

# EMD 及其在脑电分析中的应用研究

周百新, 梁忠诚, 赵 阳, 王 蔚, 赵新红

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 基于经验模态分解(EMD)的数据分析方法, 是一种针对非线性、非平稳信号处理的新方法. 使用 EMD 法可以将任意复杂的数据信号分解为多个有限的、数据量较小的“本征模函数”(MF). 这些本征模函数很适合求其 Hilbert 变换. 信号的局部能量和瞬时频率都可以从其本征模函数中推导出来. 这个完整的能量-频率-时间关系称为 Hilbert 谱, 它是一种分析非线性、非平稳信号的理想方法. 介绍了 EMD 法的原理和实现过程, 给出了多个实例的本征模函数和 Hilbert 谱, 并展示了它在非稳态信号处理中的特性. 同时, 还探索将这种基于 EMD 的分析方法应用于脑电信号的分析中, 并给出了脑电信号的部分本征模函数(MF)分量及 Hilbert 振幅和频谱图. 试图用一种新的方法分析复杂的非平稳脑电信号.

[关键词] 经验模态分析(EMD), 脑电信号, 非平稳信号, 本征模函数(MF), 希尔伯特谱

[中图分类号] TP274+.5 [文献标识码] B [文章编号] 1672-1292(2007)01-0008-06

## EMD and Research Employed to Electroencephalogram Analysis

Zhou Baixi, Liang Zhongcheng, Zhao Yang, Wang Wei, Zhao Xinrong

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

**Abstract** Based on the Empirical Mode Decomposition (EMD), a new data analysis method for processing nonlinear and non-stationary signal has been developed. The key part of method is the EMD method with which any complicated data signal can be decomposed into a finite and often small number of Intrinsic Mode Functions (MF) that admit well-behaved Hilbert transforms. The local energy and instantaneous frequency of the signal can be derived from the MFs. This full energy-frequency-time relation of the data signal is called the Hilbert spectrum. It is an ideal for nonlinear and non-stationary data analysis. The principle and sifting process of the EMD method are introduced, and analysis results about some actual examples with EMD method are also shown. The possibility that the EMD method is applied in analysis of an Electroencephalogram (EEG) is discussed and a few Intrinsic Mode Function (MF) components and Hilbert spectrum of the EEG are given. The EMD method presented is attempted to analysis the complex non-stationary EEG data signal.

**Key words** empirical mode decomposition (EMD), electroencephalogram (EEG), non-stationary data signal, intrinsic mode function (MF), Hilbert spectrum

## 0 引言

脑电信号(EEG)是通过大脑表皮记录到的神经细胞的电活动信号. 脑电信号表面上看是无序的、变化和涨落起伏的非线性和非平稳信号. 非平稳信号的分析处理有很多方法, 包括加窗付里叶变换、小波分析、人工神经网络以及基于混沌理论的各种分析方法<sup>[1, 2]</sup>等. 长期以来, 人们一直在探索适合脑电分析的方法, 尤其是近几年, 脑电分析相继出现了许多新方法<sup>[3]</sup>. 本文探索利用一种新的信号处理方法——经验模态分析法(Empirical Mode Decomposition, EMD)对采集到的脑电信号进行分析, 并得到了相应的 Hilbert 振幅和频谱.

1998年, Huang<sup>[3]</sup>提出了 EMD 分析法, 这种方法不仅可以适用于线性过程的分析, 而且适用于非线性

收稿日期: 2006-03-12

基金项目: 南京师范大学“211”学科建设基金(1843202529)资助项目.

作者简介: 周百新(1957-), 女, 副教授, 主要从事电子技术应用和信号处理等方面的教学与研究. E-mail: zhoubaixin@njnu.edu.cn

和非平稳时间序列的分析. 采用 EMD 方法可将信号分解为若干个本征模函数 ( Intrinsic Mode Function, MF), 这些 MF 是完备的并且正交<sup>[4]</sup>. 由于 EMD 方法是依据数据本身的时域信息进行的时域分解, 得到的 IMF 通常个数是有限和平稳的, 而且是具有实际意义的窄带信号, 基于这些 IMF 分量进行的 Hilbert 变换其结果反映了真实的物理信息, 因此, 其 Hilbert 谱也能够准确反映出信号能量、频率在空间或时间尺度上的分布. EMD 方法是自适应的, 其分解非常快速有效. 而且基于 EMD 的 Hilbert 变换得到的每个 MF 的振幅和频率是随时间变化的, 消除了经典频谱分析法中为反映非线性、非平稳过程而引入的多余无物理意义的简谐波. 与小波分析法相比, EMD-Hilbert 方法具有小波分析的全部优点, 但在分辨率上消除了小波分析的模糊和不清晰, 具有更准确的谱结构. 因此这种基于 EMD 的 Hilbert 频谱分析方法, 在非线性和非平稳过程的分析中具有很高的应用价值<sup>[5]</sup>.

## 1 EMD 分析法

EMD 方法是先将数据信号分解成若干个 MF, 所分解出的 MF 突出了信号局部特征. MF 具有如下特点:

(1) 其极值点和过零点数目相等或最多相差一个;

(2) 分别连接局部最大值和局部最小值形成上、下两条包络线, 其均值在任一点处为零. 分解时, 先找出原始信号  $x(t)$  的局部最大值或最小值, 用 3 次样条函数进行插值, 分别形成上包络  $ev_1$  和下包络  $ev_2$ , 然后再求上、下包络的平均值  $m_1$  和差值  $h_1$ :

$$\begin{aligned} m_1(t) &= [ev_1(t) + ev_2(t)]/2 \\ x(t) - m_1(t) &= h_1(t). \end{aligned} \quad (1)$$

一般情况下,  $h_1(t)$  还不是一个平稳的数据序列, 为此需要对上述过程重复  $k$  次, 直到所得到的平均包络趋于零为止, 这就是第一个 MF 分量  $c_1(t)$ :

$$h_1(k-1)(t) - m_1k(t) = h_1k(t), \quad c_1(t) = h_1k(t), \quad (2)$$

第一个 MF 分量代表原始数据中最高频率的分量. 将原始数据序列  $x(t)$  减去第一个 MF 分量  $c_1(t)$ , 可以得到一个去掉高频分量的差值数据序列  $r_1(t)$ . 对  $r_1(t)$  再进行上述平稳化处理过程可以得到第二个 MF 分量  $c_2(t)$ , 如此重复下去直到最后一个差值序列  $r_n(t)$  不可分解为止, 此时  $r_n(t)$  代表原始数据的趋势或均值:

$$\begin{aligned} r_1(t) - c_2(t) &= r_2(t) \\ &\vdots \\ r_{n-1}(t) - c_n(t) &= r_n(t). \end{aligned}$$

原始数据序列可由这些 MF 分量和余量  $r_n(t)$  叠加重构:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t).$$

由于每一个 MF 分量都是代表一组特征尺度的数据序列, 因此这个平稳化的处理过程实际上是将原始数据序列分解为各种不同特征波动的叠加. 需要说明的是, 每一个 MF 分量既可以是线性的也可以是非线性的.

## 2 Hilbert 变换

进行 EMD 分解的目的之一就是对信号进行 Hilbert 变换, 进而得到一系列 Hilbert 谱. 基于 MF 分量的 Hilbert 谱可以用二维或三维图形 (振幅、频率和时间) 表示. 在对每一个 MF 进行 Hilbert 变换后, 得到一个变换平面内的数据序列  $y(t)$ :  $y(t) = \frac{1}{8^p} \int_{t-x}^t \frac{x(\tau)}{\tau-x} d\tau$ , 其中  $p$  为 Cauchy 主值. 由原始数据信号  $x(t)$  和  $y(t)$  可以构成一个复数称为解析函数  $Z_i(t)$ :

$$\begin{aligned} Z_i(t) &= x_i(t) + jy_i(t) = a_i(t) e^{j\theta_i(t)}, \\ a_i(t) &= \sqrt{x_i(t)^2 + y_i(t)^2}, \quad \theta_i(t) = \arctan\left[\frac{y_i(t)}{x_i(t)}\right]. \end{aligned}$$

得到的瞬时频率为:  $\omega_i(t) = \frac{d\theta_i(t)}{dt}$ ,  $f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi}$  Hz 因此, 原始数据序列可以表示为:  $x(t) = \text{Re} \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int \omega_i(t) dt}$ .

与经典付里叶变换不同的是, 这里的振幅  $a(t)$  和瞬时频率  $\omega(t)$  不再是个常数, 而是时间  $t$  的函数. 在 振幅—频率—时间 三维空间中, 把振幅绘制在频率—时间平面上  $H(t, \omega)$  称为 Hilbert 振幅谱, 由于能量可用振幅的平方来表示, 因此, Hilbert 振幅谱能够同时表示出信号能量在频率和时间上的分布规律<sup>[5]</sup>.

### 3 数值算例

#### 3.1 算例 1

如图 1 所示, 原始信号  $x_1(t) = \cos(2/30^\circ \pi^\circ t) + \cos(2/34^\circ \pi^\circ t)$ .  
从图 1 的分析中可见, 只要将幅值较大的前 2 个 MF 模态相加, 基本能重构原函数. 对应的 Hilbert 频谱中第一个 MF 分量  $C_1$  的频率  $f_1 = 1/30 = 0.033$  第二个 MF 分量  $C_2$  的频率  $f_2 = 1/34 = 0.029$  其他 2 个 MF 分量的能量很小, 是分解中引起的噪声. 因此, 经过 EMD 分解完全可以将主分量与干扰分开.

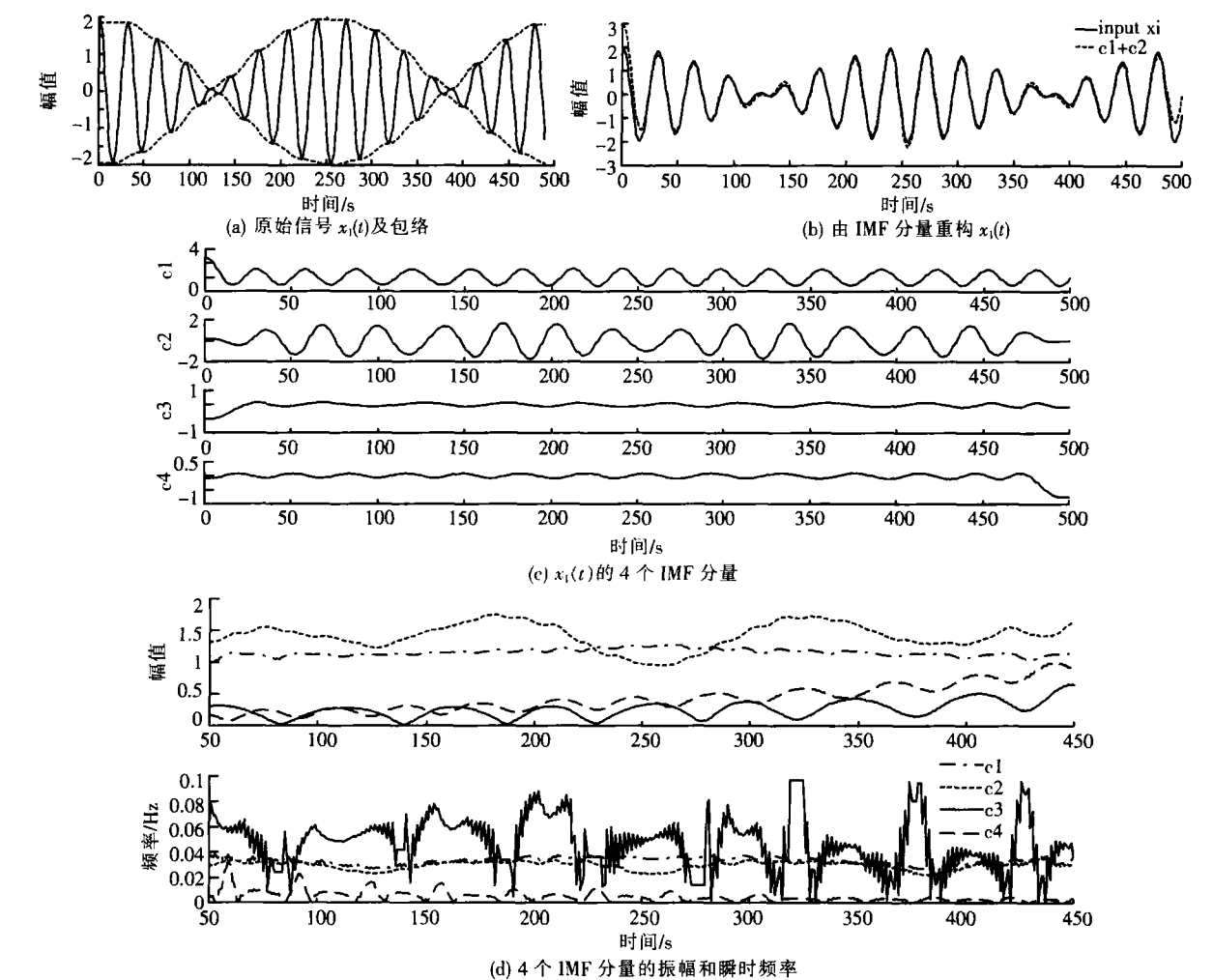


图 1  $x_1(t)$  的 IMF 和 Hilbert 分析  
Fig.1 The IMFs and Hilbert analysis for  $x_1(t)$

#### 3.2 算例 2

如图 2 所示,  $x_2(t) = \sin(2^\circ \pi^\circ 1/100^\circ t) - 0.5^\circ (1 - \cos(2^\circ \pi^\circ 1/100^\circ (t + dt)))$ ,  
我们在原始信号的  $t = 200\Delta t$  处人为加了一个高频干扰. 从图 2 的分析中可以看出, 在每一个 MF 分量及相应的时域和 Hilbert 频域中, 都能明显而准确的显示出这个高频干扰出现的时刻和引起的扰动现

象.可见,EMD分析不仅能够将信号分解为不同频谱的窄带信号,而且还能根据分解后的 MF 分量及 Hilbert 振幅和瞬时频谱,精确判断各个频率出现的时刻.这个特性是经典频谱分析法无法做到的.

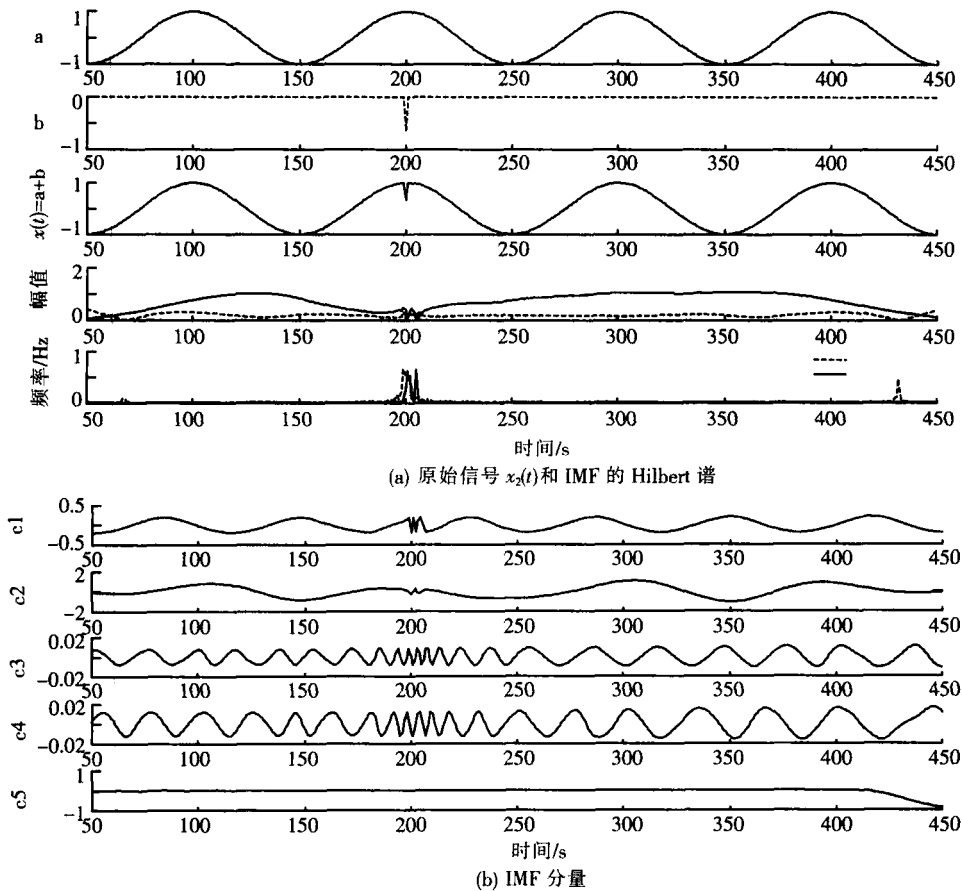


图 2  $x_2(t)$ 、IMF 和 Hilbert 谱分析  
Fig.2  $x_2(t)$ 、IMF and Hilbert spectrum analysis

4 脑电信号的分析

从大脑头皮不同位置记录到神经细胞的电活动信号,代表了不同区域的脑神经活动情况.本文采用 16 导联国际 10~20 系统电极安装标准,参考电极取互连的左右耳电极 ( $A_1 + A_2$ ). EEG 数据采集利用国产的 16 导脑电采集系统<sup>[6]</sup>.采样频率为 100 Hz 采集对象为健康人、闭目清醒状态,测试时间为无间断 100 s

在脑电图中,对诊断有用的信号主要是频率 0~32 Hz 的  $\alpha$  (8~16 Hz)、 $\beta$  (16~32 Hz)、 $\theta$  (4~8 Hz) 和  $\delta$  (0~4 Hz) 波.采用 EMD 分解出来的 MF 分量,有其频率逐渐下降的特性.如果各 MF 分量的 Hilbert 频谱不重叠,很容易从其 MF 分量中找出对诊断有用的信号.我们对脑电信号 EMD 的分解和其各个 MF 分量、Hilbert 振幅和瞬时频率的结果如图 3 所示.(由于篇幅的限制,仅给出部分图的结果).

图 3 (a) 给出了 Fp1 的 8 个 MF 分量,图 3 (b) 是 MF 分量的  $c_5$ 、 $c_{15}$  和  $c_{25}$ 、 $c_{35}$  对应的 Hilbert 振幅和瞬时频率.由此图可以看出,随着分解的进行, MF 分量的瞬时频谱呈逐渐下降趋势,各 MF 分量的能量也明显不同.

如果对这一段时间内所有 MF 分量进行分析,找出平均能量较大的 MF 主分量,再对这些主分量进行详细分析,就可以得到这一时段的主要特征.从图 3 (b) 中可以看出,在这 8 s 时间内, MF 的第 20 和 23 个分量的瞬时能量和平均能量都是较大的.  $c_{23}$  的详细 MF 和 Hilbert 谱如图 3 (c) 所示.图 3 (d) 显示了次大分量  $c_{20}$  的 MF 和 Hilbert 谱.

一般来说,医生可以从 30 s 的脑电信号中判断出大脑的状况,由于脑电信号是非常复杂的非平稳、非线性信号,用 EMD 分析时,样本点太多不易收敛.而且,即便是按照目前最好的边界处理方法<sup>[4 6 7]</sup>,也只

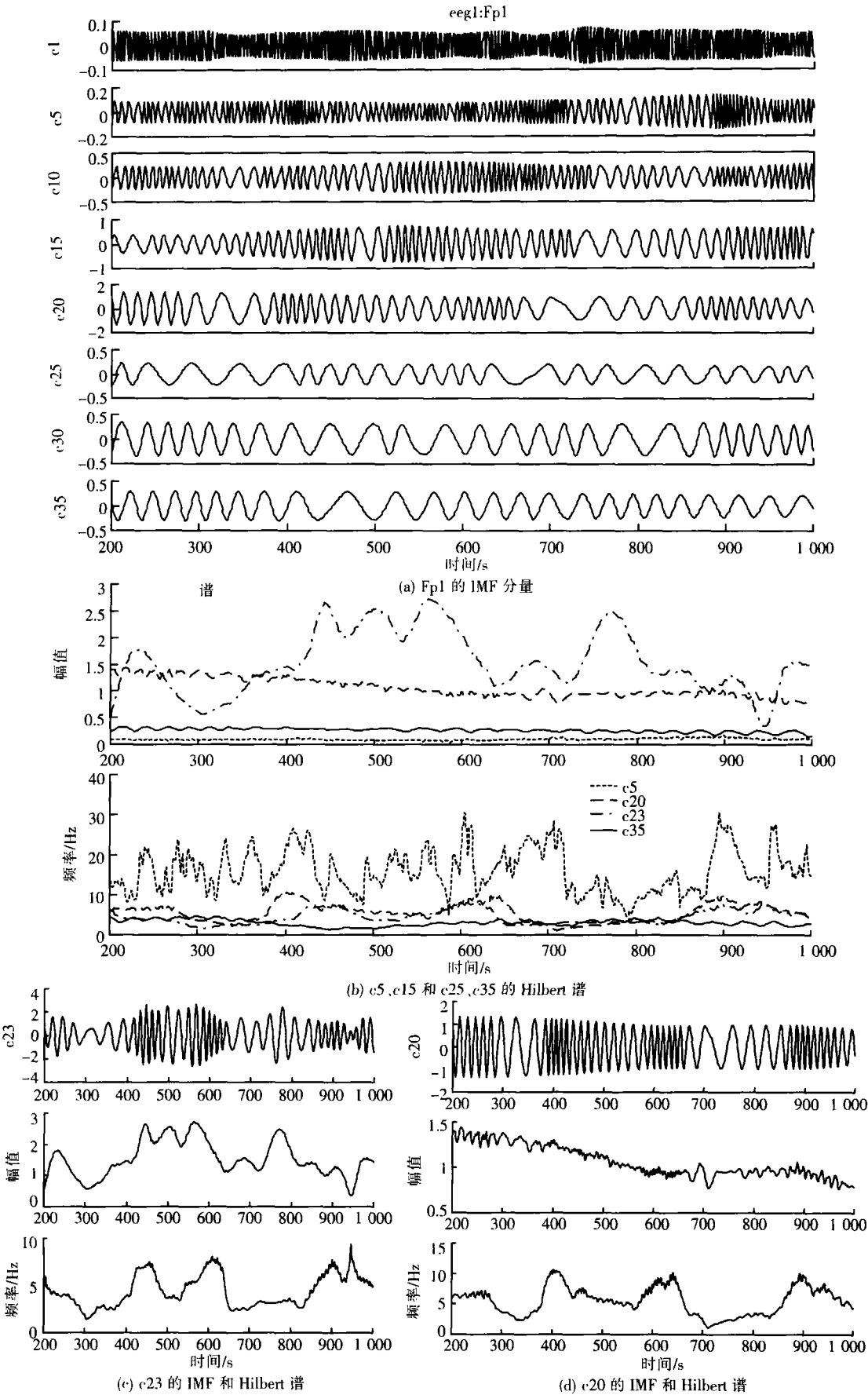


图 3 脑电信号的 EMD 分析  
Fig.3 EMD analysis for EEG signal

能减少边界效应的影响. 当 MF分量太多时, 不管怎样处理边界, 其 MF包含的真实信息也会大大减少. 因此, 我们采用将 32 s的 EEG 信号分为 4个 12 s进行 EMD分解. 由于采集的原始信号很长有 100 s, 边界不作特别处理, 每得到一个 MF分量, 丢掉两边边界点的数据. 以保证以后的数据不受污染. 4次分别取 2 ~ 14 s, 10 ~ 22 s, 18 ~ 30 s, 26 ~ 36 s以保证在连续 32 s内不漏掉数据信息.

## 5 结束语

由于脑电信号的复杂性和 EMD方法本身也还存在一些问题, 使得这种基于 EMD的脑电分析还很不完善. 本文旨在抛砖引玉, 试图用一种新的分析方法去探索脑电信号中的奥秘. 有关用 EMD方法对脑电信号的进一步分析和研究将在后续文章中给出.

## [参考文献] (References)

- [1] 季忠, 秦树人. 时频测试方法在脑电信号分析中的应用 [J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2003, 26 (11): 1-4  
Ji Zong, Qin Shuren. The Application of time-frequency testing methods in EEG signals analysis [J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2003, 26 (11): 1-4 (in Chinese)
- [2] 刘大路, 江朝辉, 冯焕清, 等. 小波和主分量分析方法研究思维脑电 [J]. 生物物理学报, 2003, 19(4): 415-418  
Liu Dalu, Jiang Zhaohui, Feng Huanqing, et al. Mental EEG analysis using wavelet transform and principal component analysis [J]. ACTA Biophysica Sinica, 2003, 19(4): 415-418 (in Chinese)
- [3] Huang N E, Shen Z, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for non linear and non-stationary time series analysis [J]. Proc R Soc Lond A, 1998, 454 (1): 903-995
- [4] 黄大吉, 赵进平, 苏纪兰. 希尔伯特-黄变换的端点延拓 [J]. 海洋学报, 2003, 25(1): 1-10  
Huang Daji, Zhao Jinping, Su Jilan. Practical implementation of the Hilbert-Huang transform algorithm [J]. ACTA Oceanologica Sinica, 2003, 25(1): 1-10 (in Chinese)
- [5] 王蔚, 陈杰, 张胜, 等. 16导脑电信号分形强度的左右分布 [J]. 上海交通大学学报, 2003, 37(9): 1477-1479  
Wang Wei, Chen Jie, Zhang Sheng, et al. Distribution of multifractal strength of 16 channel Electroencephalogram (EEG) signals [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(9): 1477-1479 (in Chinese)
- [6] 陈忠, 郑时雄. EMD信号分析方法边缘效应的分析 [J]. 数据采集与处理, 2003, 18(1): 114-118  
Chen Zhong, Zheng Shixiong. Analysis on end effects EMD method [J]. Journal of DATA Acquisition and Processing, 2003, 18(1): 114-118 (in Chinese)
- [7] 邓拥军, 王伟, 钱成春, 等. EMD方法及 Hilbert变换中边界问题的处理 [J]. 科学通报, 2001, 46(3): 250-258  
Deng Yongjun, Wang Wei, Qian Chengchun, et al. The EMD method and the boundary problem of Hilbert transform [J]. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(3): 250-258 (in Chinese)
- [8] 许宝杰, 张建民, 徐小力, 等. 抑制 EMD端点效应方法的研究 [J]. 北京理工大学学报, 2006, 26(3): 196-200  
Xu Baojie, Zhang Jianmin, Xu Xiaoli, et al. A Study on the method of restraining the ending effect of empirical mode decomposition [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2006, 26(3): 196-200 (in Chinese)
- [9] 李永勤, 王清, 邓亲凯. EMD及其在生物医学信号处理中的应用 [J]. 生物医学工程学杂志, 2005, 22(5): 1058-1062  
Li Yongqin, Wang Qing, Deng Qinkai. Research on EMD and its application in biomedical signal processing [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2005, 22(5): 1058-1062 (in Chinese)
- [10] 黎洪生, 吴小娟, 葛源. EMD信号分析端点问题的处理 [J]. 电力自动化设备, 2005, 25(9): 47-49  
Li Hongsheng, Wu Xiaojuan, Ge Yuan. Dealing with end issue of EMD method [J]. Electric Power Automation Equipment, 2005, 25(9): 47-49 (in Chinese)
- [11] 刘慧婷, 张 , 程家兴. 基于多项式拟和算法的 EMD端点问题的处理 [J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(16): 83-85  
Liu Huiting, Zhang Ming, Cheng Jiaxing. Dealing with the end issue of EMD based on polynomial fitting algorithm [J]. Computer Engineering and Applications, 2004, 40(16): 83-85 (in Chinese)

[责任编辑: 刘 健]