

轮轨式垂直轴风力机自适应车轮发电平台设计与分析

周 阳¹, 李 超^{1,2}, 倪国林¹

(1.南京师范大学中北学院,江苏 丹阳 212332)

(2.南京师范大学能源与机械工程学院,江苏 南京 210023)

[摘要] 垂直轴风力机相对于水平轴风力机而言具有诸多优点. 基于轮轨式垂直轴风力机工作原理,进行总体结构设计. 车轮发电平台是轮轨式垂直轴风力机中的重要部件,主要起发电和转向作用. 设计一种车轮直接带动各小型发电机的分布式车轮发电平台结构,使驱动发电机转动的车轮始终与发电机处于同一个摆动平台. 该车轮发电平台可随着运行轨道曲率变化而不断自适应地转动,具有各发电机机械转动能被平稳输入的优点. 设计防倾覆装置安装于风力发电小车底板上,可调整其与轨道之间的间隙,保证风力机运行时不发生倾覆. 运用有限元技术对车轮发电平台受力关键零件进行静力学强度分析,验证设计的结构满足强度要求.

[关键词] 马格努斯效应,轮轨式垂直轴风力机,车轮发电平台,自适应转向,防倾覆装置,有限元强度分析

[中图分类号] TH122; TH128 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2023)02-0001-07

Design and Analysis of Adaptive Wheel Power Generation Platform for Wheel Rail Type Vertical Axis Wind Turbine

Zhou Yang¹, Li Chao^{1,2}, Li Guolin¹

(1.Zhongbei College, Nanjing Normal University, Danyang 212332, China)

(2.School of Energy and Mechanical Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: Compared with horizontal axis wind turbine, vertical axis wind turbine has many advantages. Based on the working principle of wheel rail vertical axis wind turbine, the overall structure design is carried out. Wheel power generation platform is an important part of wheel rail type vertical axis wind power, which mainly plays the role of power generation and steering. A distributed wheel power generation platform structure is designed, in which the wheel directly drives each small generator, so that the wheel driving the generator to rotate is always on the same swing platform with the generator. The wheel generator platform can rotate adaptively with the change of the curvature of the running track, and has the advantage that the mechanical rotation energy of each generator can be input smoothly. The anti-overturning device is designed to be installed on the bottom plate of the trolley, which can adjust the effective clearance between the device and the track to ensure that the wind turbine will not overturn during the operation. The static strength analysis of the key parts of the bogie is carried out by using the finite element technology to verify that the designed structure meets the strength requirements.

Key words: Magnus effect, wheel rail type vertical axis wind turbine, wheel power generation platform, adaptive steering, anti-overturning device, finite element strength analysis

按风力机旋转轴与地面之间几何关系,风力发电机可分为水平轴和垂直轴两大类. 世界上主流的水平轴风力发电机采用水平轴翼型风力机,其叶片结构比较复杂,叶片的控制系统也比较复杂,且叶片高高在上,导致水平轴风力发电机的制造和安装成本都很大^[1-2]. 水平轴风力发电机一般用到齿轮箱升速发电,由于其高耸的结构,一旦齿轮箱发生损坏,维修成本很高^[3]. 相对于水平轴风力机,垂直轴风力机有着

收稿日期:2022-10-23.

基金项目:江苏省大学生创新创业项目(202113906018Y)、南京师范大学中北学院创新团队项目(2020YKY012).

通讯作者:李超,博士,教授,研究方向:机械电子工程、流体机械. E-mail:lichao@njnu.edu.cn

一些独特的优势^[4]:一是垂直轴风力机的叶片轴垂直于来流方向,可以接收各个方向的风能,不需要像水平轴风力机那样增加迎风调节装置;二是其传动装置、发电装置和控制系统主要在地面或低空进行安装,安装和维护成本低;三是垂直轴风力机叶片外形简单,便于加工,制造成本低. 因此,垂直轴风力机有着广阔的市场前景.

马格努斯效应表现为在流场中旋转的圆形物体,由于实际流体的粘性作用,在旋转圆形物体表面上与流体流动方向相同的一侧流速被加快,与流体流动方向相反的一侧流速被减慢,于是在圆形物体对应表面上产生流体的速度差. 根据伯努利原理,流体的速度差会产生压力差,因此在圆形物体表面上产生与速度差相关的升力,该升力为马格努斯效应力^[5-6].

马格努斯效应被应用于风力发电的概念最早于 1933 年被提出. 由美国工程师马达拉斯(Madaras)构想了一套大型风力机实验方案,该方案将圆筒叶片放置于前后相连的轮轨小车上,使用电机驱动叶片旋转,在来流风下所产生的马格努斯升力带动轮轨小车沿着轨道运行,在轨道上滚动的车轮带动发电机转动发电. 但由于复杂的传动装置、未能设计出稳定地自适应转向功能的结构和缺少有效的控制系统,导致该方案电机消耗过多能量且轮轨小车运行时未能实现机械能平稳转换成电能输出,因此该方案最终被放弃^[7].

国内外学者对马格努斯风力机研究一直没有间断. 学者 Scarpa 设计一种变截面马格努斯风力机,将叶片外侧设计为泡状,在风速和圆筒叶片转速一定前提下,该设计显著提高了叶片外侧尖速比和风轮的功能转换能力^[8]. 日本 MECARO 公司研制的带螺旋翅片马格努斯风力机可通过各个旋转圆筒与风力之间相互作用产生升力驱动发电机发电,该风力机从旋转圆筒叶片的表面形式进行设计,进一步提高了风能利用效率. 孙瑛^[9]进行了垂直轴柱状叶片风力机数学模型的建立,得出了叶片气动性能影响因素并进行了叶片气动性能实验,为整机风能利用率提高奠定了基础. 宋奇等^[10]从风能最大利用率和最低能耗的角度出发,研究圆筒转子叶片自转角速度与所处动态位置的方位角之间关系,给出轨道风力机运行全程可获得最大马格努斯效应力的最佳叶片转速,为基于马格努斯效应轮轨式风力机的控制和应用提供理论基础. 唐新姿等^[11]构建马格努斯效应翼型气动性能优化模型,形成基于 Kriging 模型、拉丁超立方和遗传算法的马格努斯风力机翼型优化设计方法,为小型风力机设计提供参考.

1 轮轨式风力机工作原理

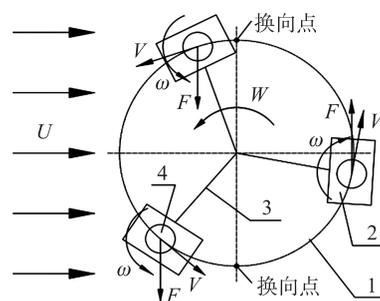
本文设计了一种基于马格努斯效应轮轨式垂直轴风力机. 图 1 为马格努斯升力驱动发电小车原理示意图^[12]. 在图示风力流场 U 的作用下,发电小车上的圆筒转子叶片按图示 ω 方向自转,在圆筒转子叶片上产生图中所示马格努斯效应力 F ,该力推动着三辆发电小车在轨道上按图示 W 方向逆时针转动. 单个发电小车前后轮各安装一小型发电机,小车车轮在环形轨道上滚动,通过传动装置将小车车轮转动的机械能传递给发电机.

如图 1 所示,在圆环形轨道的迎风面半圆弧和背风面半圆弧的两个交点处,分别标注有“换向点”,是由于在风向 U 不变的前提下,圆筒转子叶片必须在一周内两次改变转动方向才能适时改变其上产生的马格努斯升力 F 方向. 当小车运行到图示换向点后,圆筒转子叶片改变转动方向继续旋转,小车得到持续的逆时针转动的推动力,小车的连续移动带动着小车车轮在环形轨道上连续滚动,车轮的转动带动与其相连的发电机发出连续输出的电能.

2 轮轨式风力机结构设计

2.1 总体结构

轮轨式垂直轴风力机总体结构由环形轨道、小车联接架、发电小车、圆筒转子叶片组成,如图 2 所



1-环形轨道,2-发电小车,3-小车联接架,4-圆筒转子叶片.

图 1 马格努斯升力驱动发电小车原理图
Fig. 1 Magnus lift drive electric car schematic diagram

示. 根据轮轨式风力机工作原理,该风力机结构设计有叶片驱动及换向系统、能量回收与释放系统、车轮发电系统等,如图 3 所示. 叶片驱动及换向系统包括:动力部装置中的电机通过飞轮储能超越离合器后进入换向箱装置中的输入轴,通过换向箱装置中 2 组换向齿轮与换向电磁离合器的择一使用,分时驱动圆筒转子叶片以预定的转速和转向转动. 能量回收与释放系统包括:在圆筒转子叶片换向期间,电机利用圆筒转子叶片脱离驱动,负载减小的间隙,将多余的负载能力通过飞轮储能超越离合器后驱动飞轮蓄能. 圆筒转子叶片剩余的自由转动的惯性能反向传递到换向箱装置输入轴,通过超越离合器驱动储能弹簧收蓄. 在转子叶片完成换向后,顺序接收储能弹簧与飞轮所蓄的能量,减少圆筒转子叶片需要周期性换向所耗损的总机械能. 车轮发电系统包括:圆筒转子叶片在风场中产生推动发电小车沿着环形轨道连续运行的马格努斯效应力,小车车轮带动发电装置发电.

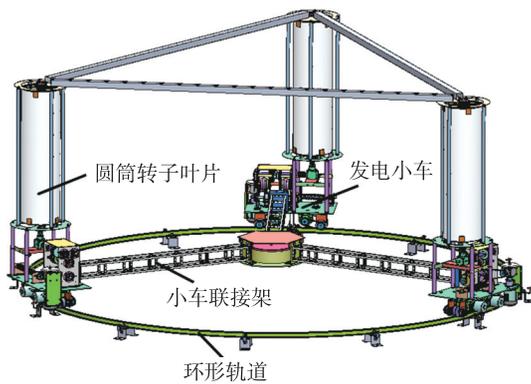


图 2 轮轨式垂直轴风力机总体结构
Fig. 2 Overall structure of wheel rail type vertical axis wind turbine

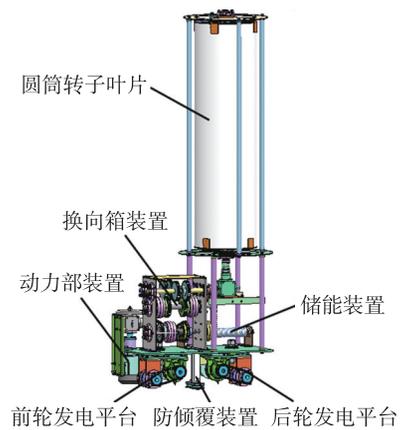


图 3 风力发电小车
Fig. 3 Wind power generation trolley

2.2 车轮发电平台

由于风力小车运行的环形轨道在制造和安装方面都不可避免会存在误差. 为了保证车轮在轨道上滚动顺畅,需要车轮与轨道间留够运动间隙,这些都会造成小车车轮在轨道上运行时产生不同程度的随机摆动,使车轮向发电机输出的机械传动不稳定,特别是为了提高风力机的运行效率,当环形轨道变为椭圆形轨道时,更会加剧这种传动的不稳定.

设计一种轮轨式垂直轴风力自适应车轮发电平台装置,如图 4 所示. 风力发电小车底板下独立配置前后 2 套自适应车轮发电平台装置. 在车轮发电平台上固定发电平台转轴,该转轴上安装有自润滑铜套,与小车底板上的孔之间形成可转动的配合连接. 发电平台转轴的上下部加工出螺纹并配有螺母,在底板孔上下两面各安装一推力球轴承和符合推力球轴承安装要求的轴承安装板,推力球轴承轴圈的内圈与发电平台转轴过盈配合,座圈的外圈与轴承安装板过盈配合. 这样,旋紧转轴上螺母,通过发电平台转轴和自润滑铜套,可将车轮发电平台与小车底板之间形成可相对 360°转动的铰链连接.

图 5 为轮轨式垂直轴风力机前车轮发电平台轴测图. 如图所示,小车车轮通过车轮轴、轮部竖支撑板和轴承座固定于车轮发电平台上,其中,小车车轮与车轮轴固定连接,轴承座固定于左右对称的轮部竖支撑板上支撑车轮轴旋转. 当风力小车运行轨道的曲率(轨道拐弯或轨道制造、安装误差等其它原因)发生

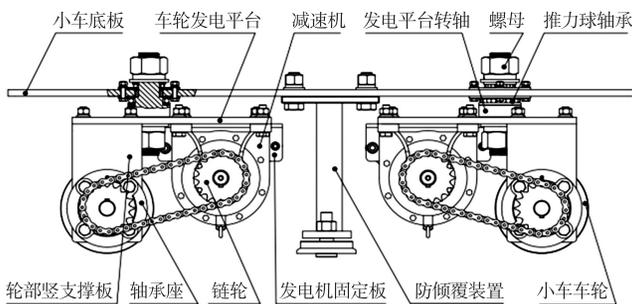


图 4 自适应车轮发电平台
Fig. 4 Adaptive wheel power generation platform

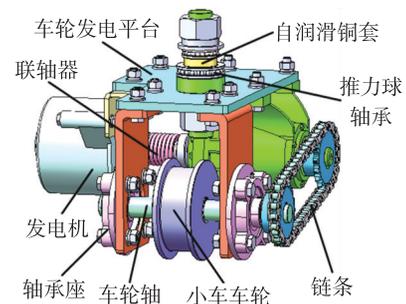


图 5 前车轮发电平台
Fig. 5 Front wheel power generation platform

变化时,滚动的小车车轮两端凸起的圆台阶与轨道侧边接触,轨道侧边会给小车车轮一沿其轴线方向反作用力,由于小车车轮的轴线垂线与发电平台转轴的轴线存在偏心距,轨道作用在小车车轮轴线方向的力对发电平台转轴形成转动力矩,在该转动力矩的作用下车轮发电平台绕发电平台转轴相对小车底板转动一个角度,自动适应新的轨道前进方向。

在上述车轮发电平台相对小车底板转动一个角度,自动适应车轮新的前进方向过程中,车轮轴及安装在车轮发电平台上的其它构件物品相对位置没有发生变化,且小车车轮到发电机之间的联接关系及运动关系均发生在车轮发电平台上,不受风力机轨道曲率随机变化影响,满足了对自适应车轮发电平台的技术要求,形成不受轨道形状及车轮运行的固定连接关系,使风力机工作运行时机械转动能平稳转换成电能输出。

2.3 防倾覆装置

图 6 为防倾覆装置结构示意图。防倾覆装置通过防倾覆装置顶板与小车底板螺栓连接,中间部位使用防倾覆装置槽钢与防倾覆装置底板固联使其整体结构达到强度与刚度要求。2 个防倾覆滚轮近距离贴在轨道两侧面。滚轮上设计出凸缘结构,通过深沟球轴承安装在防倾覆螺杆上,防倾覆螺杆安装在防倾覆装置底板上的腰形槽孔中,通过调节螺杆与腰型槽孔的安装位置来调节滚轮与轨道之间距离。

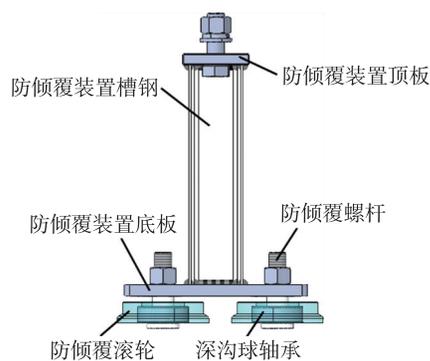


图 6 防倾覆装置

Fig. 6 Anti-overturning device

如图 6 所示,若风力机运行过程中出现了风力发电小车自重不能克服的倾覆力矩,防倾覆滚轮的凸缘部分将与轨道下沿接触,在滚轮接触轨道下沿并持续滚动的过程中,把倾覆力矩传递给轨道,并通过轨道支撑传递到地面以抗衡风力机的颠覆,起到支撑发电小车防倾覆效果。

3 车轮发电平台强度分析

在风力发电小车底板上固定安装有风筒转子叶片、换向箱装置、储能装置、动力部装置、小车联接架等,这些装置重力通过小车底板、发电平台转轴传递给车轮发电平台。轮部竖支撑板与车轮发电平台固定连接,车轮轴通过轴承座安装于轮部竖支撑板上,风力发电小车整机重力由前后两车轮轴支撑,当发电小车整体重力施加于环形轨道上时,环形轨道通过车轮施加一反作用力给车轮轴,因此车轮轴和支撑车轮轴的螺栓为车轮发电平台装置中薄弱零件,利用有限元技术对其进行强度分析。

3.1 仿真模型建立

研究对象为车轮轴和支撑车轮轴的螺栓,同时选取与二者有接触连接关系的轮部竖支撑板、轴承座、M10 螺母作为分析对象。图 7 为仿真模型整体尺寸图,图 8 为车轮轴尺寸图。按图纸尺寸在有限元 ANSYS 软件 DesignModeler 模块中建立仿真模型。为达到分析真实效果,建模时保留车轮轴键槽、卡簧槽特征。

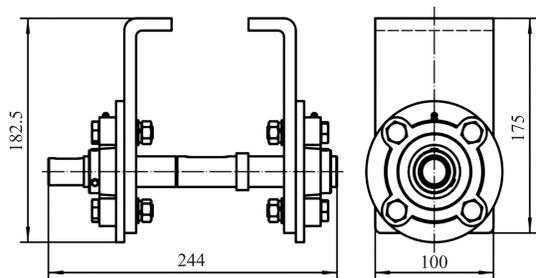


图 7 仿真模型整体尺寸图

Fig. 7 Overall size diagram of simulation model

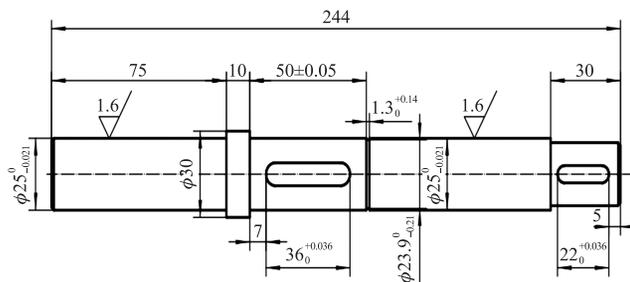


图 8 车轮轴尺寸图

Fig. 8 Wheel shaft dimension drawing

3.2 定义材料属性

仿真模型的材料属性如表 1 所示. 车轮轴材料 45 钢;螺栓按 GB/T 5781—2000 标准,5.6 级,螺母按 GB/T6170—2000 标准,6.8 级,材料均为 42CrMo;轮部竖支撑板材料结构钢;轴承座材料 ZG230-450. 在有限元工程数据库中建立以上材料,输入材料属性并赋与相应零件.

表 1 材料力学属性

Table 1 Mechanical properties of materials

材料	弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	屈服极限 σ_s/MPa	强度极限 σ_b/MPa
钢(车轮轴)	200.0	0.26	355	637
钢(螺栓)	206.0	0.3	300	500
钢(螺母)	206.0	0.3	480	600
结构钢	200	0.3	260	460
ZG230-450	200	0.3	230	450

3.3 网格划分

网格划分目的是将三维模型划分为有限个离散单元,在每个单元的节点处建立方程,载荷和约束施加到每个单元节点上. 对于车轮轴,为得到高阶六面体网格单元,在其轴向沿几何截面尺寸发生变化处进行“切片”操作,网格划分方法选用“六面体主导法”. 车轮轴为受力关键零件,因此将其整体网格细化,尺寸设置为 1.2 mm,并将卡簧凹槽和键槽处进行局部网格加密,划分出 0.3 mm 六面体网格. 螺栓和螺母采用“扫掠”功能划分出六面体网格,选用“几何体尺寸调整”功能,网格尺寸设置 1.5 mm. 轴承座和轮部竖支撑板采用“多区域”功能划分出六面体网格,网格尺寸设置 2 mm. 高阶单元在有限元计算中精度优于低阶单元,因此在仿真模型全局网格设置中,将中间节点选项(Element Midside Nodes)设置为“kept”,保留中间节点. 图 9 为完成网格划分后的仿真模型图,共得到 26 648 个实体单元,1 097 581 个节点,网格平均质量 0.92.

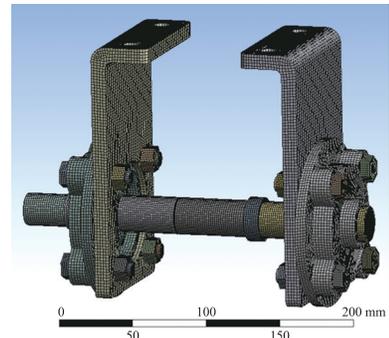


图 9 网格模型图

Fig. 9 Meshing model diagram

3.4 接触设置

本文螺栓连接采用摩擦型连接方式,通过给螺栓施加预紧力,在被连接件之间产生接触压力,从而使接触面之间产生摩擦力. 因此本文选用的 M10x40 螺栓与轴承座和轮部竖支撑板的安装孔之间存在单边 0.5 mm 间隙,二者轴孔之间不设置接触. 螺栓预紧后产生以下接触^[13]: (1) 螺栓与螺母之间不允许相对滑动,将它们之间接触设置为“绑定接触”. (2) 螺母与轮部竖支撑板端面之间设定“摩擦接触”,摩擦系数为 0.2. (3) 轴承座端面与轮部竖支撑板端面之间设定“摩擦接触”,摩擦系数为 0.2. (4) 车轮轴带动轴承座内圈旋转,是过渡或过盈配合,因此车轮轴与轴承座孔之间设定“绑定接触”. (5) 螺栓与轴承座端面之间设定“摩擦接触”,摩擦系数为 0.2.

3.5 约束与载荷

3.5.1 约束

结合实际安装情况,仿真模型中约束轮部竖支撑板与车轮发电平台相接触表面的 6 个自由度,约束条件设置为“固定支撑”.

3.5.2 施加载荷

(1) 螺栓预紧力

钢制螺栓连接预紧力 F_0 为^[14]:

$$F_0 \leq (0.6 \sim 0.7) \sigma_s A_1 \text{ (碳素钢螺栓)}, \quad (1)$$

$$F_0 \leq (0.5 \sim 0.6) \sigma_s A_1 \text{ (合金钢螺栓)}. \quad (2)$$

式中, σ_s 为螺栓材料屈服极限; A_1 为螺栓危险截面面积, $A_1 \approx \pi d_1^2 / 4$, d_1 为螺栓小径.

本文采用 5.6 级合金钢螺栓,经计算可得螺栓预紧力需小于 8 249 N,因此可施加 6 000 N 螺栓预紧力. 对需施加预紧力的螺栓添加局部坐标系,设置局部坐标系 Z 方向与螺栓轴向同^[15]. 采用“Bolt Pretension”功能对螺栓模型施加预紧力,设置两个载荷步,第一载荷步设置 6 000 N 预紧力数值,第二载荷

步选用“Lock”功能锁定预紧载荷以保证螺栓在预紧后无松脱。

螺栓预紧力数值由旋紧螺母所施加扭矩 T 决定。拧紧螺母扭矩 T 为螺旋副间摩擦力矩 T_1 和螺母与被连接件支撑面摩擦力矩 T_2 之和^[16],

$$T = T_1 + T_2 = \frac{F_0}{2} [d_2 \tan(\lambda + \rho_v) + d_m f_1]. \quad (3)$$

式中, F_0 为预紧力; d_2 为螺纹中径; λ 为螺纹升角; ρ_v 为螺纹当量摩擦角; d_m 为螺母支承面平均直径; f_1 为螺母支承面摩擦因数。

取扭矩系数 K 为

$$K = \frac{1}{2} \left[\frac{d_2}{d} \tan(\lambda + \rho_v) + \frac{d_m}{d} f_1 \right]. \quad (4)$$

式中, d 为螺栓大径。螺母拧紧力矩计算公式可简化为:

$$T = KF_0 d. \quad (5)$$

对于 M10 粗牙普通钢制螺栓, 经计算 $K \approx 0.2$ ^[17], 因此求得所需扭矩为 12 N·m。

(2) 重力载荷

环形轨道通过车轮将小车重力载荷作用于车轮轴上, 其在车轮轴圆柱面上作用力分布类似于轴承载荷形式, 将车轮反作用于车轮轴的作用方式定义成“Bearing Load”形式^[17]。发电小车由前后轮发电平台两个车轮轴支撑, 单个车轮轴所承载荷近似为发电小车所受重力的 1/2, 为 2 036 N。

3.6 仿真结果与分析

仿真分析模型为塑性金属材料, 采用第四强度理论 (Mises 准则) 计算等效应力。材料不发生破坏的强度条件公式为^[18]

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_{cr} \leq [\sigma]. \quad (6)$$

式中, σ_i 为主应力; σ_{cr} 为等效应力; $[\sigma]$ 为材料屈服极限应力。

图 10 仿真模型应力云图, 应力较大区域为车轮施加给车轮轴反作用力区域和螺栓连接区域, 其中车轮轴最大应力值 63 MPa, 远小于该材料屈服强度。螺栓应力云图如图 11 所示, 仿真模型最大应力位于螺栓与螺母相连接的圆弧区, 应力值为 141.82 MPa, 远小于本文螺栓与螺母屈服强度, 同时仿真模型中轴承座与轮部竖支撑板应力值也远小于其屈服强度值, 因此车轮发电平台结构满足强度要求。

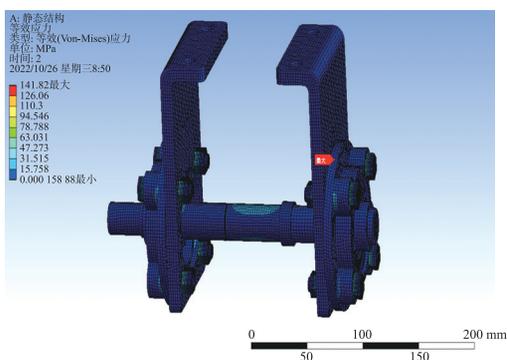


图 10 仿真模型应力云图

Fig. 10 Stress nephogram of simulation model

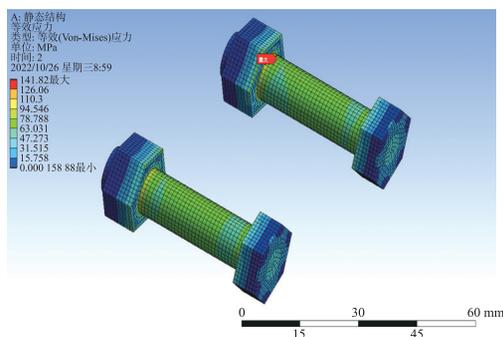


图 11 螺栓应力云图

Fig. 11 Cloud chart of bolt stress

4 结论

根据对轮轨式垂直轴风力机自适应车轮发电平台结构设计和有限元分析可得以下结论:

(1) 发电平台转轴及铜套与小车底板上的孔配合形成转动副, 小车车轮与发电机安装在车轮发电平台上, 形成不受轨道形状及车轮运行的固定连接关系, 各发电装置随运行轨道曲率的变化自适应转动, 使风力机工作运行时将机械转动能平稳转换成电能输出。采用车轮直接驱动发电机的分布式结构, 可调整

性强,根据不同风况、不同需求量调整实际参与的发电小车数量,提高低风速时风能利用率。

(2)设计防倾覆装置,安装于前后车轮发电平台的中间位置,与小车底板固联,并可调整其滚轮与轨道之间有效间隙。在风力小车有被倾覆的动作时,防倾覆滚轮紧扣轨道下沿,防止其发生倾覆,保证风力小车在环形轨道上运行的平稳性。

(3)运用有限元技术对车轮发电平台受力关键零件进行强度分析,各仿真零件的最大应力值均远小于其相应的屈服强度,满足静力学强度要求。

[参考文献] (References)

- [1] BROWN K A, BROOKS R. Design and analysis of vertical axis thermoplastic composite wind turbine blade[J]. *Plastics, Rubber and Composites*, 2010, 39(3/4/5): 111-121.
- [2] PARASCHIVOIU I. Wind turbine design with emphasis on darrieus concept[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 2002.
- [3] 王学文. 一种 Magnus 水平轴风力机的设计与实验[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013: 1-3.
- [4] 宋奇. 基于马格纳斯效应的轮轨式风力机的结构设计和三维模拟[D]. 南京: 南京师范大学, 2020: 2-4.
- [5] 汪辉. 基于 Magnus 效应的共水平轴海流涡轮机的性能研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2018: 10.
- [6] SPERA D A. Wind turbine technology: Fundamental concepts of wind turbine engineering[M]. New York: ASME Press, 1994.
- [7] SENGUPTA T K, TALLA S B. Robins-Magnus effect; a continuing saga[J]. *Current Science*, 2004, 86(7): 1033-1036.
- [8] 刘宸宇. 基于马格纳斯效应的轮轨式风力机关键技术研究[D]. 南京: 南京师范大学, 2019: 9-11.
- [9] 孙璞. 垂直轴柱状叶片风力机的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011: 42-49.
- [10] 宋奇, 李超, 刘宸宇. 垂直轴风力机中马格纳斯效应力最大化与叶片转速的研究[J]. *南京师范大学学报(工程技术版)*, 2019, 19(1): 65-71.
- [11] 唐新姿, 陆鑫宇, 王效禹, 等. 低雷诺数条件下马格努斯翼型气动性能数值分析与优化研究[J]. *太阳能学报*, 2021, 42(6): 265-271.
- [12] 刘宸宇, 李超. 马格纳斯力驱动的轮轨式风力发电机研究[J]. *南京师范大学学报(工程技术版)*, 2018, 18(1): 41-46.
- [13] 江文强, 墨泽. 横向载荷作用下螺栓连接松动过程仿真研究[J]. *计算机仿真*, 2021, 38(7): 385-390.
- [14] 濮良贵, 纪名刚. 机械设计[M]. 8版. 北京: 高等教育出版社, 2006: 68-70.
- [15] 许京荆. ANSYS Workbench 结构分析与实例详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2019: 255-287.
- [16] 闻邦椿. 机械设计手册[M]. 5版. 北京: 机械工业出版社, 2010: 5-17.
- [17] 俞科斌, 李郝林, 陈吉勇. 圆盘剪刀轴有限元分析及优化设计[J]. *上海理工大学学报*, 2014, 36(1): 39-43.
- [18] 刘鸿文, 林建兴, 曹满玲. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2020: 255-260.

[责任编辑: 陈 庆]