_i与$\hat{h}_j$可以相同或不同,本文仅讨论$h_i(\xi(t))\neq\hat{h}_i(\xi(t))$的情况,由此也很容易推导出两者相等情况下的结论.PDC模糊控制器的设计任务是确定结论部分的局部反馈增益$\boldsymbol{F}_i$.可见,PDC控制器的设计概念清晰,方法较简单.将式(4)代入式(2),整个模糊系统表示为:

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(t))\hat{h}_j(\xi(t))\{\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_j\}\boldsymbol{x}(t) \tag{5}$$

定理1[1] 广义模糊系统(2)能够由PDC模糊控制器(4)鲁棒镇定,当存在矩阵$\boldsymbol{X}$使以下条件成立:

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\geqslant 0 \tag{6}$$

$$\boldsymbol{G}_{ij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{ij}<0\qquad i,j=1,2,\cdots r \tag{7}$$

其中$\boldsymbol{G}_{ij}=\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_j$.

引理1[9] 给定适当维数的矩阵$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$和对称矩阵$\boldsymbol{Y}$,则不等式$\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}<0$对所有满足$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\leqslant\boldsymbol{I}$的矩阵$\boldsymbol{F}$成立,当且仅当存在一个常数$\varepsilon>0$,使得$\boldsymbol{Y}+\varepsilon\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<0$

2 鲁棒非脆弱控制器

事实上,广义模糊系统的控制器(4)在实现过程中存在着不确定性,考虑相加性不确定性,则控制器为:

$$\boldsymbol{u}(t)=\sum_{i=1}^{r}\hat{h}_i(\xi(t))(\boldsymbol{F}_i+\Delta\boldsymbol{F}_i)\boldsymbol{x}(t) \tag{8}$$

其中$\boldsymbol{F}_i$为所设计的控制器增益,$\Delta\boldsymbol{F}_i$代表控制器增益的摄动,

$$\Delta\boldsymbol{F}_i=\boldsymbol{H}_i\Phi_i\boldsymbol{G}_i \tag{9}$$

其中$\boldsymbol{H}_i$、$\boldsymbol{G}_i$为已知常数矩阵,不确定性参数矩阵Φ_i满足

$$\Phi_i^{\mathrm{T}}\Phi_i \leqslant \boldsymbol{I} \tag{10}$$

本文的目的是针对系统(2)、(3)设计形如式(8)的控制器,使得如下的闭环系统

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(t))\hat{h}_j(\xi(t))\{\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_j+\Delta\boldsymbol{F}_j)\}\boldsymbol{x}(t) \tag{11}$$

是鲁棒稳定的,即对所有满足式(9)的增益摄动,闭环系统(11)是正则的、稳定的且无脉冲.

定理2　当控制器增益的摄动如式(9)形式时,广义模糊系统(2)能够被形如式(8)的控制器镇定,如果存在$\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{M}_i$、$\boldsymbol{M}_j$、ε_i、ε_{ij}使得

$$\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\geqslant 0 \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_i & \boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_i & -\varepsilon_i\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0,\qquad i=1,2,\cdots r \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix}\Psi_{ij} & \boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{G}_j^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_i & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{G}_j & 0 & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0,\qquad i<j\leqslant r \tag{14}$$

其中
$$\boldsymbol{L}_i=\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_i+\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\Psi_{ij}=&\boldsymbol{X}(\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}})+(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{A}_j)\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{M}_i+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_j+\\&\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{H}_j\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{16}$$

由以上线性矩阵不等式的解可得出状态反馈控制器的增益$\boldsymbol{F}_i$为:

$$\boldsymbol{F}_i=\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}} \tag{17}$$

证明　考虑Lyapunov函数$V(\boldsymbol{x}(t))=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t)$,其中$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_1 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{P}_3 & \boldsymbol{P}_2\end{bmatrix}$,则

$$\begin{aligned}V(\boldsymbol{x}(t))=&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i\hat{h}_j\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[(\boldsymbol{A}_i-\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_j+\Delta\boldsymbol{F}_j))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_i-\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_j+\Delta\boldsymbol{F}_j))]\boldsymbol{x}(t)=\\&\sum_{i=1}^{r}h_i\hat{h}_j\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{G}_{ii}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}G_{ii}]\boldsymbol{x}(t)+\sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}h_i\hat{h}_j\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{G}_{ij}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{ji}]\boldsymbol{x}(t),\end{aligned}$$

其中$\boldsymbol{G}_{ii}=\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_i+\Delta\boldsymbol{F}_i)$, $\boldsymbol{G}_{ij}=\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_j+\Delta\boldsymbol{F}_j)$, $\boldsymbol{G}_{ji}=\boldsymbol{A}_j+\boldsymbol{B}_j(\boldsymbol{F}_i+\Delta\boldsymbol{F}_i)$,

由此得出以下稳定性条件:

$$\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\geqslant 0 \tag{18}$$

$$\boldsymbol{G}_{ii}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{ii}<0,\qquad i=1,2,\cdots,r \tag{19}$$

$$(\boldsymbol{G}_{ij}+\boldsymbol{G}_{ji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{G}_{ij}+\boldsymbol{G}_{ji})<0,\qquad i<j\leqslant r \tag{20}$$

式(18)可重写为:$\boldsymbol{P}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{P}^{-1}\geqslant 0$,令$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{P}^{-T}$,即

$$\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\geqslant 0 \tag{21}$$

考虑式(9)的加法式摄动,代入式(19)得:

$$\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i+(\boldsymbol{H}_{i1}\Phi_{i1}\boldsymbol{G}_{i1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{H}_{i1}\Phi_{i1}\boldsymbol{G}_{i1})<0$$

根据引理1,上式成立当且仅当存在常数$\varepsilon_i>0$,使得

$$\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{F}_i+\varepsilon_i\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{H}_{i1}\boldsymbol{H}_{i1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\varepsilon_i^{-1}\boldsymbol{G}_{i1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_{i1}<0,$$

由Schur补定理,上式成立等价于

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_{i1} & \boldsymbol{G}_{i1}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_{i1} & -\varepsilon_i\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{22}$$

其中,$\boldsymbol{L}_{i1}=\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_i+(\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{H}_{i1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i(\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{H}_{i1})$.

用$\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}^{-T},\boldsymbol{I})$和$\mathrm{diag}(\boldsymbol{P}^{-1},\boldsymbol{I})$分别左乘、右乘式(22)的左边,并令$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{P}^{-\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{M}_i=\boldsymbol{F}_i\boldsymbol{P}^{-1}$,则式(22)可写为:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_i & \boldsymbol{G}_{i1}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{G}_{i1} & -\varepsilon_i\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{23}$$

其中, $L_i = XA_i^{\mathrm{T}} + A_iX^{\mathrm{T}} + M_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + B_iM_i + XH_{i1}^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + B_iH_{i1}X^{\mathrm{T}}$.

同样将式(9)所示的控制器增益摄动代入式(20), 可得:

$$(G_{ij}+G_{ji})^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}(G_{ij}+G_{ji}) = A_i^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}A_i + A_j^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}A_j + F_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}B_iF_j + F_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}B_jF_i + \begin{bmatrix} P^{\mathrm{T}}B_jH_i & P^{\mathrm{T}}B_iH_j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_i & 0 \\ 0 & \Phi_j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G_i \\ G_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_i^{\mathrm{T}} & G_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_i^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & \Phi_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}P \\ H_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P \end{bmatrix} < 0$$

根据引理 1, 上式成立当且仅当存在常数 $\varepsilon_{ij} > 0$, 使得 $A_i^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}A_i + A_j^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}A_j + F_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}B_iF_j + F_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}P + P^{\mathrm{T}}B_jF_i + \varepsilon_{ij}\begin{bmatrix} P^{\mathrm{T}}B_jH_i & P^{\mathrm{T}}B_iH_j \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}P \\ H_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon_{ij}}\begin{bmatrix} G_i^{\mathrm{T}} & G_j^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} G_i \\ G_j \end{bmatrix} < 0$, 应用 Schur补定理, 并令 $X = P^{-\mathrm{T}}$, $M_i = F_iP^{-1}$, $M_j = F_jP^{-1}$, 可得式(14).

3 实例

考虑如下的广义 T－S模糊系统[8]

R_i: if $x_1(t)$ is M_i then $E\dot{x} = A_ix(t) + B_iu(t)$, $i = 1, 2$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\quad A_1 = \begin{bmatrix} -11 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix},\quad A_2 = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

隶属函数取为: $h_1(x_1(t)) = 1 - \frac{1}{1+e^{-2x_1}}$, $h_2(x_1(t)) = \frac{1}{1+e^{-2x_1}}$.

针对该系统设计 PDC模糊控制器, 控制器增益的摄动参数取为[－1, 1]之间的随机数,

$H_1 = \begin{bmatrix} 0.54 & 0.4 \end{bmatrix}$, $H_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$,

$G_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$, $G_2 = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.3 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix}$.

应用 Matlab中的 LMI工具箱求解线性矩阵不等式(12)～(14), 得到可行解为:

$$X = \begin{bmatrix} 0.0417 & 0.1119 & -0.2541 \\ 0.1119 & 0.8192 & -0.6336 \\ 0 & 0 & -0.0634 \end{bmatrix},$$

$\varepsilon_1 = 7$, $\varepsilon_2 = 8$, $\varepsilon_{12} = 1.3531$,

$M_1 = \begin{bmatrix} -0.3821 & 0.2284 & 1.6985 \end{bmatrix}$,

$M_2 = \begin{bmatrix} -0.7883 & -0.0665 & 1.4791 \end{bmatrix}$

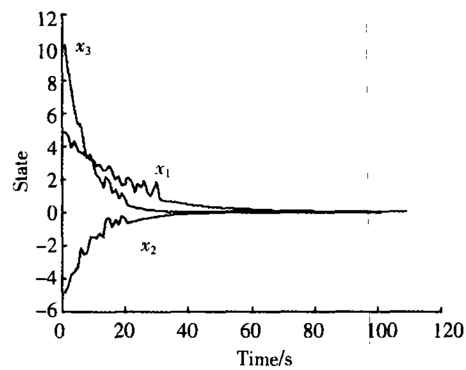

图 1 闭环系统状态响应曲线

状态反馈控制器增益为:

$F_1 = \begin{bmatrix} -185.3526 & 4.8878 & -26.7691 \end{bmatrix}$, $F_2 = \begin{bmatrix} -177.2711 & 6.0986 & -23.3111 \end{bmatrix}$

故非脆弱控制器为:

$$u(t) = \left\{\left(1 - \frac{1}{1+e^{-2x_1}}\right)(F_1 + \Delta F_1) + \frac{1}{1+e^{-2x_1}}(F_2 + \Delta F_2)\right\}x(t)$$

闭环系统的状态响应曲线如图 1所示, 可见在控制器增益摄动的情况下, 系统仍保持稳定且无脉冲.

4 结论

本文研究了广义 T－S模糊系统的鲁棒非脆弱控制器设计, 考虑控制器增益为加法式摄动, 基于 LMI方法给出控制器的存在条件, 利用 LMI工具箱可直接解出控制器增益. 数值实例的仿真结果表明该算法的有效性.

(下转第 89页)

[参考文献] (References)

[1] 刘光. 地理信息系统二次开发教程——组件篇[M]. 北京:清华大学出版社, 2003.
LIU Guang. Developing GIS－Objects Part[M]. Beijing: Qinghua University Press, 2003.
[2] 张超. 地理信息系统实习教程[M]. 北京:高等教育出版社, 2000: 116－126.
ZHANG Chao. GIS Exercise Book[M]. Beijing: High Education Press, 2000: 116－126.
[3] 陈彦军,吴国平,李敬民. 基于GIS空间分析的物流配送模型研究及应用[J]. 南京师范大学学报:工程技术版, 2004, 4(3): 68－70.
CHEN Yanjun, WU Guoping, LI Jingmin. Research and application of delivery model based on GIS spatial analysis[J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology, 2004, 4(3): 68－70.

[责任编辑:刘　健]

(上接第 13页)

[参考文献] (References)

[1] TAMOGICHI T, TANAKA K, YAMAFUJI K, et al. Fuzzy descriptor systems: stability analysis and design via LMIs[C] // Proceedings of American Control Conference. San Diego: American Automatic Control Council, 1999: 1827－1831.
[2] TANIGUCHI T, TANAKA K, YAMAFUJI K, et al. Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8(4): 442－452.
[3] KEEL L H, BHATTACHARYYA S P, ROBUST. Fragile, or Optimal[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098－1105.
[4] HYUN, SANG C KIM K TAE, PARK H BAE. Robust and non-fragile H_∞ controller design for affine parameter uncertain systems[C] // Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney, NSW: Australia IEEE, 2000: 3224－3229.
[5] JADBABAIE A, CHAOUKI T A, ABDALAH, et al. Robust, non-fragile and optimal controller design via linear matrix inequalities[C] // Proceedings of the American Control Conference. Philadelphia, Pennsylvania: American Automatic Control Council, 1998: 2842－2846.
[6] DOMENICO F, CHAOUKI T A. Robust non-fragile LQ controllers: the static state feedback case[C] // Proceedings of the American Control Conference. Philadelphia, Pennsylvania: American Automatic Control Council, 1998: 1109－1113.
[7] 舒伟仁,张庆灵. 不确定时滞广义系统的鲁棒非脆弱H_∞控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(6): 629－633.
SHU Weiren, ZHANG Qingling. Robust and non-fragile H_∞ control for uncertain singular systems with time-delay in state[J]. Control and Decision, 2005, 20(6): 629－633. (in Chinese)
[8] 朱宝彦,张庆灵. 参数不确定的广义 T－S模糊系统的最优保成本控制. [J]系统工程理论与实践, 2004, 25(12): 49－57.
ZHU Baoyan, ZHANG Qingling. Optimal guranteed cost control for T－S fuzzy descriptor systems with uncertain parameters [J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2004, 25(12): 49－57. (in Chinese)
[9] KHARGONEKAR P, PETERSEN I R, ZHOU K. Robust stabilization of uncertain systems and H_∞ optimal control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(3): 351－361.

[责任编辑:刘　健]