

蚁群算法求解 TSP 综述

张广帅, 张煜东, 吉根林

(南京师范大学计算机科学与技术学院, 江苏 南京 210023)

[摘要] 蚁群算法是一种群智能算法, 可用于求解图模型最优化路径的计算问题. 它于1992年由Dorigo M. 提出, 借鉴蚂蚁在蚁群与食物之间寻找最短路径. 本文集中讨论了几种典型的求解旅行商问题的蚁群算法扩展, 讨论其相应的优缺点, 并对其学术与工业的应用领域与合理发展进行了总结与展望.

[关键词] 蚁群算法, 蚂蚁系统, 蚁群系统, 最大最小蚂蚁系统, 旅行商问题

[中图分类号] TP182 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2014)04-0039-06

Survey on Ant Colony Algorithm for the Traveling Salesman Problem

Zhang Guangshuai, Zhang Yudong, Ji Genlin

(School of Computer Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: Ant colony algorithm (ACA) is a swarm intelligence-based method for solving computational problems that can be reduced to finding good paths through graphs. It was initially proposed by M. Dorigo in 1992, inspired by the behavior of ants seeking a shortest paths between the colony and a source of food. The paper concentrates on the discussions of the typical ACA extension for solving the traveling salesman problem (TSP) and their respective advantages and disadvantages, and finally summarize and expect their academic and industrial applied fields and reasonable developments.

Key words: ant colony algorithm, ant system, ant colony system, max-min ant system, TSP

蚁群算法(ACA)最初是通过对蚂蚁群落的观察, 受蚁群行为特征的启发而得出的^[1]. 单个蚂蚁只有简单的行为能力, 但整个蚁群却能完成一系列复杂的任务, 这是由蚂蚁高质量的协同所完成的. 1992年意大利学者Dorigo提出ACA的思想^[2-4], 以研究蚂蚁的行为, 并将其应用于旅行商(TSP)问题^[5].

ACA是一种分布式并行群智能算法^[6-8], 也是一种正反馈算法, 具有较强的鲁棒性, 易于与其他方法结合. 在其求解的过程中, 不会因为个别蚂蚁选择较差的解而使算法丧失作用, 这体现了算法的鲁棒性. 在求解过程中, 利用蚁群在问题空间中同时构造多个解, 体现了算法的多样性. 在蚂蚁觅食的过程中, 蚂蚁在其经过的路径上释放信息素, 具有更多信息素的路径更易吸引蚂蚁, 从而使更多蚂蚁经过该路径. ACA收敛速度慢, 计算时间长, 易于过早陷入局部最优, 不利于解决连续问题^[9,10].

本文主要以TSP问题为基础来研究ACA, 主要涉及算法的基本问题、算法描述、算法改进等.

1 TSP问题

ACA用于算法验证与效率分析最多的是TSP问题, 其问题描述如下^[11,12]: 有 n 个城市, 某旅行商从其中一个城市出发, 在访问完其余城市各一次且仅一次后回到原城市, 要规划一条最短的巡回路径.

解决方法如下: 可构造一个无向带权图, 顶点代表城市, 加权边代表两城市间的距离, 需要在图中找到一条封闭的路径, 包含所有连接点一次, 称为一次旅行, 目标是该路径具有最短距离. 需要注意的是, TSP问题分为对称TSP和非对称TSP两大类, 若两个城市往返的距离相等, 则为对称TSP^[13], 否则为非对称

收稿日期: 2013-12-17.

基金项目: 国家自然科学基金(610011024)、南京师范大学高层次人才科研启动基金项目(2013119XGQ0061).

通讯联系人: 张煜东, 博士, 教授, 研究方向: 人工智能与医学图像处理. E-mail: zhangyudong@njnu.edu.cn

TSP. 文章选用的实例是对称 TSP, 即 $d_{ij} = d_{ji}$, d_{ij} 表示顶点 i 至 j 的距离.

采用公式描述 TSP 如下: n 顶点 TSP 中的路径, 可表示为顶点序列: $L = x_1, x_2, \dots, x_n$, 其中 x_i 与 x_{i+1} ($1 \leq i \leq n-1$) 之间有边, 且 $x_i \neq x_j$ ($i \neq j, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$). 求解 TSP 的数学模型可描述为:

$$\min d(x_n, x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} d(x_i, x_{i+1}), \quad (1)$$

式中, \min 表示取最小值. TSP 问题的求解有很多方法, 而 ACA 是一种较好的方法^[14].

2 ACA 原理

ACA 是受自然界中真实蚁群的集体行为的启发而提出的一种基于群体的模拟进化算法. 蚂蚁是群体动物, 通过集体劳动找到从巢穴到食物源的最短路径. 仿生专家经过大量研究后发现, 蚂蚁在搜索食物时个体之间能通过在路径上留下气味来进行信息传递, 这种气味称作信息素^[15]. 蚂蚁倾向于沿着信息素浓度高的方向移动, 而路径上的信息素会随着时间的推移而逐渐挥发. 信息素强弱指导蚂蚁行进, 于是当一条路径上走的蚂蚁越多, 信息素浓度就会越强烈, 后来的蚂蚁选择该路径的概率就越大. 蚂蚁通过这种机制来进行信息交流, 最终快速找到食物^[16].

在 ACA 的研究中, 采用仿真蚂蚁代替直接模拟真实蚂蚁, 其行为之间的主要差别如下: 1) 真实蚂蚁在其生存环境下的活动是不同步的, 而仿真蚂蚁的活动是同步的^[17], 例如每次在模拟系统进行的操作中, 每只仿真蚂蚁从巢穴移动到食物源并遵循相同的路线返回; 2) 真实蚂蚁不论在任何活动中都会在途中留下信息素, 而仿真蚂蚁只在返回巢穴的途中存储仿真信息素; 3) 真实蚂蚁的搜寻行为以解决方法的近似评估为基础, 相比之下, 仿真蚂蚁对一些质量约束的解法进行评估来决定其返回巢穴的途中对信息素进行强化的强度^[18].

3 蚁群行为规则

蚂蚁之间是相互协作、相互分工的, 是一个整体去解决一些复杂的问题. 蚁群几个方面的行为规则对于研究 ACA 有较好的启发意义, 分别是觅食规则、移动规则、蔽障规则、信息素规则^[19]:

(1) 觅食规则: 每只蚂蚁在能感知的范围内寻找是否有食物, 若有就直接过去, 否则朝信息素最多的路径移动. 但每只蚂蚁都会以小概率犯错误, 并不是都往信息素最多的路径移动.

(2) 移动规则: 每只蚂蚁朝信息素最多的方向移动, 当周围没有信息素指引的时候, 蚂蚁会按照自己原来的方向惯性运动下去, 且有一个随机的小波动. 为了防止原地转圈, 它会记住刚才走过那些点, 若发现要走的下一个点已走过, 会尽量避免.

(3) 蔽障规则: 若要走的方向有障碍物挡住, 蚂蚁会随机选择另一个方向, 若有信息素指引, 则按照觅食规则.

(4) 信息素规则: 每只蚂蚁在刚找到食物的时候散发的信息素最多, 随着它走得越远, 播撒的信息素越少.

4 ACA 的扩展

4.1 蚂蚁系统

意大利学者 Dorigo M 提出了蚂蚁系统 (Ant System). 蚂蚁系统的模型有 3 种, 蚁周模型 (ant-cycle)、蚁量模型 (ant-quantity)、蚁密模型 (ant-density)^[20]. 在蚁密模型和蚁量模型中蚂蚁在两个位置结点间每移动一次后更新信息素 (局部信息), 而在蚁周模式中当所有的蚂蚁都完成了自己的行程后 (全局信息) 才对信息素进行更新.

蚂蚁系统的基本思想^[21]是: 首先初始化各边信息素的强度, 各个蚂蚁按照一定的概率选择到达下一个城市, 直到形成一条路径. 计算蚂蚁走过的路径长度, 长度等于各个边长度累加和. 更新各边的信息素, 然后当所有蚂蚁均完成信息素的更新之后, 记录当前最短路径, 对信息素与禁忌表更新. 依次循环直到算法终止.

每只蚂蚁根据路径上的信息素和启发式信息 (两城市间的距离) 独立地选择下一个城市: 在时刻 t , 蚂

蚁 k 从城市 i 转移到城市 j 的概率为:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{s \in J_k(i)} [\tau_{is}(t)]^\alpha [\eta_{is}]^\beta}, & j \in J_k(i); \\ 0, & j \notin J_k(i). \end{cases} \quad (2)$$

式中, α 与 β 分别表示信息素与启发式因子的相对重要程度; $J_k(i)$ 表示下一步允许的城市集合. 当所有蚂蚁完成一次周游后, 各路径上的信息素将进行更新:

$$\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}, \quad (3)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k, \quad (4)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{if 蚂蚁本次周游经过边 } ij; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

式中, ρ ($0 < \rho < 1$) 表示路径上信息素的挥发系数; Q 为正常数; L_k 表示第 k 只蚂蚁在本次周游中所走过的路径长度. 许多 ACA 系列算法都是在蚂蚁系统的基础上发展即来的, 通常将蚂蚁系统认为是 ACA 系列算法的基础.

4.2 蚁群系统

蚂蚁系统是第一个 ACA, 在解决小规模 TSP 时性能尚可, 但对于大规模 TSP, 会出现搜索时间长、容易停滞等现象. 蚁群系统是在蚂蚁系统的基础上改进后得到的一种优化算法^[22].

蚁群系统的基本思想是^[23]: 将 m 只蚂蚁放在 n 个城市, 每只蚂蚁通过重复利用随机贪婪规则构造路径, 同时蚂蚁也会利用局部信息素规则, 更新它所经过的边上的信息素. 一旦蚂蚁走完全程, 开始利用全局信息素更新规则对边上的信息素进行更新. 与蚂蚁系统算法一样, 蚂蚁利用两方面信息构造解, 一个是启发信息, 另一个是信息素信息. 蚂蚁偏向于选择信息素较多的边. 信息素更新规则偏向于经过蚂蚁比较多的路径.

蚁群系统在蚂蚁系统的基础上作出了许多改进, 主要表现在 3 个方面: (1) 从一个城市移向下一个城市的过程中, 运用的状态转移规则不同; (2) 并不对所有的边进行全局信息素更新, 仅对属于最优蚂蚁路径的边进行全局信息素更新; (3) 在蚂蚁构造解的过程中, 应用局部信息素更新规则.

蚁群在创建路径时的状态转移规则为: 蚂蚁以概率 q_0 ($0 \sim 1$ 间的常数) 移动到最大可能的城市:

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in \text{allowed}_k} [\tau_{iu}(t)] [\eta_{iu}]^\beta, & \text{if } q \leq q_0; \\ S, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

式中, q 为 $0 \sim 1$ 的随机数, S 为一随机变量. 当 $q > q_0$ 时, S 以如下概率来选择蚂蚁系统进行信息素的局部更新:

$$p_k(i, j) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)] [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{s \in J_k(i)} \tau_{is}(t) [\eta_{is}]^\beta}, & j \in J_k(i); \\ 0, & j \notin J_k(i). \end{cases} \quad (7)$$

使已选的边对后续蚂蚁吸引力减弱, 从而使蚂蚁对未选中的边更具有探索能力. 当蚂蚁从城市 i 转移到城市 j 后, 边 ij 上的信息素更新为:

$$\tau_{ij} = (1-\xi)\tau_{ij} + \xi\tau_0, \quad (8)$$

式中, τ_0 为常数, $\xi \in (0, 1)$ 为可调参数. 蚁群系统全局信息素的更新只是针对全局最好路径上的边进行更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \rho\Delta\tau_{ij}^{gb}, \rho \in (0, 1). \quad (9)$$

$$\Delta\tau_{ij}^{gb} = \begin{cases} \frac{1}{L^{gb}}, & \text{if 边 } ij \text{ 包含在全局最优路径中;} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

4.3 最大最小蚂蚁系统

最大最小蚂蚁系统(MMAS)是由 Stuetzle T 等人提出的. 该算法的目的是防止算法过早停滞. ACA 的主要问题是迭代到一定次数时出现停滞现象, 即最后所有蚂蚁走同一条次优路径, 而不能发现新的解. MMAS 的基本做法是^[24]: 限定了信息素浓度允许值的上下限, 并采用平滑机制. 它对 ACA 的改进主要有如下3点:

(1) 在 MMAS 中, 只允许其中的一条最优路径更新信息素, 它可以是所有周游过程中已找到的最优路径, 也可以是当前找到的最优路径. 信息素按照以下公式进行更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}^{\text{best}}, \quad (11)$$

$$\Delta\tau_{ij}^{\text{best}} = \frac{1}{L_{\text{best}}}, \quad (12)$$

式中, L_{best} 为本次迭代的最短路径或迄今为止的最短路径.

(2) 为防止迭代过程中出现的停滞现象, 将城市间的信息素限制在 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ 范围内:

$$\tau_{\max} = \frac{1}{1-\rho} \cdot \frac{1}{L_{\text{best}}}, \quad (13)$$

$$\tau_{\min} = \frac{2\tau_{\max}(1-\sqrt[n]{P_{\text{best}}})}{(n-2)\sqrt[n]{P_{\text{best}}}} \cdot \frac{1}{L_{\text{best}}}, \quad (14)$$

式中, ρ 为信息素的挥发因子, L_{best} 为使用迄今为止的最短路径, 并实时更新; P_{best} 为蚂蚁一次行走中找到最短路径的概率.

(3) 与基本蚂蚁算法的信息素初始化为最小值不同, MMAS 将信息素初始化为最大值 τ_{\max} .

MMAS 中也结合了局部搜索策略. 在算法中使用局部搜索算法可提高算法性能, 使蚁群在尽可能大的空间内搜索, 从而找到全局最优解. 实验表明 MMAS 是解决 TSP 的较好的启发式算法之一.

5 ACA 应用

近年来, 国内外学者在 ACA 的应用方面做了大量的工作. 目前, ACA 已成功应用于通讯、交通及人工智能等领域, 最突出的是求解 NP 难的组合优化问题. ACA 主要应用领域包括但不限于:

(1) 二次分配问题(QAP): 二次分配问题是指分配 n 个设备给 n 个地点, 从而使得分配的代价最小, 其中代价是设备被分配到位置上方式的函数^[25]. 实际上, QAP 可视为一般化的 TSP.

(2) 软硬件划分问题: 为了更好地对嵌入式系统和片上系统进行软硬件双路划分, 作者提出一种基于正负反馈机制的改进 ACA. 采用熵来表征 ACA 的正负反馈强度, 根据系统在过去、当前的熵值大小指导算法的参数调整^[26].

(3) 车辆路线问题(VRP): VRP 问题来源于交通运输^[27]. 已知 m 辆车, 每辆车的容量为 d , 目的是找出最佳行程路线, 在满足某些约束条件下, 使运输成本最小^[28].

(4) 机构同构判定问题: 在机械设计领域普遍存在的机构同构判定问题^[29], 将该类问题转化为求解其领域矩阵的特征编码值的问题, 利用 ACA 所具有的抵御组合爆炸能力进行求解, 在参数选择合适的情况下, 可取得较满意结果.

(5) 食品定价问题: 从收益管理与消费者购买行为的角度出发, 建立生鲜食品多阶段动态定价模型, 力图使零售价格动态地跟踪生鲜食品的自身价值波动. 为了更好地求解该模型, 采用了一种基于隶属云模型的蚁群算法^[30].

(6) 公司破产预测: Wang 等^[31] 首先采用 t-test 从 55 个原始特征中提取 5 个最主要特征, 然后采用 ACA 构建最优破产规则.

6 结语

目前, ACA 在学术界越来越受重视. 本文总结了近年的各种代表性 ACA 的扩展算法, 在介绍各个算法基本思想的基础上, 着重阐述其创新点、意义、发展过程. 可见 ACA 的核心即为对信息素进行更新, 蚁群将信息素当做一种通信工具, 以形成解决问题的合力.

蚁群优化算法最初用于解决 TSP 问题. 经过多年发展,已陆续渗透到其他领域中,如:图着色问题、大规模集成电路设计、通讯网络中的路由问题及负载平衡问题、车辆调度问题^[32]等. 今后的研究方向在于:(1)将 ACA 应用到更多更广的学术与工业领域;(2)将 ACA 与其他优化算法相结合,形成性能更优异的新算法,如与遗传算法结合形成遗传蚁群算法等;(3)将 ACA 并行化处理^[33].

[参考文献](References)

- [1] 许殿,史小卫,程睿. 回归蚁群算法[J]. 西安电子科技大学学报,2005,32(6):944-947.
Xu Dian, Shi Xiaowei, Cheng Rui. Returned ant algorithm[J]. Journal of Xidian University, 2005, 32(6):944-947. (in Chinese)
- [2] Dorigo M, Birattari M, Stutzle T. Ant colony optimization[J]. IEEE on Computational Intelligence Magazine, 2006, 1(4):28-39.
- [3] Dorigo M, Maniezzo V, Colormi A. The ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 1996, 26(1):29-41.
- [4] Dorigo M. Optimization, Learning and Natural Algorithms[D]. Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [5] 张煜东,吴乐南,韦耿. 智能算法求解 TSP 问题的比较[J]. 计算机工程与应用, 2009(11):11-15.
Zhang Yudong, Wu Lenan, Wei Gen. Comparison on solving TSP via intelligent algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2009(11):11-15. (in Chinese)
- [6] Zhang Y, Agarwal P, Bhatnagar V, et al. Swarm intelligence and its applications[J]. The Scientific World Journal, 2013(2013):528-569.
- [7] Hinchey M G, Sterritt R, Rouff C. Swarms and swarm intelligence[J]. Computer, 2007, 40(4):111-113.
- [8] De Castro L N. Fundamentals of natural computing: an overview[J]. Physics of Life Reviews, 2007, 4(1):1-36.
- [9] Marinakis Y, Marinaki M, Doumpos M, et al. Ant colony and particle swarm optimization for financial classification problems[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(7):10 604-10 611.
- [10] Blum C, Valles M Y, Blesa M J. An ant colony optimization algorithm for DNA sequencing by hybridization[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(11):3 620-3 635.
- [11] Enagls C, Manthey B. Average-case approximation ratio of the 2-opt algorithm for the TSP[J]. Operations Research Letters, 2009, 37(2):83-84.
- [12] Escoffier B, Monnot J. A better differential approximation ratio for symmetric TSP[J]. Theoretical Computer Science, 2008, 396(1-3):63-70.
- [13] Abrahamson J, Shokoufandeh A, Winter P. Euclidean TSP between two nested convex obstacles[J]. Information Processing Letters, 2005, 95(2):370-375.
- [14] Li B, Zhou Z, Zou W X, et al. Ant intelligence inspired blind data detection for ultra-wideband radar sensors[J]. Information Sciences, 2014, 255:204-220.
- [15] Yu H, Gu G, Liu H, et al. A modified ant colony optimization algorithm for tumor marker gene selection[J]. Genomics, Proteomics & Bioinformatics, 2009, 7(4):200-208.
- [16] Forsati R, Moayedikia A, Jensen R, et al. Enriched ant colony optimization and its application in feature selection[J]. Neurocomputing, 2014, 142:354-371.
- [17] Powell C M, Hanson J D, Bextine B R. Bacterial community survey of *solenopsis invicta* buren (red imported fire ant) colonies in the presence and absence of *solenopsis invicta* virus (SINV)[J]. Current Microbiology, 2014, 69(4):580-585.
- [18] Huang X W, Zou X B, Zhao J W, et al. Measurement of total anthocyanins content in flowering tea using near infrared spectroscopy combined with ant colony optimization models[J]. Food Chemistry, 2014, 164:536-543.
- [19] Wei X, Han L, Hong L. A modified ant colony algorithm for traveling salesman problem[J]. International Journal of Computers Communications & Control, 2014, 9(5):633-643.
- [20] 张煜东,吴乐南,韦耿. 一种改进的基于隶属云模型的蚁群算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(27):11-14, 23.
Zhang Yudong, Wu Lenan, Wei Gen. Improved ant colony algorithm based on membership cloud models[J]. Computer Engineering and Application, 2009, 45(27):11-14, 23. (in Chinese)
- [21] Lu M L, Xu B L, Sheng A D, et al. Modeling analysis of ant system with multiple tasks and its application to spatially adjacent cell state estimate[J]. Applied Intelligence, 2014, 41(1):13-29.

- [22] Goodarzi M, Freitas M P, Jensen R. Ant colony optimization as a feature selection method in the QSAR modeling of anti-HIV-1 activities of 3-(3, 5-dimethylbenzyl) uracil derivatives using MLR, PLS and SVM regressions [J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2009, 98(2): 123–129.
- [23] Matteucci M, Mussone L. An ant colony system for transportation user equilibrium analysis in congested networks [J]. Swarm Intelligence, 2013, 7(4): 255–277.
- [24] Crawford B, Soto R, Johnson F, et al. A max-min ant system algorithm to solve the software project scheduling problem [J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(15): 6 634–6 645.
- [25] 周勇, 陈洪亮. 蚁群算法的研究现状及其展望 [J]. 微型电脑应用, 2002, 5(2): 23–25.
Zhou Yong, Chen Hongliang. The status quo and foresight on ant colony algorithm [J]. Microcomputer Applications, 2002, 5(2): 23–25. (in Chinese)
- [26] 张煜东, 吴乐南, 韦耿. 基于正负反馈机制的蚁群算法用于软硬件划分 [J]. 电子测量与仪器学报, 2009, 23(8): 32–38.
Zhang Yudong, Wu Lenan, Wei Gen. Application of improved ant colony algorithm based on forward/backward feedback in hardware/software partition [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2009, 23(8): 32–38. (in Chinese)
- [27] Ahmmed A, Rana M A A, Mahmudul Haque A A M, et al. A multiple ant colony system for dynamic vehicle routing problem with time window [C]//Proceedings of the Convergence and Hybrid Information Technology, 2008 ICCIT'08 Third International Conference on. Khulna, Bangladesh, 2008: 182–187.
- [28] Boltuzic F, Rakipovic A. A hybrid ant colony system approach for solving capacitated vehicle routing problems with time windows [C]//Proceedings of the MIPRO, 2012 Proceedings of the 35th International Convention. Opatija, Croatia, 2012: 1 758–1 762.
- [29] 何靖华, 肖人彬, 师汉民. 蚂蚁算法在机构同构判定中的实现 [J]. 模式识别与人工智能, 2001, 14(4): 406–412.
He Jinghua, Xiao Renbin, Shi Hanmin. Implementation of ant algorithm for isomorphism identification of mechanisms [J]. PR&AI, 2001, 14(4): 406–412. (in Chinese)
- [30] 张煜东, 吴乐南, 唐磊. 隶属云模型蚁群算法的新应用: 生鲜食品多阶段动态定价 [J]. 统计与决策, 2009, 22: 26–29.
Zhang Yudong, Wu Lenan, Tang Lei. Cloud model based ant colony algorithm for multi-period dynamic pricing of fresh foods [J]. Statistics and Decision, 2009, 22: 26–29. (in Chinese)
- [31] Wang S, Wu L, Zhang Y, et al. Ant colony algorithm used for bankruptcy prediction [C]//Proceedings of the Information Science and Engineering (ISISE), 2009 Second International Symposium on. Shanghai, 2009: 137–139.
- [32] Qi C M, Li P. An exponential entropy-based hybrid ant colony algorithm for vehicle routing optimization [J]. Applied Mathematics & Information Sciences, 2014, 8(6): 3 167–3 173.
- [33] Guerrero G D, Cecilia J M, Llanes A, et al. Comparative evaluation of platforms for parallel ant colony optimization [J]. Journal of Supercomputing, 2014, 69(1): 318–329.

[责任编辑: 严海琳]

(上接第16页)

- [8] 杨建飞, 胡育文. 永磁同步电机最优直接转矩控制 [J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(27): 109–115.
Yang Jianfei, Hu Yuwen. Optimal direct torque control of permanent magnet synchronous motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(27): 109–115. (in Chinese)
- [9] Jia Jun, Zhao Jie, Liu Dichen, et al. The study of optimal structure and value of dump resistance in direct-drive permanent magnet synchronous generators [J]. Journal of Power and Energy Engineering, 2014, 2(4): 334–339.
- [10] Zhong L, Rahman M F, Hu Y W, et al. A direct torque controller for permanent magnet synchronous motor drives [J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1999, 14(3): 637–642.

[责任编辑: 严海琳]