

# 剪切稠化流体在偏心圆环通道中的流动特性研究

张钧波<sup>1</sup>, 张 敏<sup>2</sup>

(1. 南京师范大学泰州学院, 江苏 泰州 225300)

(2. 南京理工大学能源与动力工程学院, 江苏 南京 210009)

**[摘要]** 本文以幂律因子  $n > 1$  剪切稠化流体为研究对象. 针对剪切稠化流体的表观黏度随剪切速率变化呈现高阶非线性特性的问题, 在非结构化网格中运用基元中心法对非线性粘性系数进行离散, 并采用有限体积法对剪切稠化流体在偏心圆环通道中的充分发展层流进行数值计算. 结果表明, 流体的幂律因子增大, 会使基于达西摩擦因子( $f$ )表示流体流动特性的  $fRe$  ( $Re$  为雷诺数)数值显著增大. 流体通道偏心率的增大会使流动分布不均, 且  $fRe$  数值会随着通道偏心率的增大而减小, 增大半径比会使流体通道的流速增大, 但对  $fRe$  数值的影响却很小.

**[关键词]** 有限体积法, 基元中心法, 剪切稠化流体, 偏心圆环通道

**[中图分类号]** TK124 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2016)04-0046-06

## Study on Characteristics of Dilatant Fluid Flows in Eccentric Annular Channel

Zhang Junbo<sup>1</sup>, Zhang Min<sup>2</sup>

(1. Taizhou College, Nanjing Normal University, Taizhou 225300, China)

(2. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210009, China)

**Abstract:** This paper studies dilatant fluid whose power-law factor is greater than 1. To solve the problem of the apparent viscosity changing with the shearing rate and exhibiting highly non-linear feature, a cell-based central method is used for the non-linear viscosity coefficient discretization in unstructured grids. Finite volume method (FVM) is adopted for numerical simulation of fully developed laminar flow in eccentric annular channel. The calculation results show that the increase of power-law factor results in the apparent increase of  $fRe$ . The increase of eccentricity can lead to the asymmetrical distribution of velocity and reduce the value of  $fRe$ . In addition, the increase of radius ratio brings about the increase of velocity while having little impact on  $fRe$ .

**Key words:** FVM, cell-based central method, dilatant fluid, eccentric annular channel

剪切稠化流体在石化行业、塑料工业、食品工业有着广泛的应用. 近年来, 国内外学者对非牛顿流体的研究主要集中在幂律因子  $n < 1$  的伪塑性流体<sup>[1-7]</sup>, 对幂律因子  $n > 1$  的剪切稠化流体研究却很少. 本文在有限体积法的基础上, 运用基元中心法在非结构化网格中对剪切稠化流体的非线性粘性系数进行离散, 解决了剪切稠化流体表观粘性系数高阶非线性的问题. 并对符合 Ostwald-de Waele 关系式的剪切稠化流体在偏心圆环通道中的充分发展层流进行数值计算, 分析了流体幂律因子和流体通道结构参数对流体流动特性的影响.

## 1 控制方程和边界条件

偏心圆环通道横截面如图 1 所示, 图中  $r_1$  和  $r_0$  分别为内外圆半径,  $\varepsilon$  为偏心距, 即内外圆圆心距. 考虑偏心圆环通道横截面的对称性, 本文取偏心圆环通道横截面的右半部分为数值计算的几何模型并生成网格, 计算网格如图 2 所示.

收稿日期: 2015-12-28.

基金项目: 泰州市科技支撑计划(社会发展)指导性项目(SSF20160088).

通讯联系人: 张钧波, 讲师, 研究方向: 计算流体力学. E-mail: zhangjunbo555@163.com

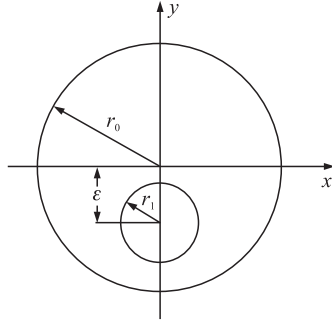


图1 计算区域几何图形

Fig. 1 Geometric drawing of computational domain

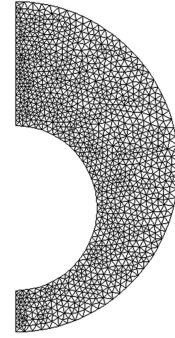


图2 计算区域网格

Fig. 2 Grid of computational domain

对于充分发展层流问题,沿圆环通道轴向的流动控制方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \frac{dp}{dz} = 0. \quad (1)$$

式中,  $w$  为流体轴向流动速度,  $p$  为压力. 边界条件为:

$$w(x, y) = 0, \quad x^2 + y^2 = r_0^2, \quad (2)$$

$$w(x, y) = 0, \quad x^2 + (y + \varepsilon)^2 = r_1^2, \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad x = 0. \quad (4)$$

为简化计算和增加程序的通用性,将各计算参数量纲一化,取外圆半径  $r_0$  为长度量纲,则量纲一的坐标  $x^*, y^*$  为

$$x^* = \frac{x}{r_0}, \quad y^* = \frac{y}{r_0}. \quad (5)$$

偏心率和半径比分别为

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{r_0 - r_1}, \quad r^* = \frac{r_1}{r_0}. \quad (6)$$

定义量纲一的速度

$$w^* = \frac{w}{[-(dp/dz)r_0^{n+1}/K]^{1/n}}, \quad (7)$$

式中,  $K$  和  $n$  是流体的量纲一的常数. 将各参数的无量纲形式代入控制方程中

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) + \frac{K^{1/n}}{r_0^{(1-n)/n}} = 0. \quad (8)$$

同样地,边界条件:

$$w^*(x^*, y^*) = 0, \quad x^{*2} + y^{*2} = 1, \quad (9)$$

$$w^*(x^*, y^*) = 0, \quad x^{*2} + (y^* + \varepsilon^* - \varepsilon^* r^*)^2 = r^{*2}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial x^*} = 0, \quad x^* = 0. \quad (11)$$

## 2 基于达西摩擦因子的 $fRe$ 的计算

基于达西摩擦因子的  $fRe$  是表示流体流动特性的量纲一的常数,是雷诺数( $Re$ )和摩擦因子( $f$ )的乘积. 对于剪切稠化流体充分发展层流,  $fRe$  的值即与通道结构形状有关,也与流体的黏性系数有关. 雷诺数  $Re$  是流体所受惯性力与黏性力之比. 其计算式为

$$Re = \frac{\rho w_m L}{\mu}, \quad (12)$$

$$f = -\frac{2D_h(dp/dz)}{\rho w_m^2}, \quad (13)$$

$$w_m = \iint \frac{w(x, y) dx dy}{A}, \quad (14)$$

$$D_h = \frac{4A}{\chi}, \quad (15)$$

式中,  $w_m$  表示平均速度,  $L$  为长度参数,  $\rho$  为流体密度,  $D_h$  为水力直径,  $\mu$  为流体的动力黏度,  $A$  为流道通道横截面面积,  $\chi$  为湿周.

### 3 数值计算方法

对于控制方程(8)的离散, 本文采用二阶精度的有限体积法, 与文献[8-9]的计算方法相同. 以下重点介绍采用基元中心法对幂律非牛顿流体表观黏性系数的离散. 黏性系数可用式(16)-(17)表示

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2}, \quad (16)$$

$$\mu_a = K\gamma^{n-1} = K \left[ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}, \quad (17)$$

式中,  $K$  是流体特性指数,  $n$  为幂律因子,  $\gamma$  为应变速度. 对于充分发展层流, 流体轴向流动速度  $w$ , 运用基元中心法对  $\partial w/\partial x$  和  $\partial w/\partial y$  进行离散. 假设控制体中心为  $p$ , 它有  $m$  个相邻控制体, 两控制体中心点连线上速度梯度呈线性变化关系, 则此连线中点处的速度梯度值即为相邻控制体交界面处的速度梯度,

$$(\nabla w)_i = \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2}, \quad (18)$$

式中, 下标  $i$  为相邻控制体编号,  $\Delta s_i = \sqrt{(x_{p_i} - x_p)^2 + (y_{p_i} - y_p)^2}$ . 速度梯度在  $x$  和  $y$  方向上的分量分别为:

$$(\nabla w)_{i,x} = \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i, \quad (19)$$

$$(\nabla w)_{i,y} = \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i, \quad (20)$$

式中,  $\theta_i$  为控制体中心连线与  $x$  轴正向的夹角,

$$\sin \theta_i = \frac{x_{p_i} - x_p}{\Delta s_i}, \quad (21)$$

$$\cos \theta_i = \frac{y_{p_i} - y_p}{\Delta s_i}. \quad (22)$$

采用基元中心法, 求得

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i, \quad (23)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i. \quad (24)$$

由此得到黏性系数的离散式为

$$\mu_a = K \left\{ \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i \right]^2 + \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}}. \quad (25)$$

### 4 计算结果及分析

本文选择的剪切稠化流体的剪切应力在流变学上符合 Ostwald-de Waele 关系式<sup>[10]</sup>

$$\tau = K \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^n, \quad (26)$$

式中,  $n$  为幂律因子. 选取  $n=1.6$  的剪切稠化流体, 在偏心率分别为 0.2, 0.5, 0.8, 半径比分别为 0.2, 0.5, 0.8 的偏心圆环通道中进行流动数值模拟分析.

图 3 为剪切稠化流体 ( $n=1.6$ ), 在偏心率 ( $\varepsilon^*=0.5$ ), 不同半径比 ( $r^*=0.2, 0.8$ ) 的偏心圆环通道中的等速线分布图. 通过两图比较, 随着半径比逐渐增大, 使得管内的流动区域减小, 流动在宽域的聚集越来越明显, 且速度明显增大. 而窄域的流动并没有完全停滞, 可见半径比对偏心圆环通道内流动的影响仅是压缩了流动的空间, 使管内流速增大, 速度梯度增大.

图 4 为剪切稠化流体 ( $n=1.8$ ), 在半径比 ( $r^*=0.5$ ), 不同偏心率 ( $\varepsilon^*=0.2, 0.8$ ) 的偏心圆环通道中的等速线分布图. 随着偏心率的增大, 流动的不均匀分布明显, 流体通道的宽域的流动开始增强, 速度增大. 而窄域的流动开始减弱, 且出现了流动停滞现象.

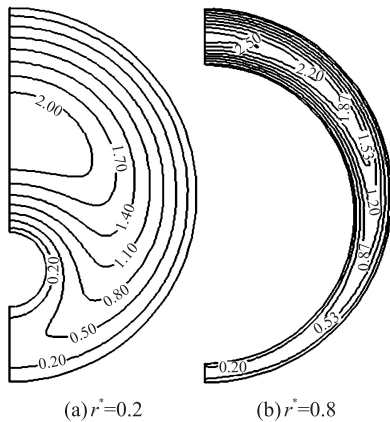


图 3 剪切稠化流体在不同半径比的偏心圆环通道中等速线分布 ( $n=1.6$ )

Fig. 3 Distribution of isovels in different eccentric annular channels ( $n=1.6$ )

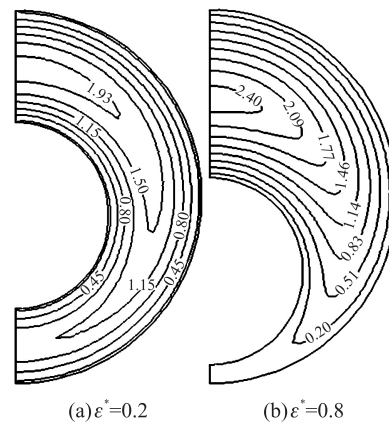


图 4 剪切稠化流体在不同偏心率的偏心圆环通道中等速线分布 ( $n=1.8$ )

Fig. 4 Distribution of isovels in different eccentric annular channels ( $n=1.8$ )

图 5 为幂率因子  $n=1.8$  的稠化流在半径比  $r^*=0.2$ , 偏心率分别为 0.2, 0.5, 0.8 的偏心圆环通道横截面宽域和窄域的速度曲线. 随着偏心率的增大, 窄域流动明显减小; 当偏心率达到一定值时, 宽域的流速已没有明显增大趋势, 从而造成圆环通道宽域的流动堵塞, 使圆环通道中的流动质量变差.

图 6 为幂律因子  $n=1.6$  和  $n=1.8$  的剪切稠化流体在同一偏心圆环通道中的等速线分布图. 在同一通道内, 随着幂律因子的增大, 流体流速相对增大, 无论是在流体通道的宽域还是窄域. 速度变化率也随着剪切稠化流体的幂律因子的增大而增大, 且幂律因子越大, 流体的剪切稠化特性越明显, 速度梯度也越大.

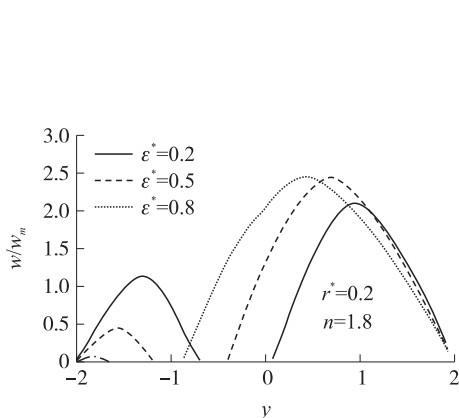


图 5 剪切稠化流体在不同偏心率的偏心圆环通道截面对称轴上速度曲线 ( $n=1.8$ )

Fig. 5 Distribution of velocity along symmetry axis in different eccentric annular channels ( $n=1.8$ )

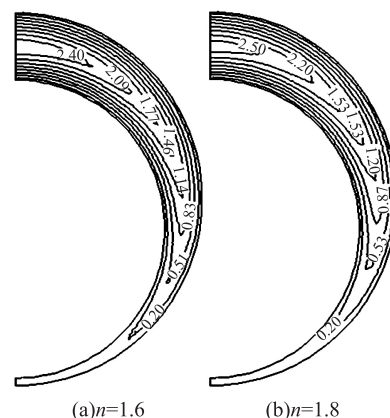


图 6 不同幂律因子的剪切稠化流体在偏心圆环通道中等速线分布

Fig. 6 Distribution of isovels in different eccentric annular channels

表 1 给出了剪切稠化流体在不同尺寸通道中充分发展层流的  $fRe$  值. 从表 1 中分析可知,剪切稠化流体在偏心圆环通道中充发层流的  $fRe$  值随着偏心率的增大而减小,但半径比对  $fRe$  数值影响很小. 在图 5 中分析幂律因子对无量纲速度场的影响很小,但幂律因子增大会使  $fRe$  数值显著增大,这是因为  $fRe$  数值取决于摩擦因子和雷诺数之积,而幂律因子增大使流体剪切稠化特性增强,导致流体的剪切应力增大,进而使摩擦因子增大,从而使得  $fRe$  显著增大.

表 1 剪切稠化流体在偏心圆环通道中充分发展层流流动的  $fRe$  值  
Table 1  $fRe$  of fully developed laminar flow in eccentric annular channel

$\varepsilon^*$	$r^*$	$fRe$		
		$n=1.2$	$n=1.6$	$n=1.8$
0	0.5	36.498 3	84.978 4	131.091 0
	0.2	34.016 3	79.207 4	119.204 5
0.2	0.5	34.812 7	80.213 3	121.572 9
	0.8	35.367 1	81.431 6	122.722 8
0.5	0.2	27.143 2	62.452 1	91.087 6
	0.5	26.781 5	61.943 8	90.451 1
	0.8	26.435 3	61.021 0	90.221 5
0.8	0.2	20.482 0	44.313 0	64.284 3
	0.5	18.629 8	43.125 4	59.783 8
	0.8	18.471 3	43.732 7	58.784 5

5 结语

通过非结构化网格中,将基元中心法应用于非牛顿流体高阶非线性粘性系数的离散,并对膨胀性幂律非牛顿流体在偏心圆环通道中的充分发展层流进行了数值计算,得到以下结论:

- (1) 对于  $n>1$  的剪切稠化流体在偏心圆环通道中的流动,半径比逐渐增大,会使流体通道宽域流动速度明显增大,但窄域的流体速度不会停滞;对基于达西摩擦因子表示流体流动特性的  $fRe$  数值影响也很小.
- (2) 偏心圆环通道的偏心率增大,会使流体通道窄域的速度趋于停滞状态,而宽域的速度增大到一定数值时,增大趋势就不明显,会出现流动堵塞情况,从而使表示流体流动特性的  $fRe$  数值减小.
- (3) 幂律因子对偏心圆环通道中的无量纲速度场的影响并不明显,但会使表示流体流动特性的  $fRe$  数值显著增大.
- (4) 相对于剪切稀化流体在偏心圆环通道内的流动主要受通道结构参数影响<sup>[11]</sup>,剪切稠化流体在偏心圆环通道的流动受幂律因子影响最大.

[ 参考文献 ] (References)

[ 1 ] 袁世伟,赖焕新. 幂律非牛顿流体的有限体积算法[J]. 华东理工大学学报(自然科学版),2013,39(3):364-369.  
YUAN S W, LAI H X. A finite volume method for calculating flows of power-law non-newton fluids[J]. Journal of east china university of science and technology(natural science edition), 2013, 39(3):364-369.(in Chinese)

[ 2 ] 尹析明. 环形套管内非牛顿流体非定常旋转流动谱方法研究[J]. 四川大学学报,2009,46(4):1 016-1 020.  
YING X M. Research on analytical approach to time-dependent rotation flow of Non-Newtonian fluid in the pap between cylinders[J]. Journal of Sichuan university(natural science edition), 2009, 46(4):1 016-1 020.(in Chinese)

[ 3 ] 沈丹丹,朱宏武,丁矿,等. 水下卧式采油树内部环空通道的流动特性分析[J]. 石油机械,2014,42(2):42-44.  
SHEN D D, ZHU H W, DING K, et al. Analysis of the flow characteristic of the annular channel in sub sea horizontal christmas tree[J]. China petroleum machinery, 2014, 42(2):42-44.(in Chinese)

[ 4 ] 牛骏,符策基,谭文长. 非牛顿流体在介质中的自然对流与传热[J]. 工程热物理学报,2013,31(2):314-316.  
NIU J, FU C J, TAN W C. Thermal convection of a viscoelastic fluid in a porous layer heated from below[J]. Journal of

- engineering thermophysics,2013,31(2):314–316.(in Chinese)
- [5] NOBARI M R H, MEHRABANI M T. A numerical study of fluid flow and heat transfer in eccentric curved annuli[J]. International journal of thermal sciences,2010,49:380–396.
- [6] BARTOSIK B. Application of rheological models in prediction of turbulent slurry flow[J]. Flow turbulence combust,2010,84:277–279.
- [7] FANG P P, MANGLIK R M, JOG M A. Characteristics of laminar viscous shear-thinning fluid flows in eccentric annular channels[J]. Journal of non-newtonian fluid mechanics,1999,84:1–17.
- [8] PATANKAR S V. Numerical and heat transfer fluid flow[M]. Washington D.C.; Hemisphere,1980.
- [9] ZHANG M. Modeling of radiative heat transfer and diffusion processes using unstructured grid[D]. Cookeville; Tennessee Technological University,2000.
- [10] ESCUDIER M P, GOULDSON I W. Developments in laser techniques and applications to fluid mechanics[M]. Berlin; Springer,1997.
- [11] 张钧波,张敏. 幂律非牛顿流体在偏心圆环通道中的流动特性[J]. 南京工业大学学报(自然科学版),2015,39(6):114–118.
- ZHANG J B,ZHANG M. Characteristics of power-law non-Newtonian fluid flows in eccentric annular channel[J]. Journal of Nanjing Tech university(natural science edition),2015,39(6):114–118.(in Chinese)

[责任编辑:陈 庆]