

# 膨胀性非牛顿流体在偏心圆环管中的 传热特性研究

季银炼<sup>1</sup>, 张钧波<sup>1</sup>, 张 敏<sup>2</sup>

(1. 南京师范大学泰州学院, 江苏 泰州 225300)

(2. 南京理工大学能源与动力工程学院, 江苏 南京 210009)

[摘要] 本文以剪切应力符合 Ostwald-de Waele 关系式, 幂律因子  $n > 1$  膨胀性非牛顿流体为研究对象. 针对膨胀性非牛顿流体粘性系数高阶非线性问题, 在非结构化网格中, 采用基元中心法对粘性系数进行离散, 并对膨胀性流体在偏心圆环通道中的传热特性进行了研究. 研究表明, 流体通道偏心率和半径比都会引起圆环通道内温度的周向分布不均匀, 且偏心率和半径比越大, 周向分布不均匀性越强烈. 通道的几何结构对努谢尔特数的影响远大于幂律因子的影响.

[关键词] 有限体积法, 基元中心法, 膨胀性流体, 偏心圆环通道

[中图分类号] TK124 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2017)02-0037-05

## Heat Transfer Characteristics for non-Newtonian Dilatant Fluid in Eccentric Annular Channel

Ji Yinlian<sup>1</sup>, Zhang Junbo<sup>1</sup>, Zhang Min<sup>2</sup>

(1. Taizhou College, Nanjing Normal University, Taizhou 225300, China)

(2. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210009, China)

**Abstract:** This paper studies dilatant fluid in accordance with Ostwald-de Waele relational formula, with power-law factor greater than 1. It aims to solve the problem of the highly non-linear features of the non-Newtonian fluid viscosity coefficient. Cell-based central method is used for the non-linear viscosity coefficient discretization in unstructured grids. It studies heat transfer of dilatant fluid in eccentric annular channel. The simulation results show that the eccentricity and radius ratio of annular channel can lead to the asymmetrical distribution of circumferential temperature and velocity. Effects of geometric structure of channel on the Nusselt number are far greater than effects of power factor.

**Key words:** FVM, cell-based central method, dilatant fluid, eccentric annular channel

非牛顿流体在石油化工、塑料工业、食品工业有着广泛的应用. 近年来, 国内外学者对非牛顿流体的研究主要集中在幂律因子  $n < 1$  的伪塑性流体<sup>[1-8]</sup>, 对幂律因子  $n > 1$  的膨胀性流体研究很少. 本文运用有限体积法, 在非结构化网格中采用基元中心法对膨胀性非牛顿流体的非线性粘性系数进行离散, 解决了膨胀性流体表现粘性系数高阶非线性的问题. 同时在圆环管内壁恒温、外壁绝热的边界条件下, 对膨胀性流体在偏心圆环管中充分发展层流的流动和传热进行数值计算, 并分析了流体特性和流体通道结构参数对流体传热特性的影响.

## 1 控制方程和边界条件

偏心圆环通道横截面如图 1 所示, 图中  $r_1$  和  $r_0$  分别为内外圆半径,  $\varepsilon$  为偏心距, 即内外圆圆心距. 考虑偏心圆环通道横截面的对称性, 本文取偏心圆环通道横截面的右半部分为数值计算的几何模型并生成

收稿日期: 2016-01-03.

基金项目: 泰州市科技支撑社会发展计划(指导性)项目(SSF20160088).

通讯联系人: 季银炼, 讲师, 研究方向: 流体传热传质. E-mail: jiyinlian@163.com

网格,计算网格如图 2 所示.

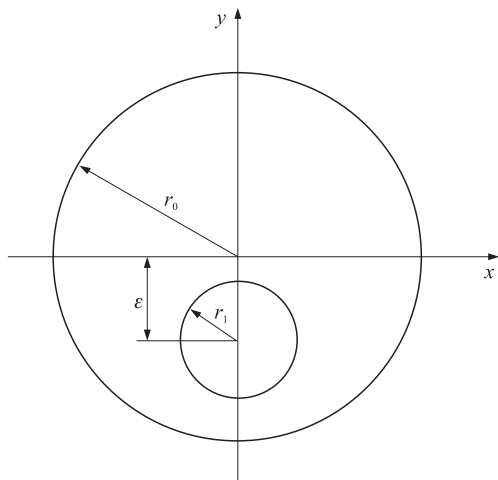


图 1 计算区域

Fig. 1 Computational domain

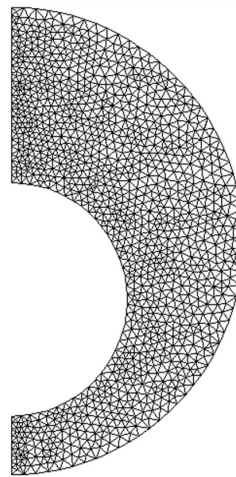


图 2 网格划分

Fig. 2 Mesh generation

对于充分发展层流的稳态导热问题,温度只与流体的轴向速度有关,因此传热控制方程可表示为

$$\rho C_p w \frac{\partial T}{\partial z} = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_T. \quad (1)$$

式中, $\rho$  为密度, $C_p$  为定压比热, $k$  为热传导系数, $S_T$  为外热源或热汇, $\frac{\partial T}{\partial z}$  为温度梯度,且

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_w - T}{T_w - T_m} \frac{dT_b}{dz}. \quad (2)$$

式中, $T_w$  为壁面温度, $T_b$  为平均体温度, $T_m$  为平均温度,且

$$T_m = \frac{\iint T dA}{A}. \quad (3)$$

式中, $A$  为偏心圆环管横截面积.

假设无外热源,则控制方程(1)可简化为

$$\nabla \cdot (k \nabla T) - \rho C_p w \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

取偏心圆环管的传热边界条件为内壁恒壁温外壁绝热,即

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, w(x, y) = 0, x^2 + y^2 = r_0^2, \quad (5)$$

$$T(x, y) = T_w, w(x, y) = 0, x^2 + (y + \epsilon)^2 = r_1^2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad x = 0. \quad (7)$$

控制方程的无量纲式为

$$k \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) + \frac{w}{w_m} = 0. \quad (8)$$

其中, $w_m$  为平均速度,无量纲坐标为

$$x^* = \frac{x}{D_h}, \quad y^* = \frac{y}{D_h}. \quad (9)$$

其中, $D_h$  为水力直径,无量纲温度为

$$T^* = \frac{k(T_w - T)}{[\rho C_p (dT_b/dz) w_m D_h^2]}. \quad (10)$$

## 2 数值计算方法

对于控制方程(8)的离散,本文采用二阶精度的有限体积法,与文献[9-10]的计算方法相同. 以下重点介绍采用基元中心法对幂律非牛顿流体表现黏性系数的离散. 黏性系数可表示为,

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2}, \quad (11)$$

$$\mu_a = K\gamma^{n-1} = K \left[ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}}. \quad (12)$$

式中, $K$ 是流体稠度指数, $n$ 为幂律因子, $\gamma$ 为应变速度. 对于充分发展层流,流体轴向流动速度 $w$ ,运用基元中心法对 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial w}{\partial y}$ 进行离散. 假设控制体中心为 $p$ ,它有 $m$ 个相邻控制体,两控制体中心点连线上速度梯度呈线性变化关系,则此连线中点处的速度梯度值即为相邻控制体交界面处的速度梯度<sup>[6]</sup>,

$$(\nabla w)_i = \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2}. \quad (13)$$

式中,下标 $i$ 为相邻控制体编号, $\Delta s_i = \sqrt{(x_{p_i} - x_p)^2 + (y_{p_i} - y_p)^2}$ . 速度梯度在 $x$ 和 $y$ 方向上的分量分别为:

$$(\nabla w)_{i,x} = \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i, \quad (14)$$

$$(\nabla w)_{i,y} = \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i. \quad (15)$$

式中, $\theta_i$ 为控制体中心连线与 $x$ 轴正向的夹角,

$$\sin \theta_i = \frac{y_{p_i} - y_p}{\Delta s_i}, \quad (16)$$

$$\cos \theta_i = \frac{x_{p_i} - x_p}{\Delta s_i}. \quad (17)$$

采用基元中心法,求得

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i, \quad (18)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i. \quad (19)$$

由此得到黏性系数的离散式为

$$\mu_a = K \left\{ \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \cos \theta_i \right]^2 + \left[ \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\Delta w}{\Delta s_i/2} \right)_i \sin \theta_i \right]^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}}. \quad (20)$$

## 3 计算结果及分析

本文选择的膨胀性非牛顿流体的剪切应力在流变学上符合 Ostwald-de Waele 关系式<sup>[11]</sup>

$$\tau = K \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^n. \quad (21)$$

式中, $n$ 为流动特性指数. 选取幂律因子 $n=1.6$ 的膨胀性流体,在偏心率分别为0.2,0.5,0.8,半径比分别为0.2,0.5,0.8的偏心圆环管中进行传热数值模拟分析.

图3为膨胀性非牛顿流体( $n=1.6$ ),在偏心率( $\varepsilon^*=0.8$ ),不同半径比( $r^*=0.2,0.5$ 和0.8)的偏心圆环管中的等温线分布图. 从图上可以看出随着通道半径比的增大,流场的等温线分布逐渐不均,流动区域的最高温度升高,等温线分布密度也逐渐增大.

图4为膨胀性非牛顿流体( $n=1.6$ ),在半径比( $r^*=0.5$ ),不同偏心率( $\varepsilon^*=0.2,0.5$ 和0.8)的偏心圆环管中的等温线分布图. 从图上可以看出偏心率的改变使得流体通道内的温度的分布变化明显,最高温

度明显降低.

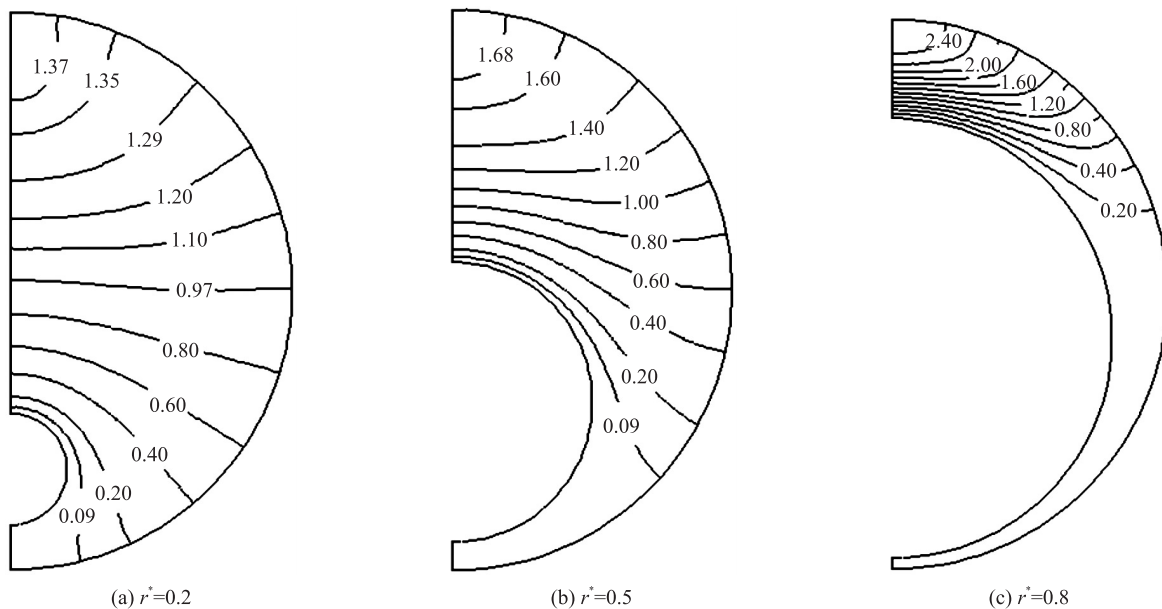


图 3 在不同半径比的偏心圆环管中等温线分布 ( $\varepsilon^* = 0.8$ )

Fig. 3 Distribution of isotherm in different eccentric annular channels( $\varepsilon^* = 0.8$ )

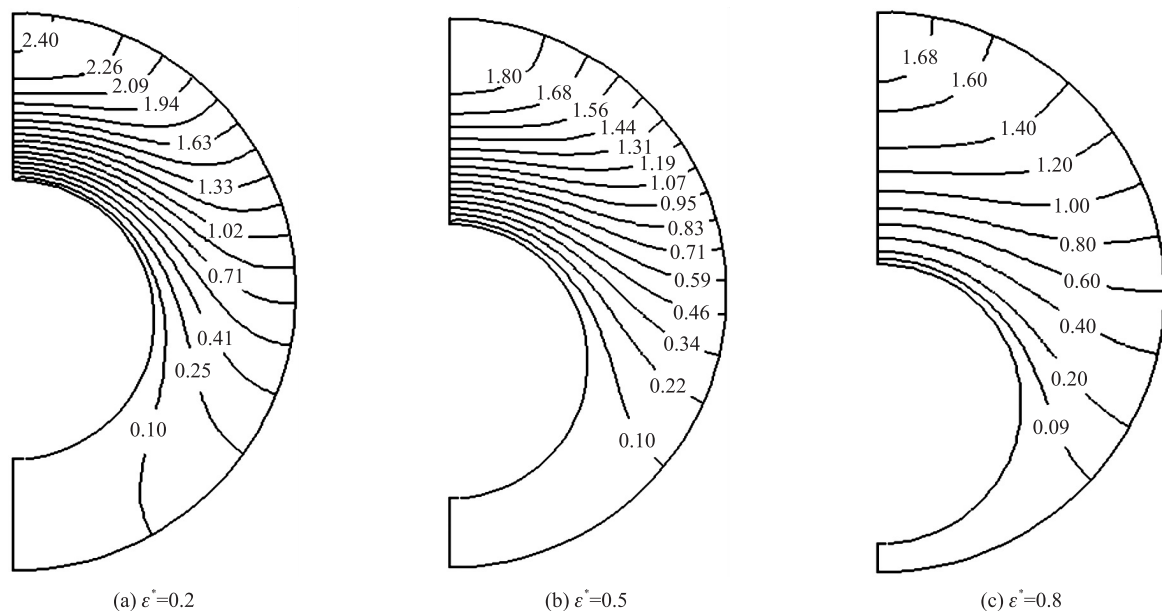


图 4 在不同半径比的偏心圆环管中等温线分布 ( $r^* = 0.5$ )

Fig. 4 Distribution of isotherm in different eccentric annular channels( $r^* = 0.5$ )

图 5 为幂律因子  $n=1.6$  的膨胀性非牛顿流体在半径比  $r^* = 0.5$ , 偏心率  $\varepsilon^* = 0, 0.2, 0.5, 0.8$  的偏心圆环管中的温度分布比较图. 图中  $\Phi=0^\circ$  表示圆环窄域,  $\Phi=180^\circ$  表示圆环宽域. 从图中可以看出, 同心圆环管中的温度分布对称均匀. 而在偏心圆环管中, 随着偏心率的增大, 流体区域温度分布不均, 且最高温度逐渐减小. 流体通道内的温度梯度随着偏心率的增大而逐渐降低. 这种现象的产生是因为偏心率的增大, 流体通道窄域的流动趋于静止, 流动分布不均, 从而使流体的传热性能也随之逐渐下降.

表 1 为不同幂律因子的膨胀性流体在不同的半径比、偏心率的偏心圆环管中的无量纲努谢尔特数 ( $Nu$ ) 的计算结果. 从表中数据分析可得, 在同心圆环管中努谢尔特数随着幂律因子的变化不甚明显. 但在偏心圆环管中, 偏心率和半径比的增大都会使努谢尔特数减小, 热传导能力降低. 这可以看出对于  $n>1$  的膨胀性非牛顿流体在偏心圆环管中的流动, 幂律因子对努谢尔特数的影响很小, 主要是通道结构的不规则性使流体流动环境变差, 传热性能降低.

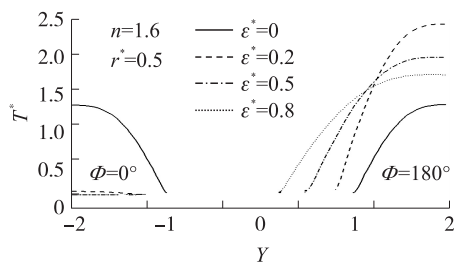


图5 在不同偏心率的圆环管中的温度分布比较图( $n=1.6$ )  
Fig. 5 Comparison of temperature distribution in ring tubes with different eccentricity ( $n=1.6$ )

表1 在不同偏心圆环管中无量纲努塞尔特数( $Nu$ )

Table 1 The dimensionless Nusselt number in different eccentric annular channels

$\varepsilon^*$	$r^*$	$Nu$		
		$n=1.2$	$n=1.6$	$n=1.8$
0	0.5	5.758 490	5.752 480	5.749 616
	0.2	6.541 319	6.553 824	6.563 846
0.2	0.5	3.748 102	3.788 056	3.804 535
	0.8	2.857 491	2.868 045	2.891 020
0.5	0.2	4.325 880	4.331 096	4.336 039
	0.5	2.251 430	2.281 473	2.298 078
	0.8	1.595 923	1.604 477	1.622 319
0.8	0.2	3.205 925	3.194 797	3.192 797
	0.5	1.667 006	1.676 501	1.682 514
	0.8	1.142 658	1.153 703	1.164 382

4 结语

通过非结构化网格中,将基元中心法应用于非牛顿流体高阶非线性粘性系数的离散,并对膨胀性幂律非牛顿流体在偏心圆环通道中的充分发展层流的传热进行了数值计算,得到以下结论:

(1) 偏心圆环通道内最高温度和努谢尔特数都随偏心率增大而减小. 偏心率的存在破坏了通道结构的对称性,使得流场分布不均,从而影响偏心圆环管的传热性能.

(2) 对于  $n>1$  的膨胀性非牛顿流体在偏心圆环管中的流动,幂律因子对努谢尔特数的影响很小.

(3) 偏心圆环通道内最高温度随半径比增大逐渐增大,但努谢尔特数随半径比的增大而减小. 这是因为半径比增大,导致流体通道变窄,流体的传热性能下降,局部温度升高.

[参考文献] (References)

[1] 袁世伟,赖焕新. 幂律非牛顿流体的有限体积算法[J]. 华东理工大学学报(自然科学版),2013,39(3):364-369.  
YUAN S W, LAI H X. A finite volume method for calculating flows of power-law non-Newton fluids[J]. Journal of East China university of science and technology(natural science edition),2013,39(3):364-369.(in Chinese)

[2] 尹析明. 环形套管内非牛顿流体非定常旋转流动谱方法研究[J]. 四川大学学报(自然科学版),2009,46(4):1 016-1 020.  
YING X M. Research on analytical approach to time-dependent rotation flow of non-Newtonian fluid in the gap between cylinders[J]. Journal of Sichuan university(natural science edition),2009,46(4):1 016-1 020.(in Chinese)

[3] 沈丹丹,朱宏武,丁矿,等. 水下卧式采油树内部环空通道的流动特性分析[J]. 石油机械,2014,42(2):42-44.  
SHEN D D, ZHU H W, DING K, et al. Analysis of the flow characteristic of the annular channel in sub sea horizontal christmas tree[J]. China petroleum machinery,2014,42(2):42-44.(in Chinese)

[4] 袁祖强,刘建华. 非牛顿流体幂指式流变模型的实验验证[J]. 南京化工大学学报(自然科学版),2001,23(3):60-62.  
YUAN Z Q, LIU J H. Verification of power-law model of the non-newtonian fluid with experiments[J]. Journal of Nanjing university of chemical technology(natural science edition),2001,23(3):60-62.(in Chinese)

[5] 许彬,王秀春,房萍萍. 偏心圆环管中非牛顿流体流动的数值计算[J]. 河北工业大学学报(自然科学版),2007,36(5):77-82.  
XU B, WANG X C, FANG P P. Characteristics of laminar viscous non Newtonian fluid flows in eccentric annular channels[J]. Journal of Hebei university of technology(natural science edition),2007,36(5):77-82.(in Chinese).

[6] NOBARI M R H, MEHRABANI M T. A numerical study of fluid flow and heat transfer in eccentric curved annuli[J]. International journal of thermal sciences,2010,49(2):380-396.

[7] BARTOSIK A. Application of rheological models in prediction of turbulent slurry flow[J]. Flow, turbulence and combustion,2010,84(2):277-293.

[8] FANG P P, MANGLIK R M, JOG M A. Characteristics of laminar viscous shear-thinning fluid flows in eccentric annular channels[J]. Journal of non-Newtonian fluid mechanics,1999,84(1):1-17.

[9] PATANKAR S V. Numerical heat transfer and fluid flow[M]. Washington D.C.: Hemisphere,1980.

[10] ZHANG M. Modeling of radiative heat transfer and diffusion processes using unstructured grid[D]. Cookeville: Tennessee Technological University,2000.

[11] Escudier M P, Gouldson I W. Developments in laser techniques and applications to fluid mechanics[M]. Berlin: Springer,1997.

[责任编辑:陈 庆]