

基于隶属函数的疲劳寿命预测模型

陈胜军

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 针对传统疲劳寿命预测误差较大的问题, 提出了将隶属函数应用于疲劳寿命预测的新方法, 并建立了基于隶属函数的疲劳寿命预测模型. 该模型考虑了低于疲劳极限的应力所带来的损伤作用, 实例对比分析表明: 所建立的预测模型具有精度高、适用性强、使用方便的特点, 是一种实用有效的预测方法.

[关键词] 疲劳寿命, 隶属函数, 预测模型

[中图分类号] O 213. 2 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2007) 02-0006-04

Fatigue Lifetime Prediction Models Based on Membership Function

Chen Shengjun

(School of Electric and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract Deviation of tradition fatigue lifetime prediction is bigger. A new fatigue lifetime prediction method is given and the fatigue lifetime prediction models are set up based on membership function. Models consider the impairing effect stresses below weary limit. Contrasting analysis of the project instantiality indicates the prediction models which are set up, with typical high precision, wide applicability and convenient application, are a useful prediction methods.

Key words fatigue lifetime, membership function, prediction models

0 引言

在工程实际中, 零部件所载荷的频率和幅值一般都随时间在变化, 即承受多级载荷的作用. 在多级载荷下疲劳强度和寿命预测中, Miner 疲劳损伤线性累积理论^[1]被广泛应用. 该理论假设: (1) 累积损伤只产生在应力大于材料疲劳极限的范围内, 小于材料疲劳极限的应力不引起损伤而具有无限寿命; (2) 各循环应力所产生的损伤分量之和为 1 时, 试样发生破坏; (3) 试样达到破坏时的总损伤量是一个常数, 且损伤与载荷的作用次序无关. 大量试验证明^[2]: 当各个作用载荷的应力幅值无巨大差别以及无短时的强烈过载时, 该规律基本正确; 当各个作用载荷的应力幅值差别较大时, 损伤与载荷幅值及其作用次序均有关系; 实际达到破坏时的总累积损伤量约在 0.7~2.2 之间.

由于 Miner 理论没有考虑应力级间的相互影响和低于疲劳极限以下应力的损伤作用, 所以不少学者提出了修正理论^[3], 如 Corten-Dolan, Haibach 理论等. 其中以 Corten-Dolan 理论应用较多. 该理论是以最大交变应力下所产生的损伤数目与疲劳裂纹的扩展速率为依据来进行疲劳寿命估计的. 实践表明: 上述理论各有特点, 对于低应力损伤分量所占比重较大的场合, 应用 Corten-Dolan 理论估计的疲劳寿命, 将比用 Miner 理论估计的疲劳寿命为短, 比较符合实际; 当应力谱中有较多的应力级, 其工作循环数很大而又紧靠在疲劳极限附近时, 用 Haibach 理论估计的结果比用 Miner 理论所作的估计较为安全^[3]. 总体而言, 传统疲劳寿命预测理论在实际应用中的误差较大, 探讨更加符合工程实际的新的预测方法很有必要.

隶属函数是模糊理论^[4-6]的核心概念. 本文将隶属函数与传统的疲劳寿命预测理论相结合, 提出并建立了一种新的基于隶属函数的疲劳寿命预测模型, 并对模型进行验证.

收稿日期: 2006-12-18

基金项目: 南京师范大学科研启动基金 (2002KZXXGQ2B31) 资助项目.

作者简介: 陈胜军 (1964-), 副教授, 博士, 主要从事可靠性与质量工程等方面的教学与研究. E-mail: shjunchen@163.com

1 基于隶属函数的疲劳寿命预测模型的建立

为了便于讨论, 作如下约定: s_e 表示疲劳极限; s_i 表示第 i 级应力; n_i 表示第 i 级应力作用的次数; N_i 表示在第 i 级应力单独作用下发生疲劳破坏的应力循环次数; N_0 表示应力循环基数.

1.1 疲劳寿命预测隶属函数的定义

设 A 表示对材料造成损伤的应力集合, 则其隶属函数定义如下:

$$\mu_A(s) = \begin{cases} 1 & (s \geq s_e), \\ N_0/N & (s < s_e). \end{cases} \quad (1)$$

由式 (1) 所定义的隶属函数可知:

(1) 当循环应力在材料疲劳极限之上, 即 s 大于或等于 s_e 时, 取 s 对模糊集合 A 的隶属度为 1 这就表示此时的循环应力 s 肯定会对材料造成损伤. 此时的疲劳寿命按疲劳寿命曲线即 $s-N$ 曲线计算;

(2) 当循环应力在材料疲劳极限之下时, 即 s 小于 s_e 时, 我们认为此时的应力 s 仍会对材料造成损伤, 而且不同大小的应力对材料造成损伤的程度也不相同, 这种不同用应力 s 对于模糊集合 A 的隶属度来表示. 显然, 此时应力 s 对于模糊集合 A 的隶属度是一个小于 1 的数, 并把它取为 N_0/N . 此处的 N 表示应力 s 单独作用时使材料发生疲劳破坏时的应力循环次数. 显然, N 大于 N_0 .

由上述分析可知, 式 (1) 所定义的隶属函数是合理的, 它属于戒下型即升半型隶属函数^[2]. 戒下型隶属函数有很多种, 下面的实例将分析选用不同的隶属函数所带来的差别.

1.2 模糊疲劳寿命曲线模型的建立

由前面的分析和定义式 (1) 可得:

$$N = \begin{cases} (s_e/s)^m N_0 & (s \geq s_e), \\ N_0/\mu_A(s) & (s < s_e). \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 就是模糊疲劳寿命曲线模型.

1.3 模糊疲劳损伤模型的建立

假设作用载荷共有 n 级, 其中应力在疲劳极限之上的有 k 级, 材料破坏时的总损伤量为 W , 则有:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} + \sum_{j=k+1}^n \frac{n_j}{N_j} = W, \quad (3)$$

将式 (2) 代入式 (3) 可得:

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} + \sum_{j=k+1}^n \frac{n_j}{N_0} \mu_A(s) = W, \quad (4)$$

若令:

$$W_0 = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_0} \left(\frac{s_i}{s_e} \right)^m, \quad (5)$$

$$W_0^+ = \sum_{j=k+1}^n \frac{n_j}{N_0} \mu_A(s), \quad (6)$$

则有:

$$W = W_0 + W_0^+. \quad (7)$$

式中, W_0 为高于疲劳极限的循环应力造成的总损伤量, 亦即按照 Miner 理论算出的总损伤量; W_0^+ 为基于隶属函数的低于疲劳极限的循环应力造成的总损伤量. 式 (4) ~ (7) 就是模糊疲劳损伤模型.

1.4 模糊疲劳寿命预测模型

设 N_L 表示在多级载荷作用下的疲劳寿命, 则有:

$$N_L = \left[\sum_{i=1}^k n_i + \sum_{j=k+1}^n n_j \right] / (W_0 + W_0^+) = \sum_{i=1}^n n_i / W, \quad (8)$$

式 (8) 就是模糊疲劳寿命预测公式.

至此, 我们已经建立了一套完整的模糊疲劳寿命预测模型. 它主要由疲劳寿命预测隶属函数 (式 (1))、模糊疲劳寿命曲线模型 (式 (2))、模糊疲劳损伤模型 (式 (4) ~ (7)) 及模糊疲劳寿命预测模型 (8) 四部分组成.

在模糊疲劳寿命预测的过程中, 预测的精度关键在于隶属函数的选取及其有关参数的确定. 下面将通过实例分析来说明这一问题.

2 模糊疲劳寿命预测模型的验证

为了便于比较, 本文以文献 [1] 中的疲劳试验 PY 为例. 试验的有关原始数据为: $m = 5.1$; $s_1 = 17.35 \text{ kN/cm}^2$; $N_0 = 2 \times 10^6$, 试验 PY 的数据如表 1 所示. 表中应力 s_i 的单位均为 kN/cm^2 , N_i 的数值由疲劳寿命曲线 $s-N$ 得出. 试验实测疲劳寿命 $N_{L0} = 2\,000\,360$ 试利用本文所建立的模糊疲劳寿命预测模型进行寿命预测, 并进行比较分析.

2.1 用传统经典理论 Miner 准则进行疲劳寿命预测

Miner 准则下的总损伤量为: $W_0 = \sum_{i=1}^6 \frac{n_i}{N_i} = 0.6147$.

Miner 准则下的预测寿命为: $N_m = \sum_{i=1}^8 n_i W_0 = 3.2537 \times 10^6$.

Miner 准则的预测误差为: $\delta V_m = |N_m - N_{L0}| / N_{L0} = 62.6\%$.

2.2 用本文的模糊疲劳寿命预测理论进行疲劳寿命预测

2.2.1 预测隶属函数的选取

对疲劳寿命进行模糊预测的目的就是考虑低于疲劳极限的循环应力造成的总损伤量, 以便使寿命预测更加准确. 由前文所述, 此处隶属函数应选取戒下型即升半型隶属函数. 为了便于说明问题, 得到最合适的预测隶属函数, 对试验数据均采用不同的隶属函数进行预测, 这里选用 3 种隶属函数^[3] 新升半梯形、新升半 Γ 形、新升半正态形来进行对比分析.

2.2.2 预测的基本思路

无论采用何种隶属函数, 均涉及到一些参数的选取. 显然, 即使对同一隶属函数, 所选取的参数不同, 其相应的预测结果也不同. 因此, 对于同一问题, 除了采用不同的隶属函数进行预测外, 对于同一预测隶属函数, 对其中的有关参数还应进行优化选取. 若只取固定的值, 很难说明问题.

2.2.3 预测结果

基于以上分析, 采用不同隶属函数的预测结果分别如表 2 ~ 表 4 所示. 表中新出现的符号意义为: u_7 、 u_8 分别表示试验中应力级别 7 和 8 对有关隶属函数的隶属度; W_0 表示试验在 Miner 准则下计算的总损伤量; W 表示试验按本文建立的模糊寿命预测模型计算的总损伤量; N_L 表示试验的模糊预测寿命; δV_L 表示试验模糊预测寿命的相对误差. 有关的计算公式为:

$$W_0^+ = u(s_7)n_7N_0 + u(s_8)n_8N_0$$

(9)

$$W = W_0 + W_0^+,$$

(10)

$$N_L = N_{L0} W,$$

(11)

$$\delta V_L = |N_L - N_{L0}| / N_{L0}$$

(12)

表 3 新升半正态形隶属函数

Table 3 New normal membership function

k	0.01	0.02	0.03
u_7	0.8753	0.7661	0.6705
u_8	0.2949	0.0870	0.0257
W_0^+	0.4235	0.2671	0.2033
W	1.0382	0.8818	0.8180
N_L	1.926e+ 06	2.268e+ 06	2.445e+ 06
δV_L	3.68%	13.40%	22.25%

表 1 PY 的试验数据

Table 1 Trial date of PY

级别	s_i	频次 n_i	N_i	$n_i N_i$
1	50.0	4	9.00×10^3	0.0004
2	47.5	32	1.16×10^4	0.0028
3	42.3	560	2.10×10^4	0.0267
4	36.2	5440	4.70×10^4	0.1158
5	28.7	40000	1.55×10^5	0.2580
6	21.2	184000	8.70×10^5	0.2110
7	13.7	560000	∞	0
8	6.3	1210000	∞	0

表 2 新升半梯形隶属函数

Table 2 New trapezoid membership function

$[a_1 a_2]$	$[0\ 17.3]$	$[2\ 17.3]$	$[3\ 17.3]$
u_7	0.7919	0.7647	0.7483
u_8	0.3642	0.2810	0.2308
W_0^+	0.4421	0.3842	0.3491
W	1.0568	0.9989	0.9638
N_L	1.893e+ 06	2.002e+ 06	2.075e+ 06
δV_L	5.37%	0.11%	3.75%

表 4 新升半 Γ 形隶属函数

Table 4 New Γ membership function

k	0.03	0.05	0.07
u_7	0.8963	0.8332	0.7745
u_8	0.7178	0.5755	0.4614
W_0	0.6853	0.5815	0.4960
W	1.3000	1.1962	1.1107
N_L	1.539e+ 06	1.672e+ 06	1.801e+ 06
δV_L	23.07%	16.40%	9.96%

3 结果分析

- (1) 对同一组实验数据, Miner 准则的预测误差为 62.63%。
- (2) 由表 2 可知: 采用升半梯形隶属函数进行寿命预测时, 当 a_1 取值为 2 时, 对试验 PY 的预测最小误差 δ_{L} 为 0.11%;
- (3) 由表 3 可知: 采用新升半正态隶属函数进行寿命预测时, 对试验 PY 的预测误差 δ_{L} 随 k 的增大而增大, 在所取的 k 值中, 当 k 值为 0.01 时, 最小误差 δ_{L} 为 3.68%;
- (4) 由表 4 可知: 采用新升半 Γ 形隶属函数进行寿命预测时, 对试验 PY 的预测误差 δ_{L} 在随 k 的增大而减小; 在所取的 k 值中, 当 k 值为 0.07 时, 最小误差 δ_{L} 为 9.96%;
- (5) 对于应力载荷较大、低于疲劳极限的应力级数较少、应力频率较低的试验 PY 来讲, 利用本文所建立的模糊疲劳寿命预测模型, 无论采用何种隶属函数, 预测精度均高于 Miner 准则的预测精度。只要隶属函数的参数选择得当, 采用各种隶属函数均能得到较为满意的结果。

4 结论

- (1) 本文将隶属函数引入传统的疲劳寿命预测理论, 首次系统地建立了基于隶属函数的模糊疲劳寿命预测模型。经实际验证, 模糊疲劳寿命预测模型比传统的疲劳寿命预测模型的预测精度高, 具有更好的灵活性, 对提高疲劳寿命的预测精度具有一定的工程实用价值。
- (2) 对于同一模糊疲劳寿命预测问题, 选用的隶属函数类型及其参数不同, 所得到的预测结果和预测精度可能有很大不同。因此, 在实际问题中, 为了提高预测精度, 应对隶属函数的类型及其相应的参数进行优化选用, 以便得到较为满意的结果。
- (3) 模糊疲劳寿命预测模型在实际应用中的主要难点在于隶属函数参数的选择。在隶属函数类型选定的情况下, 如何优化选取隶属函数的参数是一个值得进一步探讨的问题。

[参考文献] (References)

- [1] 倪明. 结构抗疲劳设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1987: 114–124.
Li Ming. Design of Framework Against Weary [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1987: 114–124 (in Chinese)
- [2] 王立新, 王迎军. 模糊系统与模糊控制教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 36–48.
Wang Lixin, Wang Yingjun. A Course in Fuzzy Systems and Control [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 36–48 (in Chinese)
- [3] 陈胜军. 模糊随机可靠性广义理论与应用研究 [D]. 南京: 东南大学, 1998: 86–100.
Chen Shengjun. Research on Fuzzy-random reliability broad theory and application [D]. Nanjing: Southeast University, 1998: 86–100 (in Chinese)
- [4] Kosko B. Neural Network and Fuzzy Systems [M]. New York: Prentice Hall Press, 1992: 32–42.
- [5] 姜长元, 朱庆保. 基于 $T-S$ 逻辑的新型模糊神经网络模型 [J]. 南京师范大学学报: 工程技术版, 2006, 6(3): 51–55.
Jiang Changyuan, Zhu Qingbao. A new fuzzy neural network model based on $T-S$ logic [J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2006, 6(3): 51–55 (in Chinese)
- [6] 陆伟峰, 朱庆保, 崔红梅. 基于 ISO DATA 算法的自组织单输入单输出 $T-S$ 模糊系统 [J]. 南京师范大学学报: 工程技术版, 2006, 6(1): 61–66.
Lu Weifeng, Zhu Qingbao, Cui Hongmei. A self-organizing single input single-output $T-S$ fuzzy system based on ISO DATA algorithm [J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2006, 6(3): 61–66 (in Chinese)

[责任编辑: 刘 健]