

改进 PSO 算法及其在函数优化中的应用

曹国华¹, 李婷婷²

(1 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042 2 镇江市丹徒职业教育中心, 江苏 镇江 212143)

[摘要] 针对微粒群算法 PSO (Particle Swarm Optimization) 应用于函数优化存在的问题, 提出一种加入了梯度信息改进的微粒群算法. 微粒群算法用于函数的优化, 具有简单、效果好等优点. 但是研究也表明该方法也存在一些缺点, 如计算时间较长、容易陷入局部最小等, 这是由于算法本身的随机性决定的. 梯度法是传统的优化方法, 典型的特征是在确定优化解的方向时遵循梯度下降原则, 因此在寻找优化值时方向比较确定, 可以减少优化时间. 为了克服 PSO 的缺点, 在标准 PSO 优化策略中引入梯度原则, 设计了一个具有梯度指导的 PSO 算法. 现将改进的 PSO 算法应用于函数的优化, 并与标准 PSO 算法的效果进行了比较. 函数优化实验的结果表明, 改进的 PSO 算法提高了标准 PSO 算法的收敛时间.

[关键词] 改进微粒群算法, 函数优化, 梯度法

[中图分类号] TB9 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2007)02-0010-04

An Improved PSO Algorithm for Function Optimization

Cao Guohua¹, Li Tingting²

(1. School of Electric and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

2. Teaching Center in Dantu District, Zhenjiang 212143, China)

Abstract For the problems appeared in the function optimization of the Particle Swarm Optimization algorithm (PSO), an improved PSO algorithm attached by the gradient information is proposed in this paper. The PSO algorithm can be used in the problems of function optimization with characteristic of simplicity, high effectiveness and so on. The primary study, however, shows that the optimization method has some shortcomings such as slow computing speed, easiness to fall in local peak in large scale problem, which is determined by the randomness of the algorithm. The gradient method is a kind of traditional optimization method and has the characteristic that it is along the descending gradient direction of optimization values. So the gradient method can reduce the time for the optimization values because the direction for optimal values is determined by the gradient method. In order to overcome the disadvantages of the standard PSO algorithm, the principle of gradient method was included in PSO algorithm. Therefore, the Gradient-PSO algorithm (regulated by gradient method) was proposed in this paper. The Gradient-PSO algorithm was used in the optimization of function in this paper. The results obtained by the Gradient-PSO have been compared by the ones of the standard PSO algorithm. The simulation results show that the improved PSO algorithm reduces the computing speed of the standard PSO algorithm.

Key words improved PSO, function optimization, gradient algorithm

0 引言

微粒群算法 PSO 是 1995 年首次由 Kennedy 与 Eberhart 等首次提出的一种新的进化算法^[1], 与其它进化算法, 如遗传算法 (GA)、进化规划 (EP) 等相比, 具有实现简单、优化效果和速率快等优点. 目前已有的研究表明 PSO 算法在优化问题中取得了比较好的效果^[2-10].

但是 PSO 算法与已有的进化算法一样, 也存在着计算时间较长、容易陷入局部极值等缺点. 而传统优化方法之一的梯度法, 能够沿着负梯度的方向寻找极值, 因而可以减少优化的时间, 较快地寻找到全局极值. 本文将梯度法与 PSO 算法相结合, 设计出带有梯度法指导的 PSO 算法 (Gradient-PSO), 通过函数优化进行

收稿日期: 2006-06-08

作者简介: 曹国华 (1963-), 副教授, 主要从事检测技术与自动化装置等方面的教学与研究. E-mail: cgh@mail.nsgk.net

了验证, 与常规 PSO 算法相比可以得出: Grad-PSO 达到了减少优化时间, 并且提高了优化的精度, 验证了 Grad-PSO 算法的有效性.

1 标准 PSO 算法

由 Kennedy 和 Eberhart 提出的 PSO 算法, 起源于对简单社会的模拟, 最初设想是模拟对鸟群觅食的过程, 后来发现 PSO 是一种很好的优化工具. PSO 优化算法与其它进化算法相类似, 也是将寻优的参数组合成群体, 通过对环境的适应度来将群体中的个体向好的区域移动. 与其它进化算法不同, 在描述个体时, 将其看成是 D 维寻优搜索空间的一个没有体积的微粒 (点), 结合微粒的历史最佳位置和群体历史最佳位置信息, 以一定的速度向目标值逼近. 第 i 个微粒可以表示成 D 维向量, $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]$, 微粒的速度表示成 $V_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]$, 这个微粒经历的最佳位置 (对应于最好的适应度) 表示为 $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]$, 也称为 P_{best} . 群体所有微粒经历的最好位置的索引号用 g 表示, 记为 P_g , 也称为 g_{best} . 第 i 个微粒从 n 代进化到 $n+1$ 代, 通过下式进行更新.

$$v_{id}^{n+1} = w v_{id}^n + c_1 r_1^n (p_{id}^n - x_{id}^n) + c_2 r_2^n (p_{gd}^n - x_{id}^n), \quad (1)$$

$$x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1}, \quad (2)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, m$, m 为微粒个数; w 表示惯性权重, 它使微粒保持运动惯性, 使其具有扩展搜索空间的趋势, 有助于新区域的搜索; c_1, c_2 均为正实数, 称为加速度常数, 表示将每个微粒推向 P_{best} 和 g_{best} 的统计加速度的权重; r_1^n, r_2^n 为在区间 $[0, 1]$ 变化的随机数.

2 改进的 PSO

为了加快微粒群算法的收敛性, 发挥传统数值优化方法在计算速度和计算精度上的优势, 本文将梯度法引入微粒群算法中, 构成了一种具有梯度搜索因子的 Grad-PSO 算法. 具体实现思路如下: 如图 1 所示, 假设论域空间 S 中, 优化函数 f 存在全局最小值, 在圆 A (半径为 r) 中心点 g 点处优化函数 f 取得全局最小值 $f(g)$, 圆 A 包含的表示最优区域. 对于每个微粒在邻近全局最优值时, 采用梯度法进行位置的更新. 而在远离全局最优值时, 则还是采用 PSO 算法的进行位置更新. 这样带来的好处就有: ① 减少了因为 PSO 随机更换位置所带来的时间负荷. 因为一旦微粒进入了最优区域, 则采用具有递减性的梯度方法, 这个由梯度法得到的新的位置如果是当前微粒群中的最佳位置, 又可以指导其它微粒尽快的更新到最优位置, 从而达到加快寻优速度. ② 提高了寻优效率. 由于梯度法的加入, 使得进入最优区域单微粒不会因为 PSO 算法单随机性而再次远离最优区域, 所以提高了算法单寻优效率. 这虽然损失了部分随机性和灵活性, 但带来的却是算法整体寻优效率的提高.



图 1 Grad-PSO 优化问题示意图
Fig.1 Illustration of optimization problem base on grads-PSO

根据以上的描述, 改进的 Grad-PSO 算法速度和位置更新公式如 (2) 式所示:

$$\begin{cases} v_{id}^{n+1} = w v_{id}^n + c_1 r_1^n (p_{id}^n - x_{id}^n) + c_2 r_2^n (p_{gd}^n - x_{id}^n), & f(x_{id}^n) > f(g) + r \\ x_{id}^{n+1} = x_{id}^n + v_{id}^{n+1} \end{cases}, \quad (3)$$

$$x_{id}^{n+1} = T(x_{id}^n), \quad f(x_{id}^n) \leq f(g) + r \quad (4)$$

式中, $T(x_{id}^n)$ 表示利用梯度法得到下一个优化点的运算.

3 Grad-PSO 算法实现流程

根据以上描述, Grad-PSO 算法的实现步骤简单描述如下:

- (1) 设置相关初始参数, 如种群规模 m ; 惯性权重 w ; 加速度常数 c_1, c_2 ; 优化参数 θ 的论域范围; 算法结束的条件; 最优区域半径 r 等.
- (2) 初始化群体中的微粒, 包括微粒的初始位置和初始速度.
- (3) 评价各微粒的适应度函数值 f_{fitness} .
- (4) 对每个微粒, 将其适应度值与历史最好位置 P_{best} 相比较, 如果当前适应度值更优, 则用当前适应

度值更新 P_{best}

- (5) 将每个微粒的适应度值与群体经历过的历史最佳位置 g_{best} 相比较, 如果当前群体中最好的适应度值较好, 则将其置为新的 g_{best} 同时记录其索引号.
- (6) 根据算式 (2) 更新各微粒的位置和速度.
- (7) 计算优化性能指标, 如果达到结束条件, 则返回当前最佳微粒的结果, 算法结束; 否则返回 (3), 继续下一循环.

4 仿真实验及结果

为了验证本文提出的 Grad-PSO 算法的效果, 对几种常见的函数进行优化. 以下是实验的过程和结果分析.

函数 1 $f_1(x) = \sum_{i=1}^{10} 100(x_{i+1}^2 - x_i)^2 + (x_i - 1)^2, -30 \leq x_i \leq 30$

该函数 f_1 是单极值的非二次函数, 在 $x_i = 1, (i = 1, 2, \dots, 10)$ 处取得全局最小值 $f_{\min} = 0$ 函数 1 看似简单, 但全局解位于 $x_{i+1} = x_i^2$ 的狭长带上, 此狭长区间中函数值变化缓慢, 搜索容易陷入局部解.

利用 Grad-PSO 和标准 PSO 分别进行函数 1 的优化. 标准 PSO 参数: $w = 1.2 \sim 0.1$ 表示惯性权重从 1.2 逐渐线性衰减到 0.1 加速度常数取为 $c_1 = 0.15, c_2 = 0.2$ 种群规模为 $m = 20$ 函数 1 中涉及到的参数为 $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$, 故取 $D = 10$ Grad-PSO 参数: $w = 1.2 \sim 0.1, c_1 = 0.15, c_2 = 0.2, m = 20, D = 10$ 最优区域半径 $r = 0.03$ 每种算法计算 10 次, 取其平均值, 得到结果列于表 1

表 1 函数 1 的 PSO 算法与 Grad-PSO 算法优化效果对比表
Table 1 Comparison of PSO and Grad-PSO for function

函数	PSO		Grad-PSO	
	函数值	平均迭代次数	最小值	平均迭代次数
$f_1(x)$	0.000 987 6	42	0.000 401 7	30

函数 2
$$r = \sqrt{(x - 50)^2 + (y - 50)^2} + e$$
$$f_2 = \frac{\sin(r)}{r} + 1$$

函数 2 是一个多峰值的优化函数, 该函数在 (50, 50) 处取得全局最大值 1.151 2 其第二极大值是 1.128 37, 采用传统优化方法几乎不能找到全局最优点. 分别利用标准 PSO 和 Grad-PSO 对函数 2 进行优化. 运算中, 标准 PSO 参数: $w = 1.2 \sim 0.1, c_1 = 0.2, c_2 = 0.2, m = 20, D = 2$ Grad-PSO 算法中: $w = 1.2 \sim 0.1, c_1 = 0.2, c_2 = 0.2, m = 20, D = 2$ 最优区域半径 $r = 0.02$ 每种算法运行 10 次, 取其平均值来考察算法性能, 得到的优化结果列于表 2 中.

表 2 函数 2 的 PSO 算法与 Grad-PSO 算法优化效果对比表
Table 2 Comparison of PSO and Grad-PSO for function

函数	PSO		Grad-PSO	
	函数值	平均迭代次数	最小值	平均迭代次数
$f_2(x, y)$	1.142 981	20	1.150 692 5	15

对函数 1 和函数 2 的优化结果进行分析, 可以看出: 通过梯度法的引入, Grad-PSO 在优化时间和优化精度方面, 都比标准 PSO 算法有所提高. 证明了梯度法在接近最优解的小区域内, 微粒个体能够利用梯度的信息直接向最优解进行移动, 从而避免了由于标准 PSO 算法的随机性造成的微粒个体再次跳出最优解的临近区域, 因此加快了到达优化解的速度.

5 结论

本文将梯度法与 PSO 算法相结合, 给出了一种具有梯度搜索因子的 Grad-PSO 算法. 在梯度搜索因子的指导下, PSO 算法的优化过程显得更加有规则, 从而提高了优化的效率和精度. 通过对单值函数和多值函数的优化, 表明了 Grad-PSO 可以减少计算时间、提高优化精度, 是一种有效的优化方法.

[参考文献] (References)

- [1] Kennedy J Eberhart R. Particle swarm optimization[C] //IEEE Proceedings IEEE Int Conf on Neural Networks Perth IEEE, 1995: 1492–1498
- [2] Ray T, Liew K M. A swarm with effective information sharing mechanism for unconstrained and constrained single objective optimization problems[C] //IEEE Proceedings IEEE Int Conf on Evolutionary Computation Seoul IEEE, 2001: 75–80
- [3] Shi Yuhui Eberhart R. Parameter selection in particle swarm optimization[C] //Proc of the 7th Annual Conf on Evolutionary Programming Washington DC, 1998: 591–600
- [4] Eberhart R, Shi Yuhui Tracking and optimizing dynamic systems with particle swarms[C] //IEEE Proceedings IEEE Int Conf on Evolutionary Computation Hawaii IEEE, 2001: 94–100
- [5] 徐守江, 朱庆保. 基于微粒群算法的 lp 数据拟合及其应用[J]. 南京师范大学学报: 工程技术版, 2006, 6(3): 62–65.
Xu Shoujiang Zhu Qingbao Particle swarm optimization based on lp data fitting and its applications[J]. Journal of Nanjing Normal University Engineering and Technology Edition, 2006, 6(3): 62–65 (in Chinese)
- [6] 吴献东, 金晓明, 徐志成, 等. 微粒群算法在模拟移动床色谱分离过程优化中的应用[J]. 化工自动化及仪表, 2006, 33(4): 5–9
Wu Xiandong Jin Xiaoming Xu Zhicheng et al Application of particle swarm optimization in process of non-linear simulated moving bed chromatographic fractionator[J]. Control and Instrument in Chemical Industry, 2006, 33(4): 5–9 (in Chinese)
- [7] 吴亮红, 王耀南, 曾照福, 等. 基于复合微粒群算法的非线性系统模型参数估计[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(7): 1942–1945
Wu Lianghong Wang Yaonan Zen Zhaofu et al Parameter estimation of nonlinear systems model based on hybrid particles swarm optimization algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(7): 1942–1945 (in Chinese)
- [8] 原萍, 陈红, 王光兴. Ad hoc 网络路由优化的微粒群方法[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(7): 1193–1196
Yuan Ping Chen Hong Wang Guangxing Particle swarm optimization for routing design in Ad hoc networks[J]. Mini-Micro Systems, 2006, 27(7): 1193–1196 (in Chinese)
- [9] 陈国初, 俞金寿. 单纯形微粒群优化算法及其应用[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 862–865
Chen Guochu Yu Jinshou Simplex particle swarm optimization algorithm and its application[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(4): 862–865 (in Chinese)
- [10] 沈洪远, 彭小奇, 王俊年, 等. 基于混沌序列的多峰函数微粒群寻优算法[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(7): 36–38
Shen Hongyuan Peng Xiaoqi Wang Junnian et al A PSO algorithm based on chaos sequence for multimodal function optimization[J]. Computer Engineering and Application, 2006, 42(7): 36–38 (in Chinese)

[责任编辑: 刘健]