第 9卷第 4期 南京师范大学学报(工程技术版) Vol. 9 No. 4
2009年 12月 JOURNAL OF NANJING NORMAL UNIVERSITY (ENGINEERING AND TECHNOLOGY EDITION) Dec, 2009

离散模糊时滞系统的多目标控制

高文逸, 陆俊玮, 冯春梅

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 基于离散时滞 Takagi-Sugeno(T-S)模糊模型的多目标控制问题. 设计了一个不仅满足稳定性要求, 而且同时满足 H_2 和 H_∞ 性能指标的模糊控制器. 由线性矩阵不等式方法(LMI)给出了一类离散时滞模糊系统并满足该性能指标的控制器存在的充分条件, 期望控制器可通过求解给定的 LMI而获得.

[关键词] 模糊系统, 时滞系统, H_2/H_∞控制, 线性矩阵不等式

[中图分类号] TP 273.4 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2009) 04-0006-06

Control of Discrete Delayed Fuzzy Systems With Multi-performance Constraints

Gao Wenyi, Lu Junwei, Feng Chunmei

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract: This paper considers the control problem for delayed discrete Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy models with multi-performance constraints. Attention is focused on the design of a fuzzy controller which can stabilize the systems and satisfy the H_2/H_∞ performance. Making use of the linear matrix inequality (LMI), the sufficient conditions for the existence of such control are obtained, and the desired controller can be obtained by solving the LMI given in the Theorem.

Key words: fuzzy systems, time-delay systems, H_2/H_∞ control, linear matrix inequality

近二十年来, 模糊系统因其可以将非线性系统模糊化, 从而将非线性系统等价为若干个子域内的线性系统, 使得复杂的非线性系统的控制精度的提高成为可能的良好特性, 受到了众多学者们的普遍关注. 国内对模糊系统的控制, 取得了很多成果. 例如文献[1]基于 T-S模型进行了模糊控制系统的稳定性分析, 给出了模糊控制系统的稳定化设计的设计步骤, 说明了利用模糊控制理论和现代控制理论的结合进行模糊控制系统设计的基本思想. 文献[2]给出了一种模糊控制系统的系统化设计方法, 它采用一组局部 T-S模糊模型来表示模糊系统, 然后对每个局部模型, 利用状态反馈进行局部控制器设计, 最后给出了全局模糊系统的稳定性分析. 文献[3]用连续 T-S模型对非线性系统进行模糊建模, 在此基础上利用隶属度函数最大法设计鲁棒观测器和控制器, 并得出了使闭环系统渐近稳定的充分条件.

其中, 离散时滞 T-S模糊模型是模糊系统中研究极为广泛的一类模型, 针对该类模糊系统的控制与滤波方面的研究成果时有报道. 例如, 文献[4]和[5]针对离散时滞 T-S模糊模型, 利用线性矩阵不等式(LMI)方法, 设计了模糊状态反馈控制器, 保证了闭环系统的 H_∞ 性能; 文献[6]则对于时变不确定离散 T-S模糊系统进行了稳定性分析; 当系统状态不完全可测时, 文献[7]考虑了一类不确定性离散时滞 T-S模糊系统的输出反馈 H_∞ 控制问题. 该文设计了动态输出反馈控制器, 使得闭环系统渐近稳定, 同时闭环系统满足给定的 H_∞ 性能指标.

本文考虑一类离散时滞 T-S模糊系统的 H_2/H_∞ 控制问题. 目的是设计模糊状态反馈控制器, 使得闭环系统渐近稳定, 同时满足给定的 H_2/H_∞ 性能指标. 用一组给定的 LMI, 给出了该问题可解的充分条件, 并给出了期望模糊状态反馈控制器的参数表达式.

收稿日期: 2009-08-07.

通讯联系人: 冯春梅, 讲师, 研究方向: 自动控制理论. E-mail: fengchunmei@njnu.edu.cn

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 问题描述

考虑一类时滞的离散 T–S模糊模型, 第 i条模糊规则如下:

模糊规则 i:

If $x_1(k)$ is Γ_1^i and…and $x_n(k)$ is Γ_n^i, then

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{x}(k-\tau)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{w}(k), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{x}(k),\quad i=1,2,\cdots,r, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{x}(k)=\varphi(k),\quad k=-\tau,-\tau+1,\cdots,0 \tag{3}$$

其中, Γ_1^i是一个模糊集, $\boldsymbol{x}(k)\in\mathbf{R}^n$是系统的状态向量; $\boldsymbol{u}(k)\in\mathbf{R}^m$是系统的控制输入向量, $\boldsymbol{w}(k)\in\mathbf{R}^r$是系统的扰动向量, 且 $\boldsymbol{w}(k)\in l_2[0,\infty)$; $\boldsymbol{z}(k)\in\mathbf{R}^l$是系统的控制输出向量, $\boldsymbol{A}_i\in\mathbf{R}^{n\times n}$、$\boldsymbol{A}_{di}\in\mathbf{R}^{n\times n}$、$\boldsymbol{E}_i\in\mathbf{R}^{n\times n}$和 $\boldsymbol{B}_i\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 是系统矩阵和输入矩阵, $\boldsymbol{D}_i\in\mathbf{R}^{n\times r}$是系统的干扰矩阵. r是这个模糊模型的模糊规则数. $\boldsymbol{x}(k)=\varphi(k)$, $k=-\tau,-\tau+1,\cdots,0$表示初值条件, $\tau>0$表示时间滞后常数.

采用单点模糊化, 乘积推理, 加权平均去模糊化后, T–S模糊系统(1)和(2)的可表示为:

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))[\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{x}(k-\tau)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{w}(k)], \tag{4}$$

$$\boldsymbol{z}(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))(\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{x}(k)), \tag{5}$$

$$\boldsymbol{x}(k)=\varphi(k),\quad k=-\tau,-\tau+1,\cdots,0 \tag{6}$$

其中, $h_i(x(k))=\dfrac{\omega_i(\boldsymbol{x}(k))}{\sum_{i=1}^{r}\omega_i(\boldsymbol{x}(k))}$, $\omega_i(\boldsymbol{x}(k))=\prod_{j=1}^{n}\Gamma_i^j(\boldsymbol{x}_j(k))$,

$$\boldsymbol{x}(k)=[\boldsymbol{x}_1(k),\boldsymbol{x}_2(k),\cdots,\boldsymbol{x}_n(k)].$$

这里, $\Gamma_j^i(\boldsymbol{x}_j(k))$是 $\boldsymbol{x}_j(k)$在集合 Γ_j^i中的隶属度函数, $\omega_i(\boldsymbol{x}(k))$的一些基本属性如下:

$$\omega_i(\boldsymbol{x}(k))\geqslant 0,\ i=1,2,\cdots,r.\qquad \sum_{i=1}^{r}\omega_i(\boldsymbol{x}(k))>0$$

所以, 可以得到 $h_i(\boldsymbol{x}(k))\geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))=1$, $i=1,2,\cdots,r$.

利用并行分布补偿方法(PDC), 考虑 T–S模糊模型的状态反馈控制器的形式如下:

控制器规则 i

If $x_1(k)$ is Γ_1^i and…and $x_n(k)$ is Γ_n^i, then

$$\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k),\quad i=1,2,\cdots,r. \tag{7}$$

其中, K_i为控制器增益, 整个系统的模糊控制器可表示为:

$$\boldsymbol{u}(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k). \tag{8}$$

从而相应得闭环系统为:

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))[(\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{x}(k-\tau)+\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{w}(k)], \tag{9}$$

$$\boldsymbol{z}(k)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))(\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{x}(k)), \tag{10}$$

考虑H_2性能指标: $J=\sum_{k=0}^{\infty}[\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}(k)+u(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}(k)]$. (11)

其中, $\boldsymbol{R}$和 $\boldsymbol{S}$为给定对称正定的系数矩阵.

本章中$\dfrac{H_2}{H_\infty}$控制问题的提法与第二章相类似地表述如下:

针对 T–S时滞模糊系统(4)~(6), 设计模糊控制器(8), 使得闭环系统(9), (10)满足:

(Ⅰ) 当 $\boldsymbol{w}(k)=0$时, (9)渐近稳定;

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(Ⅱ) 当 $\boldsymbol{w}(k)=0$时, 成本函数(11)存在有限的上界;

(Ⅲ) 闭环系统满足如下的H_∞性能指标:

$$\|\boldsymbol{z}(k)\|_2^2<\gamma^2\|\omega(k)\|_2^2, \tag{12}$$

其中, $\|\boldsymbol{z}(k)\|_2^2=\sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)$, $\|\boldsymbol{w}(k)\|_2^2=\sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(k)$, $\gamma>0$为H_∞控制指标中的干扰抑制系数.

2 主要结论

引理1[8] 给定任何适维矩阵$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{Y}>0$, 则$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}\leqslant\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}^{-1}\boldsymbol{Z}$

引理2 给定任何适维矩阵$\boldsymbol{M}_i$, $i=1,2,\cdots,r$, $\boldsymbol{P}>0$, 若 $0\leqslant h_i\leqslant 1$, $\sum_{i=1}^{r}h_i=1$, 则:

$$\left(\sum_{i=1}^{r}h_i\boldsymbol{M}_i\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\left(\sum_{i=1}^{r}h_i\boldsymbol{M}_i\right)\leqslant\sum_{i=1}^{r}h_i\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{M}_i.$$

本章的主要结论如下.

定理1 如果存在适维矩阵$\boldsymbol{Q}>0$, $\boldsymbol{P}>0$, $\boldsymbol{K}_i$使得下面的矩阵不等式(13)对 $0\leqslant i\leqslant j\leqslant 0$成立, 则

(Ⅰ) 闭环系统(9)渐近稳定;

(Ⅱ) 控制器(8)使得闭环系统(9)~(10)满足H_2性能指标;

(Ⅲ) 在零初始条件下, 控制器(8)使得闭环系统(9)~(10)满足H_∞混合指标,

$$4\Omega+(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})<0, \tag{13}$$

其中 $\gamma>0$表示扰动衰减系数, I表示适维单位矩阵,

$$\Omega=\begin{bmatrix}\Xi & 0 & 0\\ * & -\boldsymbol{Q} & 0\\ * & * & -\gamma^2\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}_{dij}=[\boldsymbol{A}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j, \boldsymbol{A}_{di}, \boldsymbol{D}_i], \quad \eta(k)=[\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{x}(k-\tau)^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\Xi=\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P}+\boldsymbol{R}+\frac{1}{4}(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)+\frac{1}{4}(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j).$$

证明 构造如下形式的 Lyapunov泛函:

$$\boldsymbol{V}(k)=\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k)+\sum_{i=k-\tau}^{k-1}\boldsymbol{x}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(i), \tag{14}$$

则:

$$\Delta\boldsymbol{V}(k)=\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}(k+1))-\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}(k))=$$
$$\boldsymbol{x}(k+1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k+1)+\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P})\boldsymbol{x}(k)-\boldsymbol{x}(k-\tau)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{P})\boldsymbol{x}(k-\tau),$$

由引理1可以得到:

$$\boldsymbol{x}(k+1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(k+1)=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{u=1}^{r}\sum_{v=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))h_u(\boldsymbol{x}(k))h_v(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}\cdot$$
$$(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{duv}+\boldsymbol{A}_{dvu})\eta(k)=$$
$$\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\sum_{u=1}^{r}\sum_{v=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))h_u(\boldsymbol{x}(k))h_v(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}\cdot$$
$$[(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{duv}+\boldsymbol{A}_{dvu})+(\boldsymbol{A}_{duv}+\boldsymbol{A}_{dvu})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})]\eta(k)\leqslant$$
$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})\eta(k).$$

由引理2可以得到:

$$\boldsymbol{u}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}(k)=\left(\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k)\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\left(\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{x}(k)\right)=$$
$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)\boldsymbol{x}(k)\leqslant$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{K}_i+\boldsymbol{K}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(k)\cdot$$

$$\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)=(\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{x}(k))^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{x}(k))=$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j)^{\mathrm{T}}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j)\boldsymbol{x}(k)\leqslant$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_j)\boldsymbol{x}(k).$$

从而:

$$\Delta\boldsymbol{V}(k)+\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)+\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{u}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}(k)-\gamma^2\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(k)\leqslant$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}\Theta_{ij}\eta(k)\leqslant$$

$$\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{r}h_i^2(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}\Theta_{ij}\eta(k)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{r-1}\sum_{j=i+1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(k))h_j(\boldsymbol{x}(k))\eta(k)^{\mathrm{T}}\Theta_{ij}\eta(k).$$

其中,

$$\Theta_{ij}=4\Omega+(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{dij}+\boldsymbol{A}_{dji}).$$

从而由(13)知道,

$$\Delta\boldsymbol{V}(k)+\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)+\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{u}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}(k)-\gamma^2\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(k)<0 \tag{15}$$

下面分 3个部分证明闭环系统渐近稳定, 满足H_2性能指标和满足H_∞性能指标.

首先, 由(15), 当 $\boldsymbol{w}(k)=0$时, 存在 $\delta>0$,

$$\Delta\boldsymbol{V}(k)<-\delta\|\boldsymbol{x}(k)\|^2. \tag{16}$$

对(16)两边关于 k从 0到N求和得到:

$$\boldsymbol{V}(N+1)-\boldsymbol{V}(0)<-\delta\sum_{k=0}^{N}\|\boldsymbol{x}(k)\|^2, \tag{17}$$

对N取极限有: $\sum_{k=0}^{\infty}\|\boldsymbol{x}(k)\|^2<\frac{1}{\delta}\boldsymbol{V}(0)=\frac{1}{\delta}\Big[\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\sum_{i=-\tau}^{-1}\boldsymbol{x}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(i)\Big]\leqslant c\sup_{-\tau\leqslant i\leqslant 0}\varphi(i)$,

其中, $c=\frac{\tau(\tau+1)}{2\delta}\max\{\lambda_{\max}(P),\ \lambda_{\max}(Q)\}$, 所以当 $\boldsymbol{w}(k)=0$时, 系统(9)渐近稳定, 即(I)成立.

同时当 $\boldsymbol{w}(k)=0$时, 对(15)两边关于 k从 0到N求和并取极限得到:

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}[\boldsymbol{x}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{u}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{u}(k)]<\boldsymbol{V}(0)=\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\sum_{i=-\tau}^{-1}\boldsymbol{x}(i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(i)]=J^*.$$

即闭环系统的H_2性能指标存在有限的上界, 即(II)成立.

最后由(15), 在零初始条件下可得: $\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)-\gamma^2\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(k)<-\Delta\boldsymbol{V}(k)$.

对上式两边关于 k从 0到N求和并取极限得到: $\sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(k)\leqslant\gamma^2\sum_{k=0}^{\infty}\boldsymbol{w}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(k)$,

即: $\|\boldsymbol{z}(k)\|_2^2<\gamma^2\|\omega(k)\|_2^2$, 于是(III)成立. 证毕.

下面我们用严格的线性矩阵不等式给出使得闭环系统存在$\frac{H_2}{H_\infty}$混合性能指标控制器可解的充分条件:

定理 2 如果存在适维矩阵 $\boldsymbol{X}>0$, $\boldsymbol{Q}>0$, $\boldsymbol{Y}_i$使得线性矩阵不等式(18)对 $1\leqslant i\leqslant j\leqslant r$成立, 则闭环系统系统(9)~(10)满足$H_2/H_\infty$混合性能指标的控制问题可解.

$$\begin{bmatrix} 4\boldsymbol{Q}-4\boldsymbol{X} & 0 & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}} & 2\boldsymbol{X} \\ * & -4\boldsymbol{Q} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{dj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -4\gamma^2 & \boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_j^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{X} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{S}^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & - & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\boldsymbol{R}^{-1} \end{bmatrix}<0 \tag{18}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

此时期望的状态反馈控制器的增益可选取为: $\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{X}^{-1}$, $i = 1, 2, \cdots, r$.

证明　记 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{X}^{-1}$, $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}^{-1}$ 并用对角矩阵 diag$[\boldsymbol{X}^{-1}, \boldsymbol{X}^{-1}, , , , ,]$对(18)两边进行合同变换得到:

$$\begin{bmatrix} 4\boldsymbol{Q}-4\boldsymbol{P} & 0 & 0 & \boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}} & 2 \\ * & -4\boldsymbol{Q} & 0 & \boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_{dj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -4\gamma^2 & \boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_j^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{P}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{S}^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & - & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\boldsymbol{R}^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

对上式用 Schur补公式进行逐步变换最后得到:

$$\begin{bmatrix} 4\boldsymbol{Q}-4\boldsymbol{P}+4\boldsymbol{R} & 0 & 0 & \boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}} \\ * & -4\boldsymbol{Q} & 0 & \boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_{dj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -4\gamma^2 & \boldsymbol{D}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_j^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{P}^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{S}^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & - \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} \Psi & 0 & 0 & \boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} \\ * & -4\boldsymbol{Q} & & \boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_{dj}^{\mathrm{T}} \\ * & * & -4\gamma^2 & D_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{D}_j^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -\boldsymbol{P}^{-1} \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

其中, $\Psi = 4\boldsymbol{Q} - 4\boldsymbol{P} + 4\boldsymbol{R} + (K_i + K_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}(K_i + K_j) + (E_i + E_j)^{\mathrm{T}}(E_i + E_j)$,

进一步用 Schur补公式对(5.3.6)进行变换并结合(5.3.1)有:

$$4\Omega + (\boldsymbol{A}_{dij} + \boldsymbol{A}_{dji})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_{dij} + \boldsymbol{A}_{dji}) < 0,$$

从而由定理 1知道所设计的控制器(8)使得闭环系统渐近稳定并满足 H_2/H_∞ 混合性能指标.

注 **1**　(18)是一个严格的线性矩阵不等式, 判别验证容易, 这给控制器的设计带来了较大的方便.

注 **2**　如果不考虑 H_∞ 性能指标, 就是所谓的保成本控制问题. 由定理 2很容易写出保成本(满足 H_2 性能指标)的控制器可解的充分条件, 即下面的推论 1:

推论 **1**　如果存在适维矩阵 $\boldsymbol{X} > 0$, $\boldsymbol{Q} > 0$, $\boldsymbol{Y}_i$ 使得如下的 LMI对 $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant r$成立,

$$\begin{bmatrix} 4\boldsymbol{Q}-4\boldsymbol{X} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}_j^{\mathrm{T}} & 2\boldsymbol{X} \\ * & -4\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{dj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -\boldsymbol{X} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{S}^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{R}^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

则闭环系统(9)的保成本(满足 H_2 性能指标)控制问题可解; 此时, 期望的保成本状态反馈控制器的增益矩阵可选取为: $\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{X}^{-1}$, $i = 1, 2, \cdots, r$.

注 **3**　如果不考虑 H_2 性能指标, 就是普通的 H_∞ 控制问题. 由定理 3.2很容易写出 H_∞ (满足 H_∞ 性能指标)控制器可解性的充分条件, 即下面的推论 2

推论 **2**　如果存在适维矩阵 $\boldsymbol{X} > 0$, $\boldsymbol{Q} > 0$, $\boldsymbol{Y}_i$ 使得如下的 LMI对 $1 \leqslant i \leqslant j \leqslant r$成立,

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\begin{bmatrix} 4\boldsymbol{Q} - 4\boldsymbol{X} & 0 & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Y}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Y}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}} \\ * & -4\boldsymbol{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -4\gamma^2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{X} & 0 \\ * & * & * & * & - \end{bmatrix} < 0,$$

则闭环系统(9)的 H_∞ 控制问题可解; 此时, 期望的 H_∞ 状态反馈控制器的增益矩阵可选取为:

$$\boldsymbol{K}_i = \boldsymbol{Y}_i\boldsymbol{X}^{-1},\ i = 1, 2, \cdots, r.$$

3 小结

对于离散的 T-S模糊时滞模型, 本文考虑了多目标控制问题. 以 LMI的形式给出了具有离散时滞模糊系统同时满足 H_2 和 H_∞ 性能指标的控制器存在的充分条件, 并给出了期望模糊状态反馈控制器的参数表达式.

[参考文献] (References)

[1] 赖旭芝, 蔡自兴. 模糊控制系统的稳定性分析和设计方法研究[J]. 计算技术与自动化, 1998(1): 4-8.
Lai Xuzhi, Cai Zixing. Stability analysis and design method for fuzzy control systems[J]. Computing Technology and Automation, 1998(1): 4-8. (in Chinese)

[2] 张金明, 李人厚. 模糊控制的系统化设计和稳定性分析[J]. 自动化学报, 1999(4): 493-497.
Zhang Jinming, Li Renhou. System design and stability analysis of fuzzy control[J]. Acta Automatica Sinica, 1999(4): 493-497. (in Chinese)

[3] 吴忠强. 基于模糊观测器的模糊系统稳定性[J]. 电工技术杂志, 2002(4): 1-4.
Wu Zhongqiang. Stability of fuzzy systems based on fuzzy observers[J]. Electrotechnical Journal, 2002(4): 1-4. (in Chinese)

[4] Cao Y Y, Frank P M. Robust H_∞ disturbance attenuation for a class of uncertain discrete-time fuzzy systems[J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2000, 8: 406-415.

[5] Cao S G, Rees N W, Feng G, et al. H_∞ control of nonlinear discrete-time systems based on dynamical fuzzy models[J]. Int J Systems Sci, 2000, 31: 229-241.

[6] Chou J H, Chen S H. Stability analysis of the discrete Takagi-Sugeno fuzzy model with time-varying consequent uncertainties[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 118: 271-279.

[7] Zhou S, Lam J, Xue A. Robust H_∞ control for uncertain discrete-time-delay fuzzy systems via output feedback[J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2005, 13: 82-93.

[8] Xu S, Chen T. Robust H_∞ control for uncertain stochastic systems with state delay[J]. IEEE Trans Automat Control, 2002, 47: 2 089-2 094.

[责任编辑: 刘 健]

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net