

小波在自相关过程监控中的应用

史荣珍¹, 史国生²

(1 南京师范大学泰州学院 机电工程系, 江苏 泰州 225300;

2 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 常规控制图的应用以观测值之间相互独立且同分布为基本前提. 然而由于系统内在因素的影响, 实际工业过程的观测值往往呈现自相关的特征. 此时, 常规控制图将不能有效实现对自相关过程的监控. 现将多尺度小波变换引入到自相关过程分析中, 并与 Shewhart 控制图相结合, 实现对过程的监控. 最后以 ARMA(1, 1) 过程为例, 分别对过程发生阶跃、趋势、周期和交替模式干扰时进行大量的 Monte-Carb 模拟实验, 并对该监控方法各扰动下的失控平均运行链长 (ARL) 做初步分析, 验证了该方法的有效性.

[关键词] 多尺度小波分析, 自相关过程, 平均运行链长, 控制图

[中图分类号] TB114.2 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2010)04-0031-04

Applying Wavelets to Autocorrelated Process Monitoring

Shi Rongzhen¹, Shi Guosheng²

(1. Department of Electromechanical Engineering, Nanjing Normal University Taizhou College, Taizhou 225300, China

2. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract Traditional control charts are based on the statistical assumption that measurements are independent and identically distributed. In industry applications, however, observations are autocorrelated due to the inherent cause of the process. Thus traditional methods will be inappropriate for autocorrelated process monitoring. In this paper, multi-scale wavelets analysis is introduced to autocorrelated processes. Process monitoring is reached by integrating Shewhart control charts with multi-scale wavelets analysis. Finally, take ARMA(1, 1) process as an example. Monte-Carb simulations about step-type, trend-type, cycles-type and alternating-type disturbances in autocorrelated processes are performed to explain the average run length (ARL) property of the control charts. The simulation results show that the method is effective.

Key words multi-scale wavelets analysis, autocorrelated process, average run length, control chart

统计过程控制 (SPC) 是应用统计技术对过程中的各个阶段进行监控与诊断, 从而达到改进与保证产品质量. 其中, Shewhart 控制图、CUSUM 控制图和 EWMA 控制图近年来均得到迅速发展^[1-4]. 但这些控制图仅适用于过程数据是独立分布的序列. 而在实际生产中, 由于生产过程的特殊性 (小批量生产, 使用传感器自动采集数据等), 导致采集到的数据往往存在不同程度的自相关性. 而此时若仍直接采用传统控制图, 则会引发严重的虚发报警. 因此对自相关过程的研究已引起学术界的广泛关注^[5].

在传统控制图的应用中, 根据控制图异常形状, 可分为 4 种常见的控制图异常模式, 即阶跃、趋势、周期和交替. 生产过程的异常波动主要来源于过程输入因素, 包括操作人员、设备、原材料、操作方法和环境. 不同环节的异常扰动对应不同的异常变化模式, 比如, 过程重新启动、过程更换操作工、长期使用的原料供应商突然更换等都可能引起控制图出现阶跃型异常变化; 操作人员的疲劳、刀具磨损将可能导致趋势的异常模式; 日常温度的周期变化、“高峰期”和“空闲期”交替等也会较为明显地显示在控制图上.

小波分析是一种有效的时频分析工具. 文中针对自相关过程, 采用多尺度小波分解对过程数据进行处理, 去除相关性, 再利用 Shewhart 控制图对各尺度系数进行监控, 判断是否为受控系数特征向量. 然后保

收稿日期: 2010-06-12

基金项目: 江苏省高校自然科学基金 (08KJB510005).

通讯联系人: 史荣珍, 副教授, 研究方向: 工业过程的监测与诊断. E-mail: shirongzhen2007@yaox.cn

留失控特征向量不变,令受控特征向量为零,进行小波逆变换,并对该重建信号建立 Shewhart 控制图.最后以 ARMA (1, 1) 过程为例,采用多尺度小波方法分别对阶跃、趋势、周期和交替 4 种异常模式的扰动,通过 Monte-Carlo 模拟方法,并分析各种扰动下的检测效果.

1 自相关过程和小波理论

1.1 自相关过程

自相关是指信号在一个时刻的瞬时值与另一个时刻的瞬时值之间的依赖关系,是对一个随机信号的时域描述.针对自相关过程,常用时间序列来描述其动态规律性^[6].时间序列是按照时间顺序取得的一系列观测值,其典型特征就是相邻观测值的依赖性.本文采用最常见的自回归滑动平均 ARMA(p, q) 模型对自相关过程进行分析.当 $p = q = 1$ 即 ARMA (1, 1) 模型时,表达式为:

$$x(t) = \varphi_1 x(t-1) + \varepsilon(t) - \theta_1 \varepsilon(t-1), \tag{1}$$

其中, $\varepsilon(t)$ 是相互独立的白噪声序列,符合标准正态分布即 $\varepsilon(t) \sim N(0, \sigma^2)$; p 为自回归阶数; q 为滑动平均阶数; φ_1 和 θ_1 分别为自回归参数和滑动平均参数.

1.2 小波理论

多尺度小波分析基本思想是把信号投影到一组正交的小波函数构成的子空间上,形成信号在不同尺度上的展开,从而获得信号在不同频带的特征,同时保留信号在各尺度上的时域特征.任意信号均可通过小波变换分解为细节部分和大尺度逼近部分.细节部分表示信号的高频特征,反映其细微变化;而大尺度逼近部分则包含信号的低频信息.因此,小波变换又被称为数学显微镜.多尺度分解可表示如下:

$$V_0 = V_j \oplus W_j = V_2 \oplus W_2 \oplus W_1 = V_3 \oplus W_3 \oplus W_2 \oplus W_1 = \dots$$

其中, V_0 是由尺度函数张成的零尺度空间; V_j 是尺度为 j 的尺度空间,代表分解中的低频部分; W_j 则是尺度为 j 的小波空间,表示高频部分.任意信号 $f(t)$ ($f(t) \in V_0$) 分别向尺度空间和和小波空间投影可得大尺度逼近部分 V_1 和细节部分 W_1 ,然后将大尺度逼近部分 V_1 再进一步分解,如此反复就可得任意尺度上的逼近部分和细节部分.3 层分解的结构见图 1 图:

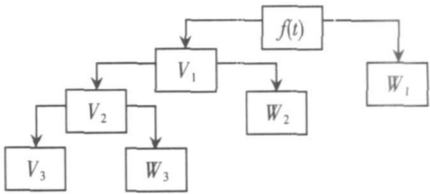


图 1 3 层分解的结构图

Fig.1 The three-layer structure of wavelet decomposition

信号 $f(t)$ 多尺度分解的数学表达式可表示为:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j_0,k} \varphi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=-\infty}^{j_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(t), \tag{2}$$

其中 j_0 是任一给定的初始尺度. $\psi(t)$ 和 $\varphi(t)$ 分别为小波函数和尺度函数; $c_{j,k}$ 和 $d_{j,k}$ 分别是位于 j_0 尺度处的尺度函数系数和小波函数系数.尺度函数表征信号的低频特性,而小波函数则反映信号在相关尺度上的细微差别.

2 小波应用

近年来,小波也被广泛用于分析自相关序列.国内外学者已证明利用小波的压缩特性对存在相关性的随机过程能够实现近似解相关^[7-8].本文首先利用多尺度小波来解除数据间的自相关性,然后各尺度系数再通过常规控制图对其监控.设 x 是当前被监控的过程数据组成的状态向量,即 $x = (x_1, x_2 \dots x_N)$. N 是滑动监控窗口的长度.对原信号 x 利用 Daubechies 小波进行深度为 $L = 2$ 的小波分解.因 Daubechies 小波具有较好的正交性,所以分解得到的小波函数系数以及最大尺度上的尺度函数系数几乎都是不相关的.再建立各尺度系数的 Shewhart 控制图进行监控,其控制线由标准正态分布的受控样本分解到相同尺度上的各系数决定,按照 3σ 准则设定.各尺度上的小波函数系数 $d_{1k}, d_{2k} (k = 1, 2 \dots N)$ 和最大尺度上的尺度函数系数 $c_{1k} (k = 1, 2 \dots N)$ 组成长度为 N 的特征向量,即系数特征向量组合.对于各系数特征向量,若有系数出界,则称为失控特征向量;反之为受控特征向量.保留失控特征向量不变,置受控特征向量为零,作小波逆变换,进行信号重构.最后对重构后的信号建立 Shewhart 控制图,若信号出界,则过程失控,即过程出现某种异常波动.在生产过程中,常见的异常干扰模式,即阶跃、趋势、周期和交替干扰,文中取某过程的 40 个数据为例,4 种异常模式中的数据变化如图 2 所示.

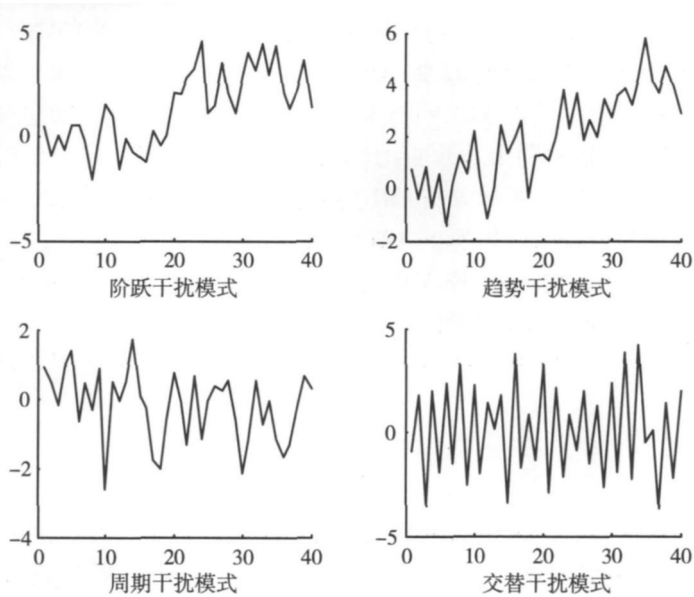


图 2 控制图中常见的 4 种干扰模式

Fig.2 The four common disturbance types of control charts

ARL是指检测到过程出现阶跃或趋势等干扰时所抽取的平均样本数, 可以通过理论计算或 Monte Carlo模拟仿真得到, 下面以 ARMA (1, 1) 过程为例并取滑动监控窗口的长度为 10Q 以失控 ARL大小来验证上述监控方法的检测效果. 文中采用 Monte-Carlo方法来得到 4种干扰模式下的失控 ARL, 并分析其性能. 设 ARMA (1, 1) 模型中的自回归参数和滑动平均参数分别为 $\varphi_1 = 0.25$ 和 $\theta_1 = 0.25$ 假设 $t = 0$ 时刻, 过程均值就出现阶跃、趋势、周期和交替干扰. 选用正交 Daubechies小波对信号进行尺度为 2的分解. 根据受控 ARL为 370来确定 Shewhart控制图的控制线. 具体如图 3所示:

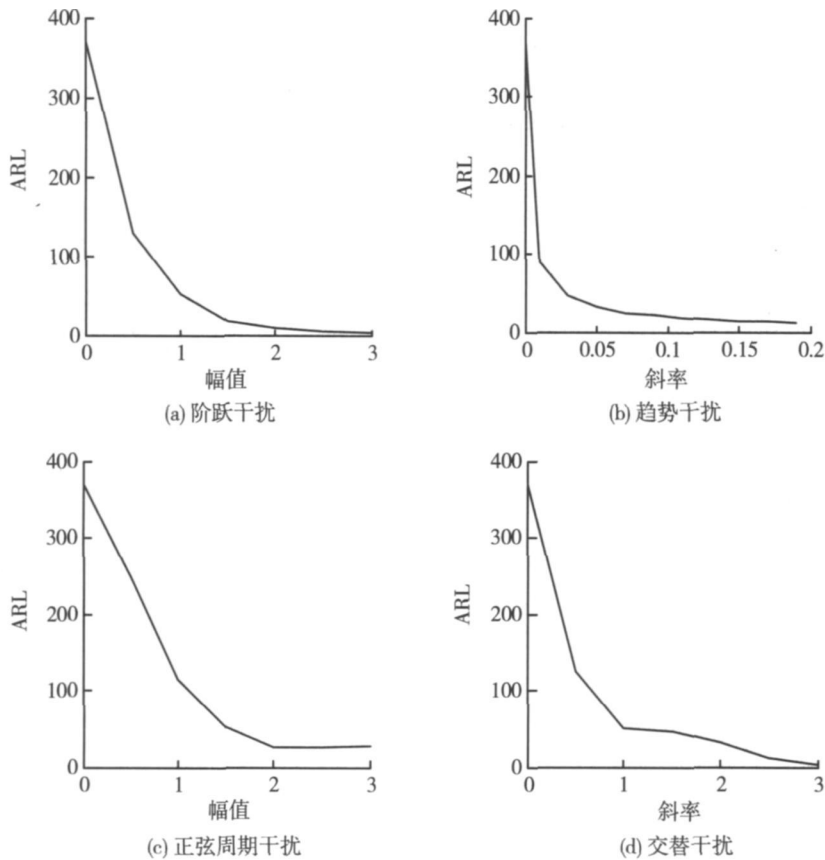


图 3 ARMA(1,1)过程中 4 种干扰模式下的失控 ARL

Fig.3 Out-of-control ARL at four different disturbance types of ARMA (1,1) process

图 3 中 (a) 是 $ARMA(1, 1)$ 过程发生阶跃型干扰时, 采用多尺度小波监控时的失控 ARL 与阶跃幅值的关系曲线. 由此可见, 随着扰动幅值的增加, 失控 ARL 越来越小, 即监控效果越来越好. (b) 图描述了当自相关过程在线性趋势干扰模式下的失控 ARL 和斜率之间的关系. ARL 能从 370 迅速降到很低的水平, 也就是当过程出现趋势干扰, 能较快地检测出过程的扰动. 图 (c) 是当过程出现正弦信号扰动 $A \sin(0.5t)$, 且幅值 A 在 $0.5 \sim 3$ 之间变化时, 其控制图的失控 ARL 与幅值 A 的关系曲线. 随着正弦干扰信号幅值的增大, 失控 ARL 逐渐减小, 直至正弦信号幅值降为 2 ARL 将维持恒定不再急剧减小. (d) 图描绘了当过程出现交替干扰即 $\pm A, A = 0.5 \sim 3$ 时, 过程的失控 ARL 与交替幅值之间的变化关系. 比较图 3 中 4 条曲线, 可见采用多尺度小波对自相关过程, 能够实现对过程的有效监控, 能够较早的检测出过程干扰. 其中对过程出现趋势干扰且斜率小于 0.05 时, 失控 ARL 能快速降低到很小值, 即检测出此种干扰所需时间最短, 检测效果最好.

3 结论

本文采用多尺度分析方法较容易地解决了数据间的自相关性. 小波分析能够通过把信号分解到多个相互正交的空间上, 从而实现对信号的近似解相关. 然后采用常规控制图对过程进行监控. 以 $ARMA(1, 1)$ 过程为例, 采用 Daubechies 小波进行两层分解, 通过 Monte-Carlo 模拟方法得到在阶跃、趋势、周期和交替 4 种干扰模式下的失控 ARL. 此方法也适用于其他类型的小波, 尺度更深的分解, 以及在各个干扰模型下小波类型和深度对监控效果的影响, 相关课题值得进一步研究.

[参考文献] (References)

- [1] 贾新章, 李京苑. 统计过程控制与评价, C_{pk} , SPC 和 PPM 技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.
Jia Xinzhang Li Jingyuan. Statistical Process Control and Evaluation—— C_{pk} , SPC, and PPM Technology [M]. Beijing Electronic Industry Press, 2004. (in Chinese)
- [2] Jun Du, Zhang Wu, Roger J Jiao. An improved adaptive CUSUM control chart for monitoring process mean [C] // Cybernetics and Intelligent Systems. Chengdu: IEEE Press, 2008. 849-854.
- [3] Daniel W. Apley and Hyun Cheol Lee. Design of exponentially weighted moving average control charts for autocorrelated processes with model uncertainty [J]. Technometrics, 2003, 45(3): 187-198.
- [4] Ma Yizhong, Zhao Fengyu. A new approach to diagnosing signals from multivariate EWMA control chart [J]. International Journal of Plant Engineering and Management, 2003, 8(4): 193-198.
- [5] Yang Jennhwa, Yang Minshen. A control chart pattern recognition system using a statistical correlation coefficient method [J]. Computer and Industrial Engineering, 2005, 48: 205-221.
- [6] 王振龙, 胡永宏. 应用时间序列分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2007.
Wang Zhenlong, Hu Yonghong. Applied Time Series Analysis [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)
- [7] Yousef Akssaf. Recognition of control chart patterns using multi-resolution wavelets analysis and neural networks [J]. Computers and Industrial Engineering, 2004, 47: 17-29.
- [8] Zheng Chen, Susan Lu, Sarah Lan. A hybrid system for SPC concurrent pattern recognition [J]. Advanced Engineering Informatics, 2007, 21: 303-310.

[责任编辑: 刘 健]