需求和生产成本同时发生扰动时的供应链动态模型

马 骏

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 分析了一个供应商和一个零售商组成的供应链, 当市场需求为市场价格的非线性函数, 市场需求和生产成本同时发生扰动时, 建立了该供应链的动态模型. 根据扰动的不同程度将模型分为 4种情形并分别求出最优解. 研究发现, 当需求和生产成本发生扰动时, 会引起生产计划的改变, 而生产计划的改变会产生偏差费用, 由于偏差费用的存在使原计划具有一定的鲁棒性. 该模型的建立为今后根据模型进行决策、建立供应链协调机制奠定基础.

[关键词] 供应链管理, 扰动, 需求扰动, 生产成本扰动

[中图分类号] TP27 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2007) 04-0088-05

Supply Chain Dynamic Model of Demand and Production Cost Disruptions

Ma Jun

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract This paper analyzes that the market demand is the non-linear function of market price in a supply chain with one supplier and one retailer, and presents a dynamic model of the supply chain when the market demand and production cost have disruptions at the same time. In view of the degrees of disruption, the optimal solutions corresponding to the disruption supply chain can be categorized as four cases. The results obtained in this paper show that demand disruption and production cost disruption will lead to the alteration of the production plan, which in turn often causes deviation cost, whose existence is the reason why the original plan has some robustness. The establishment of the model provides the foundation of making decisions and building supply chain coordination mechanism.

Key words supply chain management, disruption, demand disruption, production cost disruption

0 引言

随着经济的全球化、产品的多样性、技术的更新和竞争的加剧, 消费者的需求和市场价格变得更加具有不确定性. 在设计好的供应链的运行过程中, 可能会遇到各种各样诸如机器故障、供应短缺、人力不足、需求波动、(原材料)价格变动等内部或外部的偶发事件, 使得原来的计划不再最优甚至不可行, 因此就要实时地调整原来的计划, 使得系统能够平稳地运行, 而这些不确定因素越来越影响一个企业的生存发展. 一些随机的模型和方法并不能解决突发事件的实时处理 (扰动具有多样性且扰动的程度很难用某种概率分布加以描述), 用来管理扰动的最适宜的方法应该是对扰动采取自然的反应及当扰动发生时将扰动造成的影响最小化, 扰动管理就提供了一种当供应链中出现扰动时有效的实时处理方法. 扰动管理 (Disruption Management)这个术语是由 Jens Clausen、Jesper Hansen、Jesper Larsen和 Allan Larsen[1] 在 2001年的 OR/MS Today上提出的, 提出后, 该术语被相关研究人员广泛地接受. 供应链的扰动管理也引起了很多学者的关注和讨论[2-5]. 目前, 关于扰动管理在供应链管理中的应用研究基本都是就供应链中单个因素的扰动进行的[6-7], 没有考虑两种或两种以上的因素同时发生扰动的情况, 但在管理实践中, 大量存在着多个扰动同时发生, 或一个扰动没有结束另一个扰动就发生等更复杂的情形. 本文考虑需求和生产成本同时发生扰动的情况, 建立了由一个供应商和一个零售商组成的供应链的扰动模型.

收稿日期: 2007-06-22
作者简介: 马 骏(1971-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要从事计算机集成制造系统、敏捷制造、供应链等方面的教学与研究
E-mail: majuntt@163.com

1　需求和生产成本确定性模型

考虑由一个供应商和一个零售商组成的简单的供应链, 供应商生产某种类型的商品, 假定该商品使用周期很短, 因此考虑单个生产时间段 (如一个销售季节)的供应链问题. 供应商以一定的批发价卖给零售商, 零售商再将该商品以一定的 (最优的)零售价卖到市场上, 假设市场中的实际需求是零售价格的递减函数, 实际的市场需求在销售季节之前是未知的, 供应商基于对市场需求的预测制订一个生产计划 (即该商品的生产数量), 当销售季节到来后, 实际的需求是已知的. 这种状态可以看作是一个 Stackelberg博弈, 其中供应商是主导者, 零售商是跟随者.

在这个博弈中, 两个供应链成员都是独立的决策者, 他们都在寻求利润最大化. 假设市场实际需求 Q 与零售价格 p 之间存在以下非线形的函数关系: $Q = Dp^{-\alpha}$, 即 $p = \left(\frac{D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, 这里 D 表示市场规模 (比如最大可能需求), $\alpha > 1$ 表示价格敏感系数, 假设供应商的单位生产成本为 c, 则整个供应链的利润函数 $f(Q) = Q(p - c) = Q\left[\left(\frac{D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c\right]$.

由一阶条件 $f'(Q) = 0$, 可得供应链利润的最优点为 $Q = D\left[\frac{\alpha - 1}{\alpha c}\right]^{\alpha}$, 相应的最优零售价为 $p = \frac{\alpha c}{\alpha - 1}$, 最大的供应链利润为 $f = \frac{Dc}{\alpha - 1}\left[\frac{\alpha - 1}{\alpha c}\right]^{\alpha}$.

2　需求和生产成本同时扰动模型

当市场规模 D 和单位生产成本 c 同时发生扰动时, 市场规模的扰动和单位生产成本的扰动分别用变化量 ΔD 和 Δc 表示 (显然此时 $D + \Delta D > 0$, $c + \Delta c > 0$ 才有实际意义). 令 Q 为新的需求函数关系下的实际需求, 由于市场规模的变化, 可能会造成生产量偏离原来的计划, 相应的生产量的变化为 $\Delta Q = Q - Q$. 如果 $\Delta Q < 0$, 则表示会有剩余存储, 可以以低价卖到二级市场, 如果 $\Delta Q > 0$, 则必须增加产量以满足需求. 在这两种情况下, 都可能有必要调整原生产计划来对实际的需求进行合理的反应, 而对原生产计划进行调整会引起一些额外的费用 (偏差费用), 在制订新计划时要予以考虑. 此时供应链的总利润为:

$$f(Q) = Q\left[\left(\frac{D + \Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_1 (Q - Q)^{+} - \lambda_2 (Q - Q)^{+}, \tag{1}$$

其中, $(x)^{+} = \max\{0, x\}$. $\lambda_1 > 0$, 表示多于原来计划产量部分的单位额外生产成本; $\lambda_2 > 0$, 表示少于原来计划产量部分的单位额外成本. 由于剩余的产品可以通过二级市场卖出而得到部分剩余价值, 因此假设 $\lambda_2 < c + \Delta c$.

引理　假设式 (1) 中的 $f(Q)$ 在某个最优订购数量 Q^* 处取得最大值, 则当 $\Delta D > 0$, $\Delta c < 0$ 时, $Q^* \geqslant Q$; 当 $\Delta D < 0$, $\Delta c > 0$ 时, $Q^* \leqslant Q$.

证明　由于 Q 是没有扰动时利润函数 $f(Q)$ 的最大值点, 于是对任意的 $Q > 0$ 有:

$$f(Q) = Q\left[\left(\frac{D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c\right] > Q\left[\left(\frac{D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c\right],$$

假设 $\Delta D > 0$, $\Delta c < 0$, 但是有 $Q^* < Q$, 则:

$$f(Q^*) = Q^*\left[\left(\frac{D + \Delta D}{Q^*}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_2 (Q - Q^*) < Q\left[\left(\frac{D + \Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_2 (Q - Q^*) < f(Q),$$

这就与 Q^* 使式 (1) 最大化相矛盾. 因此, 当 $\Delta D > 0$, $\Delta c < 0$ 时, $Q^* \geqslant Q$. 类似地, 当 $\Delta D < 0$, $\Delta c > 0$ 时, $Q^* \leqslant Q$.

引理表明, 当市场规模增加而单位生产成本下降时, 应该增加生产水平; 当市场规模下降而单位生产成本上升时, 应该降低生产水平, 这与现实经济生活中的现象是一致的. 当市场规模和单位生产成本同时上升或下降时, 生产水平的变化取决于引理中的条件.

由引理, 当 $\Delta D > 0$, $\Delta c < 0$ 时, 可以将 $f(Q)$ 的最大化问题简化为最大化严格的凹函数:

$$f_1(Q) = Q\left[\left(\frac{D+\Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_1(Q - Q), \tag{2}$$

约束条件为 $Q \geqslant Q$. 由一阶条件 $(f_1(Q))' = 0$, 可得式(2)的最大值点为:

$$Q_1 = (D+\Delta D)\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c+\lambda_1)}\right]^{\alpha}, \tag{3}$$

在约束条件下对式(3)进行分析可知, 如果 $Q_1 \geqslant Q$, 即 $\Delta D \geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$ 成立, $f_1(Q)$ 在 Q_1 处取得最大值; 如果 $Q_1 \leqslant Q$, 即 $0 < \Delta D \leqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$ 成立, $f_1(Q)$ 在 Q 处取得最大值. 因此, 可以分为两种情形:

情形 1　$\Delta D \geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$.

最优生产数量: $Q_1^* = (D+\Delta D)\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c+\lambda_1)}\right]^{\alpha}$;

最优零售价: $p_1^* = \left(\frac{D+\Delta D}{Q_1}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\alpha c+\alpha(\Delta c+\lambda_1)}{\alpha-1} = p + \frac{\alpha(\Delta c+\lambda_1)}{\alpha-1} > p$;

最大利润: $f_1^* = Q_1\left[\left(\frac{D+\Delta D}{Q_1}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_1(Q_1 - Q) =$

$$\frac{(D+\Delta D)(c+\Delta c+\lambda_1)}{\alpha-1}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c+\lambda_1)}\right]^{\alpha} + \lambda_1 D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}.$$

可以看出, 与原生产数量相比, 调整后的生产数量所带来的供应链总的利润是增加的.

情形 2　$0 < \Delta D \leqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$.

最优生产数量: $Q_2^* = D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}$;

最优零售价: $p_2^* = \left(\frac{D+\Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = p\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$;

最大利润: $f_2^* = Q\left[\left(\frac{D+\Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] = D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}\left[\frac{\alpha c}{\alpha-1}\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right]$.

从情形1和情形2中可以看出, 除非市场规模 ΔD 的增加充分大, 否则原计划将不会增加. 相反地, 只要市场规模增加, 最优的零售价格 p^* 总会增加.

类似地, 当 $\Delta D < 0$, $\Delta c > 0$ 时, 可以将 $f(Q)$ 的最大化问题简化为最大化严格的凹函数:

$$f_2(Q) = Q\left[\left(\frac{D+\Delta D}{Q}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right] - \lambda_2(Q - Q), \tag{4}$$

约束条件为 $Q \leqslant Q$.

也有两种情形, 记为:

情形 3　$0 > \Delta D \geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$.

情形 4　$\Delta D \leqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$.

根据式(4), 运用和 $\Delta D > 0$, $\Delta c < 0$ 时的同样方法, 通过计算可以得到, 在情形3, 即当 $0 > \Delta D \geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha} - 1\right]$ 时, 扰动发生后, 供应链最优的生产数量为 $Q_3^* = D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}$, 最优的零售价格和最大的供应链利润分别为 $p_3^* = p\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, $f_3^* = D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}\left[\frac{\alpha c}{\alpha-1}\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}} - c - \Delta c\right]$, 当 $\Delta D >$

$D\left[\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^{\alpha}-1\right]$时, 供应链的利润为正.

对情形 4, 即当 $\Delta D \leqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]$时, 扰动发生后, 供应链的最优生产数量为 $Q_4^*=(D+\Delta D)\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c-\lambda_2)}\right]^{\alpha}$, 最优的零售价格和最大的供应链利润分别为 $p_4^*=p+\frac{\alpha(\Delta c-\lambda_2)}{\alpha-1}$, $f_4^*=\frac{(D+\Delta D)(c+\Delta c-\lambda_2)}{\alpha-1}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c-\lambda_2)}\right]^{\alpha}-\lambda_2 D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}$, 当 $\alpha\Delta c+c>\alpha\lambda_2$ 时, 供应链的利润为正.

综合以上结果, 有以下的定理:

定理 假设价格需求关系为 $Q=Dp^{-\alpha}$, 当市场需求从 D 变为 $D+\Delta D$, 同时单位生产成本从 c 变为 $c+\Delta c$, 在零售价格和生产订购数量取 p^* 和 Q^* 时, 供应链利润达到最大 f^*. 这里

$$p^*=\begin{cases} p+\frac{\alpha(\Delta c+\lambda_1)}{\alpha-1}, & \text{当 } \Delta D>D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ p\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}}, & \text{当 } D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\geqslant\Delta D\geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ p+\frac{\alpha(\Delta c-\lambda_2)}{\alpha-1}, & \text{当 } \Delta D<D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}. \end{cases} \tag{5}$$

$$Q^*=\begin{cases} (D+\Delta D)\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c+\lambda_1)}\right]^{\alpha}, & \text{当 } \Delta D>D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}, & \text{当 } D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\geqslant\Delta D\geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ (D+\Delta D)\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c-\lambda_2)}\right]^{\alpha}, & \text{当 } \Delta D<D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}. \end{cases} \tag{6}$$

$$f^*=\begin{cases} \frac{(D+\Delta D)(c+\Delta c+\lambda_1)}{\alpha-1}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c+\lambda_1)}\right]^{\alpha}+\lambda_1 D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}, \\ \qquad \text{当 } \Delta D>D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}\left[\frac{\alpha c}{\alpha-1}\left(1+\frac{\Delta D}{D}\right)^{\frac{1}{\alpha}}-c-\Delta c\right], \\ \qquad \text{当 } D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\geqslant\Delta D\geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}, \\ \frac{(D+\Delta D)(c+\Delta c-\lambda_2)}{\alpha-1}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha(c+\Delta c-\lambda_2)}\right]^{\alpha}-\lambda_2 D\left(\frac{\alpha-1}{\alpha c}\right)^{\alpha}, \\ \qquad \text{当 } \Delta D<D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\text{时}. \end{cases} \tag{7}$$

3 结论

(1) 在市场规模和生产成本同时发生扰动时, 原生产计划具有一定的鲁棒性, 当市场规模的扰动与生产成本的扰动满足 $D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}+\frac{\lambda_1}{c}\right)^{\alpha}-1\right]\geqslant\Delta D\geqslant D\left[\left(1+\frac{\Delta c}{c}-\frac{\lambda_2}{c}\right)^{\alpha}-1\right]$ 关系式时, 不需要对原生产计划进行调整, 只需要适当地调整零售价格来弥补扰动发生所带来的偏差费用. 只有当市场规模的扰动和单位生产成本的扰动相比超过式 (6) 中的临界值时, 才需要同时改变生产计划和零售价格.

(2) 生产数量的变化与市场规模的变化 ΔD 成正比, 零售价的变化是独立于市场规模变化的常数. 对于 $\Delta D>0$的情形, 可解释为现实中一种商品无论是多么地热销, 它的零售价格不可能变得任意地高. 对 $\Delta D<0$的情形, 即意味着把零售价格定得太低将毫无利润可言, 还不如将商品卖到二级市场中.

以上只是建立了当需求和生产成本同时发生扰动时的动态模型,可以根据模型利用数量折扣策略来协调这些情况下的供应链.

[参考文献] (References)

[1] Clausen J, Hansen J, Larson J, et al. Disruption management[J]. OR/MS Today, 2001, 28(5): 40-43

[2] Debra Elkins, Robert Handfield, Jennifer Blackhurst. Ways to guard against disruption [J]. Supply Chain Management Review, 2005(11/12): 46-53

[3] Lisa M Hauser. Risk-adjusted supply chain management [J]. Supply Chain Management Review, 2003(11/12): 64-71.

[4] Uta Juttner, Helen Peck, Martin Christopher. Supply chain risk management: Outlining and agenda for future research [J]. International Journal of Logistics: Research and Applications, 2003(6): 197-210

[5] Paul R Kleindorfer, Germaine H Sad. Managing disruption risks in supply chains [J]. Production and Operations Management, 2005, 14(1): 53-68.

[6] Xu M, Qi X, Yu G, et al. The demand and disruption management problem for a supply chain system with nonlinear demand functions [J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 2003, 12(1): 82-97.

[7] Xu M, Gao X. Supply chain coordination with demand and disruptions under convex production cost function [J]. Journal of Wuhan University: Natural Science Edition, 2005, 10(3): 493-498

[责任编辑: 刘 健]

(上接第 87页)

[参考文献] (References)

[1] Folkman J. Angiogenesis in cancer, vascular, rheumatoid and other disease[J]. Nat Med, 1995, 1(1): 27-31.

[2] Ferrara N, Henzel W J. Pituitary follicular cells secrete a novel heparin-binding growth factor specific for vascular endothelial cells[J]. Biochem Biophys Res Commun, 1989, 161(2): 851-858.

[3] Hannon G J. RNA interference[J]. Nature, 2002, 418(6894): 244-251.

[4] Shen C, Buck A K, Liu X, et al. Gene silencing by adenovirus-delivered siRNA[J]. FEBS Lett, 2003, 539: 111-114.

[5] Sambrook J, Fritsch E F, Maniatis T. Molecular Cloning[M]. 2nd ed. Cold Spring Harbor, New York: Cold Spring Harbor Laboratory Press, 1989.

[6] Annabi B, Thibeault S, Lee Y T, et al. Matrix metalloproteinase regulation of sphingosine-1-phosphate-induced angiogenic properties of bone marrow stromal cells[J]. Exp Hematol, 2003, 31: 640-649.

[7] Zhang L, Yang N, Mohamed-Hadley A, et al. Vector-based RNAi: a novel tool for isoform-specific knock-down of VEGF and anti-angiogenesis gene therapy of cancer[J]. Biochem Biophys Res Commun, 2003, 303: 1169-1178

[8] Reich S J, Fosnot J, Kuroki A, et al. Small interfering RNA (siRNA) targeting VEGF effectively inhabits ocular neovascularization in a mouse modal[J]. Mol Vis, 2003, 9: 210-216.

[责任编辑: 严海琳]