

主动磁轴承系统的滑模控制设计

张 松,魏一鸣

(南京师范大学计算机科学与技术学院,江苏 南京 210023)

[摘要] 主动磁轴承具有无摩擦、无磨损、无需润滑、无污染、寿命长等优点,在高速运动场合、低速洁净场合都有广泛的应用前景. 力求解决目前主动磁轴控制系统的非线性问题,提出了主动磁轴承系统的滑模控制,该方法使得磁悬浮轴承系统的鲁棒性和稳定性进一步提高. 首先介绍了磁轴承系统的结构和工作原理,建立了主动磁轴承的系统方程. 其次,对滑模控制进行具体分析,并讨论了滑模控制的可达条件和其稳定性分析. 仿真结果表明,滑模控制器具有良好的鲁棒性和快速性,基本满足磁轴承系统实时控制的要求.

[关键词] 主动磁轴承,滑模控制,开关控制

[中图分类号] TM12 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2017)04-0039-05

Sliding Mode Control for Active Magnetic Bearing

Zhang Song, Wei Yiming

(School of Computer Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: Active magnetic bearing has the advantages, such as frictionless, lossless, lubrication-free, pollution-free and long life and so on. It has potential application prospects in occasions where moving with high-speed movement and cleaning with low speed. To solve nonlinear problem with the control system of active magnetic bearing, a sliding mode control of active magnetic bearing system is proposed. This approach further improves the robustness and stability of the the control system of active magnetic bearing. In this paper, firstly, the structure and working principle of the magnetic bearing system are introduced. Secondly, the sliding mode control is analyzed in detail. And the arrival condition of sliding mode control and its stability analysis are introduced. The results of simulation show that the sliding mode controller has better robustness and rapidity, and that it meets the requirements of real time control for magnetic bearing system basically.

Key words: active magnetic bearing, sliding mode control, bang-bang control

1 主动磁轴承系统

主动磁悬浮轴承(磁轴承)是一种通过可控电磁力使转子稳定悬浮的轴承. 与普通机械接触式轴承相比,具有无接触、无需润滑、无磨损、转速高和动态特性可调等优点^[1-6]. 主动磁轴承系统具有极强的时变性及非线性,其结构参数随磁耦合、力耦合、磁饱和、漏磁、温升、转子偏心度、涡流、转速及负载等参量实时变化,因此,其控制器性能的好坏直接影响到磁轴承的动态性能和转子的回转精度. 采用 PID 与其他控制策略的结合,虽然精度高,但控制系统设计复杂. 滑模变结构控制方法的优点在于其可以根据系统的工作状态,通过对控制量的不断切换使系统状态沿着滑模面滑动,以抵抗系统参数摄动和外界干扰的影响,实现系统的稳定控制. 利用滑模变结构控制具有对内部参数和外部扰动不敏感、鲁棒性好等优点,将其应用于主动磁悬浮轴承系统的控制,可以有效提高系统的运行性能^[7-12].

图 1 为一种单自由度主动磁轴承结构及原理图. 其中,质量为 m 的铁磁轴承的运动仅限于 x 轴. 电压 u_1 和 u_2 作为系统的输入. 电阻 R 的外部电阻表示线圈的铜电阻,并且可能包含电流采样电阻. 假设磁性材料的磁导率是恒定的,并且气隙上的磁通密度均匀分布. 假设涡流,离散磁通和磁动势损失的影响很

小. 为了呈现理想的滑模控制,以下方程忽略此因素. 系统方程式如下:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{\mu_0 A} (\phi_2^2 - \phi_1^2) + f_d, \quad (1)$$

$$u_1 = N \frac{d\phi_1}{dt} + Ri_1, u_2 = N \frac{d\phi_2}{dt} + Ri_2, \quad (2)$$

$$i_1 = \frac{2}{\mu_0 AN} (x_0 + x) \phi_1, \quad i_2 = \frac{2}{\mu_0 AN} (x_0 + x) \phi_2. \quad (3)$$

式中, $x_0 = g + l$, l 为考虑有限渗透率的影响, f_d 为扰动力, ϕ_1, ϕ_2 分别为 i_1, i_2 的磁通, A 为电磁铁极面面积.

将式(1)中的变量进行统一. 选择额定偏置电流 I_0 , 变量统一化为:

$$\xi = x/x_0, \quad \theta = f_d/mx_0,$$

$$\eta_1 = I_1/I_0, \quad \eta_2 = I_2/I_0,$$

$$\varepsilon_1 = u_1/RI_0, \quad \varepsilon_2 = u_2/RI_0,$$

$$\psi_1 = \phi_1/\Phi_0, \quad \psi_2 = \phi_2/\Phi_0.$$

式中, $\Phi_0 = \mu_0 ANI_0/2x_0$ 是额定偏置磁通量.

统一变量,则(1)~(3)变化为:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \alpha(\psi_2^2 - \psi_1^2) + \theta, \quad (4)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\beta} \frac{d\psi_1}{dt} + \eta_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{\beta} \frac{d\psi_2}{dt} + \eta_2, \quad (5)$$

$$\eta_1 = (1 + \xi)\psi_1, \quad \eta_2 = (1 - \xi)\psi_2. \quad (6)$$

式中, $\begin{cases} \alpha = \mu_0 AN^2 I_0^2 / 4mx_0^3, \\ \beta = 2R\xi_0/\mu_0 AN^2, \quad |\xi| < 1. \end{cases}$

继续将公式统一变量. 可以看出 $|\xi| < 1$, ψ 和 η 分别为 1, ε 的最大值可能为 10, 也有可能大于 10 (有足够的力摆率的需求). 一般情况下, α 和 β 分别为 10^4 和 10^2 . 图 2 为用于控制主动磁轴承控制系统的设计流程图.

2 滑模控制

假设图 1 中虚线框的内部不可控, 故只对线圈出线端进行控制. 重新排列式(6),

$$\xi\psi_1 = \eta_1 - \psi_1, \quad \xi\psi_2 = -\eta_2 + \psi_2. \quad (7)$$

将式(7)改写为

$$\psi_1 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt} \xi = \frac{d\eta_1}{dt} - \beta(\varepsilon_1 - \eta_1), \quad (8)$$

$$\psi_2 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_2}{dt} \xi = -\frac{d\eta_2}{dt} + \beta(\varepsilon_2 - \eta_2). \quad (9)$$

可见, (8)、(9)的左侧表达式在位移和速度上是线性的, 且可用于滑模控制的开关切换功能. 而等式右侧的变量也容易测量. 电流及其变化率可以通过连接采样电阻和电感器与线圈串联测量, 两者均位于虚线框之外. 但由于磁通及其变化率不是恒定值, 因此会导致通量变化率始终没有单一的符号.

若驱动电流被限制为单向, 则 ψ_1 和 ψ_2 可以是非负的. 若进一步维持相当大的偏置电流, 则磁通量可以是正的且相对稳定. 此外, 如果使用与滑动模式控制一致的开关驱动, 则可以减轻磁通量变化相关的问题.

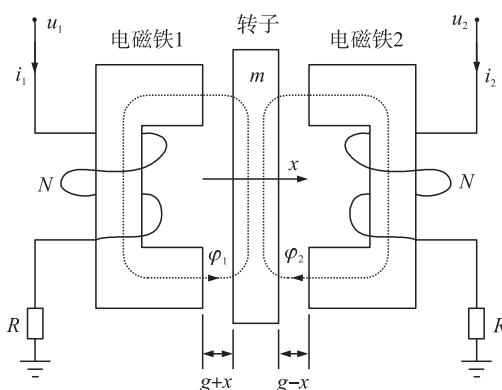


图 1 主动磁轴承结构及原理示意图

Fig. 1 Configuration and schematic diagram of active magnetic bearing

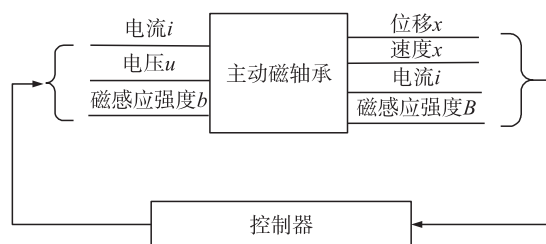


图 2 主动磁轴承控制系统设计

Fig. 2 Control system design of active magnetic bearing

题. 让输入电压在恒定的正负电压之间切换,即:

$$\varepsilon_1 = 1 - \left(\frac{U}{RI_0} \right) \mu, \varepsilon_2 = 1 + \left(\frac{U}{RI_0} \right) \mu. \quad (10)$$

式中, U 为正物理电压, $\mu \in \{-1, 1\}$ 为新的控制输入.

输入恒定电压是用于保持偏置电流 I_0 [1]. 值得注意的是, 式(10)意味着 $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2$. 驱动电压在 $RI_0 + U$ 和 $RI_0 - U$ 之间切换. 若 U/RI_0 大于 1, 则在以下时刻切换, $d\psi_1/dt$ 和 $d\psi_2/dt$ 接近某些常数, 因为在式(5)中, 与 ε 相比, η 值更小. 注意到, $\{\psi_1, \psi_2\}$ 和 $\{d\psi_1/dt, d\psi_2/dt\}$ 的阶数分别为 1 和 10^3 , 可作为理想线性切换表面的系数. 另外, $d\psi_1/dt$ 和 $d\psi_2/dt$ 均为正. 这导致了滑模控制根据 μ 的符号分别使用方程式(8)和(9).

加速度对切换面也有一些影响. 式(6)变为

$$\psi_2 - \psi_1 = \eta_2 - \eta_1 + \xi(\psi_1 + \psi_2). \quad (11)$$

将式(11)代入式(4), 假设 $\theta = 0$, 得到

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \alpha(\psi_1 + \psi_2)(\eta_2 - \eta_1) + \alpha\xi(\psi_1 + \psi_2)^2. \quad (12)$$

在恒定电压下, 通量和 $\psi_1 + \psi_2$ 接近 2.

因此, $C(\eta_2 - \eta_1)$ (其中 C 是正常数) 可用于开关面加速.

$$s_1 = C(\eta_2 - \eta_1) + \psi_1 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt} \xi, \quad (13)$$

$$s_2 = C(\eta_2 - \eta_1) + \psi_2 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_2}{dt} \xi. \quad (14)$$

当 μ 是连续时, 公式 $s_1 = 0$ 和 $s_2 = 0$ 是状态空间的表面, 由式(4)可见 s_1, s_2 的开关功能可通过对 $\eta_1, \eta_2, d\eta_1/dt, d\eta_2/dt$ 的测量而进行评估. 当 $\mu = -1$ 时, 式(13)中的系数均为正, 当 $\mu = 1$ 时, 式(14)中的系数均为正. 在离散时间内构造的滑模控制算法如下.

$$\{\text{在每个采样时刻, 若 } \mu = -1 \text{ 当且仅当 } s_1 < 0 \text{ 时, } \mu = 1; \text{ 否则当 } s_2 > 0, \mu = -1\}. \quad (15)$$

值得注意的是, 对于式(15)用连续时间量描述也是可行的, 但在离散时间中更容易描述. 假设采样频率非常高, 则离散和连续时间滑模控制算法无明显差异.

3 可达条件

由于切换面 s_1 和 s_2 与磁通量变化率直接相关, 与状态变量无关. 便于分析, 只需求出等效的切换函数, 即与单独状态变量相关的函数. 考虑到 $\mu = \pm 1$ 影响 s_1, s_2 的切换, 因此切换面方程表达式为:

$$s_1 = C(\eta_2 - \eta_1) + \psi_1 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt} \xi, \quad (16)$$

$$s_2 = C(\eta_2 - \eta_1) + \psi_2 \frac{d\xi}{dt} + \frac{d\psi_2}{dt} \xi. \quad (17)$$

式中, $\rho = 1 + \frac{U}{RI_0}$ 是统一标准化电压的正幅值, 对算法(15)无任何影响. 由式(16)、(17)中定义的 s_1, s_2 可以看出, 在磁轴承平衡位置处进行一阶近似, 关于平衡点 s_1 和 s_2 是相同的, 并且与 $d^2\xi/dt^2, d\xi/dt$ 和 ξ 为线性关系.

式(16)、(17)的变换式在满足一定假设条件下, 可满足式(15)工作的基本要求. 具体条件如下: 当 $\mu = -1$ 时, 要求 $ds_1/dt < 0$, 当 $\mu = 1$ 时 $ds_2/dt > 0$. 除此之外, 由于当 $\mu = 1$ 时, 还要求 $ds_2/dt < 0$, 当 $\mu = -1$ 时, $ds_1/dt > 0$. 因此假设 $|d\xi/dt|$ 有界且 U 足够高, 需满足以下条件:

$$\text{当 } \mu = -1 \text{ 时, } \frac{ds_1}{dt} < 0 \text{ 且 } \frac{ds_2}{dt} > 0, \quad (18)$$

$$\text{当 } \mu = 1 \text{ 时, } \frac{ds_1}{dt} > 0 \text{ 且 } \frac{ds_2}{dt} < 0. \quad (19)$$

滑模控制的可达条件即为 $s(x) = 0$ 切换面的可达性条件. 在滑模控制中, 通常定义切换面的数量等于控

制变量的数量. 但本文提到的控制系统中有两个切换面, 但却只有一个控制输入量, 因此通常不可能保证 $s_1 = 0$ 和 $s_2 = 0$. 算法 (15) 最大程度可以确保 s_1 与 s_2 接近于零. 实际上在到达阶段时, 尽量避免出现 $s_1 \cdot s_2 > 0$ 的情况. 如果切换速度快, 应保证滑动阶段维持 $s_1 \cdot s_2 \leq 0$.

在无限快的切换下, 具体逻辑关系如下: 如果 $s_1 < 0$ 和 $s_2 < 0$, 则 $\mu = 1$ (直到 $s_2 = 0$); 如果 $s_1 > 0$ 和 $s_2 > 0$, 则 $\mu = -1$ (直到 $s_1 = 0$); 如果 $s_1 \leq 0$ 且 $s_2 \geq 0$, 则 μ 在 -1 和 1 之间切换 (50% 的占空比); 如果 $s_1 \geq 0$ 且 $s_2 \leq 0$, 则 μ 在 -1 和 1 之间切换, 使得 s_1 和 s_2 依次达到零. 以上切换规律如图 3 所示. 与标准的滑模控制中滑动发生在表面或状态子空间上不同, 本文提出的滑模控制中, 滑动发生在状态空间的一个子区域中. 如图 3 所示, 滑模控制在两个到达区域中的达到行为是对称的, 而两个滑动区域中的滑动行为则为非对称分布.

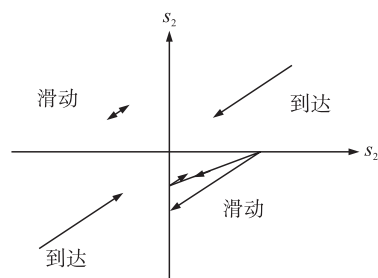


图 3 到达和滑动区域

Fig. 3 Reaching and sliding areas

4 滑模运动的稳定性

为了简化方程, 令 $\psi_0 = (\psi_2 - \psi_1)/2$ 和 $\psi = (\psi_2 + \psi_1)/2$, 分别称为偏置磁通量和启动磁通量. 同样, 令 $\eta_0 = (\eta_2 + \eta_1)/2$ 和 $\eta = (\eta_2 - \eta_1)/2$, 分别称为偏置电流和启动电流. 注意, 在平衡时, 我们有 $\psi_0 = \eta_0 = 1$. 从式 (6) 得知:

$$\eta_0 = \psi_0 - \xi \psi, \quad (20)$$

$$\eta = \psi - \xi \psi_0. \quad (21)$$

令 $s_0 = (s_1 + s_2)/2$. 则从 (16) - (21) 可见

$$s_0 = \frac{2C}{4\alpha\psi_0} \frac{d^2\xi}{dt^2} + \psi_0 \frac{d\xi}{dt} + [\beta\rho - (2C + \beta)\psi_0] \xi. \quad (22)$$

将式 (5) 代入 (20), (21), 可得到

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\psi_0}{dt} + \psi_0 = 1 + \xi \psi. \quad (23)$$

将式 (22)、(23) 视为具有右侧输入的三阶系统的状态方程. 可见, 若 $s_0 = 0$, 则自主系统对于平衡点是非常稳定的 $\xi = d\xi/dt = 0, \psi_0 = 1$. 由于在滑动模式下, $s_1 \cdot s_2 \leq 0$ 为真, 这意味着 $|s_1 + s_2| \leq |s_1 - s_2|$, 即

$$|s_0| \leq |\xi \frac{d\psi}{dt} - \beta\psi\xi + \beta\psi_0\xi^2|. \quad (24)$$

因此, s_0 由状态的二次函数界定, 并且滑动动力学是局部稳定的. 另外, 虽然系统 (22) ~ (24) 是 3 阶, 但是滑动动力学是 4 阶的. 而式 (24) 是不等式, s_0 不是状态变量 $\xi, d\xi/dt$ 和 ψ_0 的函数. 因此, 式 (22) 中的 $d^2\xi/dt^2$ 不是状态变量的函数, 而是第 4 个状态变量. 滑模运动不完全由切换面确定. 即使满足条件 (18)、(19), 与标准滑动模式控制相关联的鲁棒性也有可能丧失.

5 仿真结果

设定 $A = 10^{-3} \text{ m}^2$ 主动磁轴承参数: $N = 300, m = 0.3 \text{ kg}, x_0 = 0.3 \times 10^{-3} \text{ m}, R = 0.27 \Omega$. 不考虑磁导率有限的影响, 即 $l = 0$. 对于其他参数, 选择 $I_0 = 0.8 \text{ A}, U = 25 \text{ V}, C = 300$. 两侧电感为 0.1 mH 的变压器为用于测量当前的变化率. 采样率为 100 kHz . 基本方程 (16)、(17) 所示的可达条件进行仿真, 然后为了消除稳态式 (16)、(17) 的 $C(\eta_2 - \eta_1)$ 项, 现定义由变量子组成的表达式如下:

$$\tau \frac{dz}{dt} + z = C(\eta_2 - \eta_1). \quad (25)$$

将式 (25) 与式 (16)、(17) 的右侧相加, 从而可在稳态下消除 $C(\eta_2 - \eta_1)$ 项. τ 的值为 0.005 s . 该值表示转子在外部扰动力 θ 下可以实现系统的零稳态误差的干扰观测. 如图 4 所示, 转子从 $\xi = 0.9$ 开始起浮, 起浮时其他初始状态为零. 仿真时假设转子运动轨迹为垂直运动, 具体转子质心偏移值如图 4(a) 所示.

从仿真结果发现, 性能很容易受一些参数和双方的对称性的影响. 根据式 (8)、(9), 当状态接近平衡点时, β 的小概率误差将引起 s_1 和 s_2 的大误差. 仿真结果表明, 所设计的滑模控制器具有较好的鲁棒性和

快速性,可以满足磁轴承系统实时控制的要求。

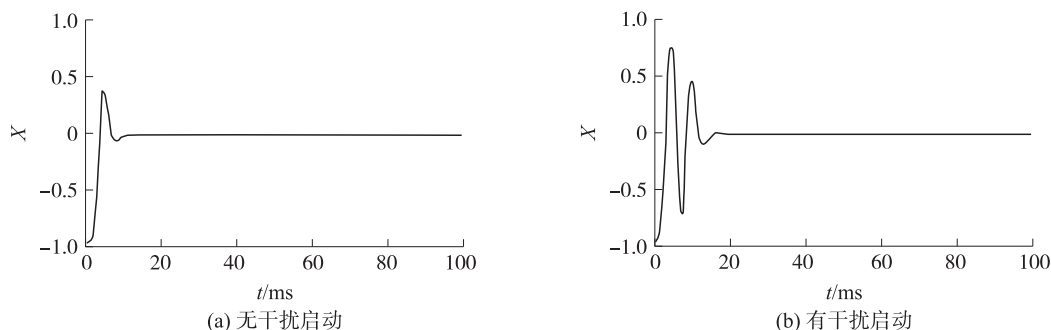


图 4 仿真结果

Fig. 4 Simulation results

6 结语

本文利用滑模变结构控制具有对内部参数和外部扰动不敏感、鲁棒性好等优点,针对主动磁轴承系统设计了其控制器,具体包括控制系统方程描述、滑模面的描述、可达性条件设定以及滑模运动的稳定性描述. 并针对所设计的控制系统进行了仿真,仿真结果表明:滑模控制器具有良好的鲁棒性和快速性,基本满足磁轴承系统实时控制的要求。

[参考文献] (References)

- [1] 马磊忠,徐龙祥. 薄圆盘形转子 5 自由度磁悬浮轴承系统研究[J]. 制造业自动化,2009,31(1):31-33,57.
MA L Z, XU L X. Research on system of thin disc rotor five DOF magnetic bearing[J]. Manufacturing automation, 2009, 31(1): 31-33, 57. (in Chinese)
- [2] 祝长生. 基础横向振动对电磁轴承转子系统动力特性影响的实验研究[J]. 航空学报, 2004, 25(2): 168-171.
ZHU C S. Experimental investigation on dynamic behaviour of active magnetic bearing-rotor system subject to base vibration[J]. Acta aëronautica et astronautica sinica, 2004, 25(2): 168-171. (in Chinese)
- [3] FANG J C, REN Y. High-precision control for a single-gimbal magnetically suspended control moment gyro based on inverse system method[J]. IEEE transactions on industrial electronics, 2011, 58(9): 4 331-4 342.
- [4] ZHANG W Y, ZHU H Q, YANG Z B. Dynamic decoupling control of electro-spindle supported by AC hybrid magnetic bearings based on neural network inverse method[J]. Advanced materials research, 2010, 97-101: 2 716-2 719.
- [5] ZHANG W Y, ZHU H Q. Precision modeling method specifically for AC magnetic bearings[J]. IEEE transactions on magnetics, 2013, 49(11): 5 543-5 553.
- [6] ZHANG W Y, ZHU H Q, Yang Z B, et al. Nonlinear model analysis and “switching model” of AC-DC three-degree-of-freedom hybrid magnetic bearing[J]. IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2016, 21(2): 1 102-1 115.
- [7] ZHANG W Y, ZHU H Q. Control system design for a five-degree-of-freedom electrospindle supported with AC hybrid magnetic bearings[J]. IEEE/ASME transactions on mechatronics, 2015, 20(5): 2 525-2 537.
- [8] 龚伦齐. 基于改进趋近律的离散时间系统变结构控制方法研究[D]. 重庆:重庆大学, 2010: 1-3.
GONG L Q. The research of discrete time system variable structure control method based on improved reaching law[D]. Chongqing: Chongqing University, 2010: 1-3. (in Chinese)
- [9] 宦洪才. 主动型磁悬浮轴承滑模变结构控制的研究[D]. 苏州:苏州大学, 2007: 30-40.
HUAN H C. The study of sliding model variable structure control of active magnetic bearing[D]. Suzhou: Suzhou University, 2007: 30-40. (in Chinese)
- [10] 陈小龙. 混合磁悬浮轴承控制系统的滑模变结构控制[D]. 沈阳:东北大学, 2010: 21-40.
CHEN X L. Sliding variable structure control of mixed magnetic bearing system[D]. Shenyang: Northeastern University, 2010: 21-40. (in Chinese)
- [11] CHAN M L, TAO C W, LEE T T. Sliding mode controller for linear systems with mismatched time-varying uncertainties[J]. Journal of the Franklin institute, 2000, 337(3): 105-115.
- [12] HAO X Y, YANG X, LIU T, et al. A sliding-mode controller with multiresonant sliding surface for single-phase grid-connected VSI with an LCL filter[J]. IEEE transactions on power electronics, 2013, 28(5): 2 259-2 268.

[责任编辑:陈 庆]