部分转移概率未知的非线性马尔科夫跳变系统的 H_∞ 控制

赵 霞[1],田恩刚[2],李 志[3]

(1. 南京信息职业技术学院,江苏 南京 210046)
(2. 南京师范大学 电气与自动化工程学院,江苏 南京 210042)
(3. 香港理工大学 应用科学及纺织学院,香港 九龙)

[摘要] 研究了一类含有未知转移概率的非线性马尔科夫跳变系统的 H_∞ 控制问题. 所研究的系统具有如下新特性: 首次对非线性函数在约束界内的内部变化规律加以利用; 马尔科夫跳变系统的部分转移概率完全未知. 当处理未知转移概率时,充分利用了未知转移概率和已知转移概率之间的关系. 通过对以上新特性进行建模,得到了更具一般性的非线性马尔科夫跳变系统模型. 对该模型应用李雅普诺夫函数法,得到了系统均方渐近稳定条件. 最后给出的数值算例表明: 首先,未知和已知转移概率关系的利用减少了结果的保守性; 其次,非线性函数新特性的使用极大地改善了系统的控制性能.

[关键词] 部分未知转移概率,马尔科夫跳变系统,非线性
[中图分类号] TP273 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2012)01-0047-05

H_∞ Control for Markov Jump Systems With Partially Unknown Transition Probabilities and Nonlinearities

Zhao Xia[1], Tian Engang[2], Li Zhi[3]

(1. Nanjing College of Information Technology, Nanjing 210046, China)
(2. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)
(3. Faculty of Applied Science and Textiles, Hong Kong Polytechnic University, Kowloon, Hong Kong)

Abstract: This paper studies the H_∞ controller design for Markov jump systems with partially unknown transition probabilities and nonlinearities. The studied systems have the following new characters: 1) the inner variation information of the nonlinear function between the bounds is firstly utilized to analysis the nonlinear function; 2) some of the transition probabilities are completely unknown, and full use is made of the relationship between the known and unknown transition probabilities to analyze the Markov jump system. With Lyapunov function method, sufficient conditions for mean square stability of the system can be obtained. The finial numerical example shows that, firstly, the usage of the relationship between known and unknown transition probabilities can reduce the conservatism of the results, and that, secondly, the utilization of the new characters of the nonlinearities can improve the control performance of the system greatly.

Key words: partially unknown transition probabilities, Markov jump system, nonlinearity

马尔科夫跳变系统近年来引起了很多关注[1,2],在现有的大多数文献中,都假定转移概率完全已知. 实际上,在有些实际系统中,马尔科夫跳变系统的转移概率可能测量不出来或者测量不准[3]. 为了解决这个问题,文献[4]假定转移概率存在不确定性,研究了马尔科夫系统的稳定和镇定问题. 在文献[5]中,作者假定转移概率在某个区间内发生变化,研究了离散马尔科夫系统的 H_∞ 控制问题. 以上两篇文献针对的情况是转移概率测量不准的情况,当某些转移概率完全未知时,文献[3,6]对其进行了研究. 然而,在文献[3,6]中,已知的转移概率和未知的转移概率之间的关系(即 $\sum_{j\in\Omega_{uk}^i}\pi_{ij}=1-\sum_{j\in\Omega_k^i}\pi_{ij}$)被忽略了,这种忽略可

收稿日期: 2011-11-22.
基金项目: 国家自然科学基金(60904013)、南京信息职业技术学院科研基金(YKJ11-019).
通讯联系人: 田恩刚,博士,副教授,研究方向: 网络控制. E-mail: teg@njnu.edu.cn

能会导致一定的保守性.

另一方面,由于系统建模误差的存在或者系统中本身存在非线性扰动,含有非线性扰动的系统的分析和综合问题也引起许多学者的关注,并做了相关研究[1,7,8]. 在所有的研究中,作者也只利用了非线性函数的上界信息(或扇形界信息),即最终得到的稳定或镇定条件只与非线性函数的上界(或扇形界)有关. 然而,只利用其上界信息无法对非线性函数的内部信息进行描述. 现有的研究方法实际上考虑的是一种最坏情况: 即假定所有的非线性函数的取值都能达到其上界. 实际的非线性扰动总是在一定区间内变化,并且小非线性发生的概率可能比较大,因此这种假定会带来很大的保守性. 只利用非线性函数的上界信息无法反映非线性函数的内部变化情况,有必要利用非线性函数的其他特性对其进行更深入的研究.

本文引入了非线性函数的一种新特性: 非线性函数在不同约束界内取值的概率分布信息. 利用这些信息和其上界信息,建立了一种新型的非线性马尔科夫跳变系统的模型. 本文考虑的系统模型中,不仅包含了非线性函数的新特性,还包括了部分未知的转移概率. 通过对转移概率中已知部分和未知部分之间的关系加以利用,并应用李雅普诺夫函数法,得到了使得系统稳定和镇定的充分条件. 利用 Matlab 中的 LMI 工具箱,可以对控制器增益进行求解. 最后给出的仿真实例表明: 转移概率中已知部分和未知部分的关系的使用能够减少结果的保守性; 非线性函数新特性的使用可以极大地改善系统的控制性能.

1 新型非线性 *Markov* 跳变系统的系统建模

$\{r_k, k \geqslant 0\}$ 是一组在集合 Ω 取值的马尔科夫链,且满足 $P_r(r_{k+1}=j \mid r_k=i)=\pi_{ij}$,其中 $\Omega=\{1,2,\cdots,N\}$,转移概率 $\pi_{ij} \geqslant 0, \forall i,j \in \Omega, i \in \Omega, \sum_{j=1}^{N} \pi_{ij}=1$.

当转移概率只有部分已知时,例如,考虑3个模态

$$\boldsymbol{\pi}=\begin{bmatrix} \pi_{11} & ? & ? \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} \\ ? & \pi_{32} & ? \end{bmatrix},$$

其中,?" 代表完全未知的转移概率. 针对转移概率已知还是未知,可以把集合 Ω 分为 $\Omega=\Omega_{\mathrm{k}}^{i} \cup \Omega_{\mathrm{uk}}^{i}$,$\Omega_{\mathrm{k}}^{i}$ 代表已知的转移概率集合. Ω_{uk}^{i} 表示未知的转移概率集合,定义如下 $\Omega_{\mathrm{k}}^{i}=\{j: \pi_{ij}\}=\{k_1, k_2, \cdots, k_m\}$,$\Omega_{\mathrm{uk}}^{i}=\{j: \pi_{ij}\}=\{k_{m+1}, k_{m+2}, \cdots, k_N\}$,其中 m 是第 i 行中已知转移概率的个数,集合 $\{k_1, k_2, \cdots, k_m\}$ 和 $\{k_{m+1}, k_{m+2}, \cdots, k_N\}$ 是集合 Ω 的子集,且满足 $\{k_1, k_2, \cdots, k_m\} \cup \{k_{m+1}, k_{m+2}, \cdots, k_N\}=\{1,2,\cdots,N\}$.

考虑如下含有非线性扰动的马尔科夫跳变系统:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{k+1} &= \boldsymbol{A}(r_k)\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{B}(r_k)u_k+\boldsymbol{h}(r_k,\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{E}(r_k)\boldsymbol{\omega}_k, \\ z_k &= \boldsymbol{C}(r_k)\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{D}(r_k)\boldsymbol{\omega}_k, \end{aligned} \tag{1}$$

其中,$\boldsymbol{x}_k \in \mathbf{R}^n$,$u_k \in \mathbf{R}^m$ 和 $\boldsymbol{\omega}_k \in l_2[0,\infty)$ 分别为状态量、控制输入和扰动输入,$z_k \in \mathbf{R}^l$ 是控制输出. $\boldsymbol{A}_i$,$\boldsymbol{B}_i$,$\boldsymbol{E}_i$,$\boldsymbol{C}_i$ 和 $\boldsymbol{D}_i$ 是具有适当维数的矩阵. 对已知矩阵 $\boldsymbol{M}_i$,非线性函数满足约束条件 $\|\boldsymbol{h}(i,\boldsymbol{x}_k)\|_2 \leqslant \|\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{x}_k\|_2$. 为了应用非线性函数内部信息,首先给出一个贝努力分布变量的定义:

$$\alpha_1(k)=\begin{cases} 1, & \|\boldsymbol{h}(i,\boldsymbol{x}_k)\|_2 \leqslant \|\boldsymbol{N}_i\boldsymbol{x}_k\|_2, \\ 0, & \|\boldsymbol{N}_i\boldsymbol{x}_k\|_2 \leqslant \|\boldsymbol{h}(i,\boldsymbol{x}_k)\|_2 \leqslant \|\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{x}_k\|_2, \end{cases} \tag{2}$$

$$\alpha_2(k)=1-\alpha_1(k),$$

其中,$\mathrm{trace}(\boldsymbol{M}_i) \geqslant \mathrm{trace}(\boldsymbol{N}_i)$,$\alpha_1(k)$ 和 $\alpha_2(k)$ 具有如下数值特征: $\mathrm{Prob}\{\alpha_1(k)=1\}=\bar{\alpha}_1$,$\mathrm{Prob}\{\alpha_2(k)=1\}=\bar{\alpha}_2=1-\bar{\alpha}_1$. 依据上面的定义,小非线性函数和大非线性函数分别定义为:

$$\boldsymbol{h}_1(i,\boldsymbol{x}_k)=\begin{cases} \boldsymbol{h}(i,\boldsymbol{x}_k), & \alpha_1(k)=1, \\ 0, & \alpha_1(k)=0, \end{cases}$$

$$\boldsymbol{h}_2(i,\boldsymbol{x}_k)=\begin{cases} \boldsymbol{h}(i,\boldsymbol{x}_k), & \alpha_2(k)=1, \\ \boldsymbol{N}_i\boldsymbol{x}_k, & \alpha_2(k)=0. \end{cases} \tag{3}$$

因此,非线性函数 $h(i,\boldsymbol{x}_k)$ 可以表示为

$$h(i,x_k)=\sum_{i=1}^{2}\alpha_i(k)h_i(i,x_k). \tag{4}$$

在文献[1,9]中使用的非线性函数可以认为是本文的一种特例，即令 $\alpha_1(k)=0$. 在文献[2,10]中定义的随机发生的非线性函数可以由(4)中令 $h_1(i,x_k)\equiv 0$ 得到，也可以认为是(4)的一种特例.

设计如下控制器，$u_k=K(r_k)x_k$，其中 $K_i(r_k=i\in\Omega)$ 是需要设计的控制器增益. 将该控制器带入式(1)中可以得到:

$$\begin{aligned}x_{k+1}&=(A_i+\Delta A_i+B_iK_i)x_k+E_i\omega_k+\sum_{l=1}^{2}\alpha_l(k)h_l(i,x_k),\\ z_k&=C_ix_k+D_i\omega_k.\end{aligned} \tag{5}$$

2 稳定性分析和 H_∞ 控制器设计

本文的目的是设计一种 H_∞ 控制器来镇定部分转移概率未知的非线性马尔科夫跳变系统.

定理1 如果存在矩阵变量 $X_i>0$，$T_i>0$ 和变量 $\varepsilon_i>0$ 使得下列不等式成立，则系统(5)均方渐近稳定:

$$\begin{bmatrix}\Pi_{11} & * & * & * & *\\ C_i & -I & * & * & *\\ \sqrt{2}W_iA_i & 0 & -\chi_i & * & *\\ \Pi_{14} & 0 & 0 & \Pi_{44} & *\\ \Pi_{15} & 0 & 0 & 0 & \Pi_{55}\end{bmatrix}<0,\quad T_i<\varepsilon_iI, \tag{6}$$

其中，$\Pi_{11}=\mathrm{diag}\{-X_i^{-1},-\gamma^2I,-\alpha_1T_i,-\alpha_2T_i\}$，$\chi_i=\mathrm{diag}\{X_{k_1},\cdots,X_{k_m},X_{k_{m+1}},\cdots,X_{k_N}\}$，

$C_i=[C_i\ \ D_i\ \ 0\ \ 0]$，$W_i=[W_i^k\ \ W_i^{uk}]$，$W_i^{uk}=[\sqrt{1-\pi_i^{\ k}}I\ \cdots\ \sqrt{1-\pi_i^{\ k}}I]^{\mathrm{T}}$，

$W_i^{\ k}=[\sqrt{\pi_{i,k_1}}I\ \cdots\ \sqrt{\pi_{i,k_m}}I]^{\mathrm{T}}$，$A_i=[A_i+B_iK_i\ \ B_{\omega i}\ \ 0\ \ 0]$，

$\Pi_{14}=\begin{bmatrix}0 & 0 & \sqrt{2\alpha_1}W_i & 0\\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2\alpha_2}W_i\end{bmatrix}$，$\Pi_{15}=\begin{bmatrix}\sqrt{\alpha_1}\varepsilon_iN_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{\alpha_2}\varepsilon_iM_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0\end{bmatrix}$，

$\Pi_{44}=\mathrm{diag}\{-\chi_i,-\chi_i\}$，$\Pi_{55}=\mathrm{diag}\{-\varepsilon_iI,-\varepsilon_iI\}$.

证明 构造如下李雅普诺夫泛函 $V(k,x_k)=x_k^{\mathrm{T}}P(r_k)x_k$，对 $r_k=i$ 且 $r_{k+1}=j$. 对李雅普诺夫泛函求差分并求取期望，可得:

$$E\{\Delta V(k,x_k)+z_k^{\mathrm{T}}z_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\}\leqslant E\Big\{x_{k+1}^{\mathrm{T}}\big(\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{k}}^i}\pi_{ij}P_j+(1-\pi_i^k)\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{uk}}^i}P_j\big)x_{k+1}-$$
$$x_k^{\mathrm{T}}P_ix_k+z_k^{\mathrm{T}}z_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\Big\}=E\{x_{k+1}^{\mathrm{T}}\bar{P}_ix_{k+1}-x_k^{\mathrm{T}}P_ix_kz_k^{\mathrm{T}}z_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\}.$$

其中，$P_i=\sum_{i\in\Omega_{\mathrm{k}}^i}\pi_{ij}P_j+(1-\pi_i^k)\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{uk}}^i}P_j$，$\pi_i^k=\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{k}}^i}\pi_{ij}$，$E\{x_{k+1}^{\mathrm{T}}\bar{P}_ix_{k+1}\}=E\{\zeta_k^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}}\bar{P}_iA_i\zeta_k+2\zeta_k^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}}\bar{P}_i\sum_{l=1}^{2}\alpha_lh_l(i,x_k)+\sum_{l=1}^{2}\alpha_lh_l^{\mathrm{T}}(i,x_k)\bar{P}_ih_l(i,x_k)\}$.

由 $h_1(i,x_k)$ 和 $h_2(i,x_k)$ 的定义并结合(6)可以得到:

$$\begin{aligned}&\alpha_1\varepsilon_ix_k^{\mathrm{T}}N_i^{\mathrm{T}}N_ix_k-\alpha_1h_1^{\mathrm{T}}(i,x_k)T_ih_1(i,x_k)\geqslant 0,\\ &\alpha_2\varepsilon_ix_k^{\mathrm{T}}M_i^{\mathrm{T}}M_ix_k-\alpha_2h_2^{\mathrm{T}}(i,x_k)T_ih_2(i,x_k)\geqslant 0.\end{aligned} \tag{7}$$

由以上推导可得:

$$E\{\Delta V(k,x_k)+z_k^{\mathrm{T}}z_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\}\leqslant E\{\zeta_k^{\mathrm{T}}[\Pi+A_i^{\mathrm{T}}\bar{P}A_i+C_i^{\mathrm{T}}C_i]\zeta_k\}.$$

其中，$\bar{P}_i$ 可以写成 $\bar{P}_i=W_i\chi_iW_i^{\mathrm{T}}$.

应用 Schur 不等式，可从式(6)得到 $E\{\Delta V(k,x_k)+z_k^{\mathrm{T}}z_k-\gamma^2\omega_k^{\mathrm{T}}\omega_k\}\leqslant-\delta\|x_k\|^2$，其中 $\delta=\inf\{\lambda_{\min}(\Pi+2A_i^{\mathrm{T}}\bar{P}A_i+C_i^{\mathrm{T}}C_i)\}$，在零初始条件下，可以得到如下不等式:

$$E\{\sum_{k=0}^{\infty}\|z_k\|^2\}\leqslant\gamma^2E\{\sum_{k=0}^{\infty}\|\boldsymbol{\omega}_k\|^2\}.$$

定理得证.

需要指出的是,本文的方法可以应用到转移概率完全已知和完全未知的情况. 当转移概率完全已知时,令定理 1 中 $\bar{P}_i=\sum_{j\in\Omega}\boldsymbol{\pi}_{ij}P_j$,$\boldsymbol{W}_i=[\sqrt{\pi_{i1}}I\quad\sqrt{\pi_{i2}}I\quad\cdots\quad\sqrt{\pi_{iN}}I]$,马尔科夫跳变系统就变成文献[11]中考虑的转移概率完全已知的情况. 当转移概率完全未知时,在定理 1 中令 $\bar{P}_i=P_j$,$\boldsymbol{W}_i=[I\quad I\quad\cdots\quad I]$. 由此可见,转移概率完全已知和完全未知的情况可以认为是本文所考虑情况的一种特例.

基于定理 1,可以得到如下结论.

定理 2　对给定 $\varepsilon_i>0$ 和 γ,如果存在矩阵变量 $\boldsymbol{T}_i>0$,$\boldsymbol{X}_i>0$,$\boldsymbol{Y}_i$ 使得下述不等式成立,则系统(5)均方渐近稳定:

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{11} & * & * & * & * \\ \hat{\boldsymbol{C}}_i & -I & * & * & * \\ \sqrt{2}\boldsymbol{W}_i\hat{\boldsymbol{A}}_i & 0 & -\boldsymbol{\chi}_i & * & * \\ \boldsymbol{\Pi}_{14} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{44} & * \\ \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{15} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{55}\end{bmatrix}<0,\quad \boldsymbol{T}_i<\varepsilon_iI, \tag{8}$$

其中,$\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{11}=\mathrm{diag}\{-\boldsymbol{X}_i,-\gamma^2I,-\alpha_1\boldsymbol{T}_i,-\alpha_2\boldsymbol{T}_i\}$,$\hat{\boldsymbol{C}}_i=[\boldsymbol{C}_i\boldsymbol{X}_i\quad\boldsymbol{D}_i\quad 0\quad 0]$,

$$\hat{\boldsymbol{A}}_i=[\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{Y}_i\quad\boldsymbol{B}_{\omega i}\quad 0\quad 0],\quad \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{15}=\begin{bmatrix}\sqrt{\alpha_1}\varepsilon_i\boldsymbol{N}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_i & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{\alpha_2}\varepsilon_i\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

证明　在不等式(6)两边左乘并且右乘 $\mathrm{diag}\{\boldsymbol{X}_i,I,\cdots,I\}$ 并令 $\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{K}_i\boldsymbol{X}_i^{-1}$ 可得(8).

当处理含有未知转移概率的马尔科夫跳变系统时,文献[3,6]中的作者忽略了如下信息,即在转移概率矩阵中的每一行中,已知转移概率的和与未知转移概率的和为 1,即 $\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{uk}}^i}\boldsymbol{\pi}_{ij}=1-\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{k}}^i}\boldsymbol{\pi}_{ij}$. 本文充分利用了该信息,可以得到更好的控制性能.

为便于比较,给出忽略关系式 $\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{uk}}^i}\boldsymbol{\pi}_{ij}=1-\sum_{j\in\Omega_{\mathrm{k}}^i}\boldsymbol{\pi}_{ij}$ 时的结果.

推论 1　如果存在矩阵变量 $\boldsymbol{T}_i>0$,$\boldsymbol{X}_i>0$,$\boldsymbol{Y}_i$ 使得下属不等式成立,则系统(5)均方渐近稳定

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{11} & * & * & * & * \\ \hat{\boldsymbol{C}}_i & -I & * & * & * \\ \sqrt{2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\hat{\boldsymbol{A}}_i & 0 & -\boldsymbol{\chi}_i & * & * \\ \tilde{\boldsymbol{\Pi}}_{14} & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{44} & * \\ \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{15} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Pi}_{55}\end{bmatrix}<0,\quad \boldsymbol{T}_i<\varepsilon_iI, \tag{9}$$

其中

$$\tilde{\boldsymbol{\Pi}}_{14}=\begin{bmatrix}\sqrt{2\alpha_1}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\boldsymbol{X}_i\\ \sqrt{2\alpha_2}\tilde{\boldsymbol{W}}_i\boldsymbol{X}_i\end{bmatrix},\quad \tilde{\boldsymbol{W}}_i=\begin{cases}[\sqrt{\pi_{i,k_1}}I\quad\cdots\quad\sqrt{\pi_{i,k_m}}I], & j\in\Omega_{\mathrm{k}}^i,\\ [\sqrt{1-\pi_i^k}I\quad\cdots\quad\sqrt{1-\pi_i^k}I], & j\in\Omega_{\mathrm{uk}}^i.\end{cases}$$

3　仿真实例

考虑如下带有 4 个模态的马尔科夫跳变系统,系统参数为

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}0.72 & -0.40\\ 0.81 & 0.81\end{bmatrix},\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}0.18 & -0.26\\ 0.81 & 0.13\end{bmatrix},\boldsymbol{A}_3=\begin{bmatrix}-0.53 & -0.81\\ 0.81 & 0.47\end{bmatrix},\boldsymbol{A}_4=\begin{bmatrix}1.07 & -0.18\\ 0.81 & 0.29\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}-0.3\\ 1.6\end{bmatrix},\boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}0.5\\ 0.8\end{bmatrix},\boldsymbol{B}_3=\begin{bmatrix}0.5\\ 0.2\end{bmatrix},\boldsymbol{B}_4=\begin{bmatrix}-0.7\\ 0.2\end{bmatrix},$$

$B_{\omega1}=\begin{bmatrix}0.1\\0.2\end{bmatrix}$,$B_{\omega2}=\begin{bmatrix}0.2\\-0.1\end{bmatrix}$,$B_{\omega3}=\begin{bmatrix}0.3\\0.2\end{bmatrix}$,$B_{\omega4}=\begin{bmatrix}0.1\\0.4\end{bmatrix}$,$C_1=[0.2\quad 0.5]$,

$C_2=[-0.3\quad 0.7]$,$C_3=[0.2\quad -0.5]$,$C_4=[0.2\quad 0.1]$,$D_i=0.1$,$i=1,2,3,4$.

转移概率矩阵为

$$\pi=\begin{bmatrix}0.3&0.2&0.1&0.4\\?&0.2&0.3&?\\?&0.4&?&0.3\\0.2&0.2&0.1&0.5\end{bmatrix},$$

即 π_{21},π_{24},π_{31},π_{33} 完全未知. 本例中可调参数取值为 $\varepsilon_i=80\{i=1,2,3,4\}$. 首先不考虑非线性扰动的影响,应用定理 2 和推论 1,可以分别求得系统的最小 H_∞ 指标 $\gamma_{\min}=0.68$(定理 2) 和 $\gamma_{\min}=1.15$(推论 1). 注意到定理 2 和推论 1 唯一的区别就是定理 2 充分利用了未知转移概率和已知转移概率的关系,即 $\pi_{21}+\pi_{24}=1-\pi_{22}-\pi_{23}=0.5$,$\pi_{31}+\pi_{33}=1-\pi_{32}-\pi_{34}=0.3$,而在推论 1 中这些信息则被忽略了. 因此,利用这些信息可以得到更好的控制性能.

以下研究非线性函数在不同约束界内取值的概率分布信息对系统的影响,所涉及到的参数为 $N_i=\mathrm{diag}\{0.05,0.05\}$,$M_i=\mathrm{diag}\{0.16,0.16\}$.

首先假定不考虑非线性函数随机分布信息的影响,跟现有文献的方法一样,只利用系统的上界函数,即令 $\alpha_1=0$,$\alpha_2=1$,利用定理 1 得到系统的最小 H_∞ 指标 $\gamma_{\min}=10.20$,利用推论 1 则得不到可行解. 当利用非线性函数的随机分布信息时,对 α_1 取不同的值,可以得到表 1 中的结果.

从表 1 可以看出,当非线性函数在不同的约束界下发生的概率已知时,利用这些信息,可以得到很好的控制效果. 此外,还可看出,小非线性的取值概率越大,所得到的系统性能越好. 从表 1 中的推论 1 的结果还可得知,如果不利用这些概率分步信息而只利用非线性函数的上界信息,有可能导致系统无可行解. 从上面的数值例子可以看出,非线性函数概率分布信息的利用能够极大地改善系统的控制效果.

表 1　不同概率取值下定理 2 和推论 1 得到的 $\gamma_{\min}$

Table 1　The obtained $\gamma_{\min}$ by theorem 2 and corollary 1 under deferent α_1

α_1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0.0
定理 2	1.22	1.84	2.30	2.72	3.77	10.20
推论 1	2.21	3.39	4.25	5.17	7.49	无解

4　结论

本文研究了部分转移概率未知的非线性马尔科夫跳变系统的控制问题. 非线性函数的一种新特性在本文中被首次使用,即该函数在不同约束界下发生的概率分布信息,这些信息的利用使得非线性函数更接近实际遇到的非线性,应用这些信息可得到更具一般性的马尔科夫跳变系统的系统模型. 本文的另一贡献是充分利用了转移概率中已知部分和未知部分之间的关系,并将其应用到最终得到的结果中去. 利用李雅普诺夫函数法和线性矩阵不等式方法,本文得到了使得马尔科夫跳变系统均方渐近稳定的条件. 该条件以线性矩阵不等式的形式给出,并可以用 Matlab 中的工具箱加以求解. 文章最后给出的数值算例可以很好地说明本文所提方法的有效性和非线性函数新特性的重要作用.

[参考文献](References)

[1] Yue D,Han Q L. Delay-dependent exponential stability of stochastic systems with time-varying delay,nonlinearity and Markovian switchin [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2005,50:217-222.

[2] Dong H,Wang Z,Ho D,et al. Robust H_∞ filtering for Markovian jump systems with randomly occurring nonlinearities and sensor saturation: The finite-horizon case [J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2011,59(7): 3 048-3 057.

[3] Zhang L,Boukas E,Lam J. Analysis and synthesis of Markov jump linear systems with time-varying delays and partially known transition probabilities [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2008,53(10):2 458-2 464.

[4] Xiong J,Lam J,Gao H, et al. On robust stabilization of Markovian jump systems with uncertain switching probabilities [J]. Automatica,2005,41(5):897-903.

(下转第 75 页)

Chinese)

[8] 陈胜军,贾方. 机械精度的模糊可靠性分析 [J]. 南京师范大学学报:工程技术版,2009,9(1):8-11.
Chen Shengjun, Jia Fang. Fuzzy reliability analysis of mechanical precision [J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2009, 9(1): 8-11. (in Chinese)

[9] 赵新红,夏春燕,孙明宇. 基于 GPS 的高精度功角实时测量系统 [J]. 南京师范大学学报:工程技术版,2007,7(3):13-16.
Zhao Xinhong, Xia Chunyan, Sun Mingyu. High precision real time measuring system of power torque angle [J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2007, 7(3): 13-16. (in Chinese)

[10] Dong Xinyong, Liu Yunqi, Liu Zhiguo, et al. Simultaneous displacement and temperature measurement with cantilever-based fiber Bragg grating sensor [J]. Optics Communications, 2001, 192(3/6): 213-217.

[11] Daniel Post. Developments in moire interferometry (for displacement measurement) [J]. Optical Engineering, 1982, 21(3): 458-467.

[12] Ryan Shayto, Brian Porter, Rodrigo Chandia, et al. Assessing the integrity of field devices in modbus networks [J]. International Federation for Information Processing, 2009, 290: 115-128.

[13] Jesus Gonzalez, Mauricio Papa. Passive scanning in Modbus networks [J]. International Federation for Information Processing, 2007, 253: 175-187.

[责任编辑:严海琳]

(上接第 51 页)

[5] Boukas E. H_∞ control of discrete-time Markov jump systems with bounded transition probabilities [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2009, 30(5): 477-494.

[6] Zhang L, Boukas E. Mode-dependent H_∞ filtering for discrete-time Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities [J]. Automatica, 2009, 45(6): 1 462-1 467.

[7] Gao J, Su H, Ji X, et al. Stability analysis for a class of neutral systems with mixed delays and sector-bounded nonlinearity [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2008, 9(5): 2 350-2 360.

[8] Wei G, Wang Z, Shu H. Robust filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements [J]. Automatica, 2009, 45(3): 836-841.

[9] Wang Z, Liu X. Exponential stabilization of a class of stochastic system with Markovian jump parameters and mode-dependent mixed time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(7): 1 656-1 662.

[10] Wang Z, Wang Y, Liu Y. Global synchronization for discrete-time stochastic complex networks with randomly occurred nonlinearities and mixed time delays [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(1): 11-25.

[11] Chen W H, Xu J X, Guan Z H. Guaranteed cost control for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48: 2 270-2 277.

[责任编辑:严海琳]