

缺陷板材二维排样的一种随机密钥遗传算法

湛维明^{1,2}, 王 佳^{1,2}

(1.河北省高校智慧金融应用技术研发中心,河北 保定 071051)

(2.河北金融学院信息工程与计算机学院,河北 保定 071051)

[摘要] 讨论缺陷板材二维排样问题,即用一张带缺陷区域的板材切割出若干种矩形件,对每种矩形件允许从板材上切割的数量不做限制,优化目标为板材切割出的矩形件的总价值最大.将放置规则和随机密钥遗传算法相结合求解排样方式,用放置规则确定当前待排样矩形件在板材上的放置位置,用随机密钥遗传算法确定矩形件的排样序列和排样参数,用极大空闲空间技术处理板材的空闲空间和缺陷区域.为了提高遗传算法对解空间的搜索范围,放置规则采用最下最左和最左最下两种不同的启发式.通过数值实验比较所提方法与文献方法,实验结果表明,所提方法计算时间较少、排样价值较高.

[关键词] 排样问题,随机密钥遗传算法,矩形件,缺陷板材

[中图分类号] TP391 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2023)02-0025-07

A Random Key Genetic Algorithm for Two-Dimensional Layout of Defective Plate

Zhan Weiming^{1,2}, Wang Jia^{1,2}

(1.Intelligence Finance Research and Development Center in Hebei Province, Baoding 071051, China)

(2.School of Computer and Information Engineering, Hebei Finance University, Baoding 071051, China)

Abstract: In this paper we discuss the problem of two-dimensional layout of defective plate, that is, cutting several kinds of rectangular parts with a plate with defective area. There is no limit on the number of rectangular parts allowed to be cut from the plate, and the optimization goal is to maximize the total value of rectangular parts cut from the plate. The placement rule and random key genetic algorithm are combined to solve the layout. The placement rule is used to determine the placement position of the rectangular parts to be arranged on the plate, and the random key genetic algorithm is used to determine the layout sequence and layout parameters of the rectangular parts. The free space and defect area of the plate are treated with maximum free space technology. In order to improve the search range of genetic algorithm for solution space, two different heuristics are adopted in the placement rules: the bottom-left and the left-bottom. With the benchmark examples in the literature, the method in this paper is compared with the method in the literature through numerical experiments. The experimental results show that this method has less calculation time and higher layout value.

Key words: layout problem, random key genetic algorithm, rectangular parts, defective plate

缺陷板材二维排样问题,是指用一张带缺陷区域的板材切割出若干种不同尺寸的矩形件,不限制每种矩形件的切割数量,优化目标为板材切割出的矩形件的总价值最大.该问题在工业生产中具有广泛的应用场景.例如,钢铁厂生产的某些钢板材可能包含缺陷区域,因其不能满足客户对产品的质量要求,不可用来切割矩形件.

目前针对不带缺陷板材二维排样问题的研究较多,针对带缺陷板材二维排样问题的研究相对较少.针对不带缺陷板材的二维排样问题,文献[1]提出了一种遗传算法,将矩形件按层放置在板材上,层的宽度等于板材的宽度,层的高度由层中高度最大的矩形件确定,通过遗传算法控制矩形件的排样序列来搜索较优的排样方式.文献[2]提出了一种递归五块划分算法,为了克服算法求解大规模问题时耗费内存空

收稿日期:2022-06-02.

基金项目:河北省科技计划软科学研究项目(21557690D).

通讯作者:湛维明,博士,讲师,研究方向:算法优化、信息安全、数据分析. E-mail: zwmhb01@163.com

间过大、计算时间过长的弊端,进一步提出了启发式算法,通过两种方式限制算法的时空复杂度:限制算法的递归深度;对板材划分线进行离散化处理,缩小考察的划分线的集合. 文献[3]将著名的自顶向下方法和自底向上方法相结合,构造了相干算法,在基准测试集上的计算实验表明,该方法为几乎所有中等规模的实例找到了最优解,且对于较大规模的实例优于所有已有方法. 文献[4]提出一种基于台阶的最佳适应分支限界算法,为了加快算法的求解过程,利用贪婪启发式方法从部分解中生成完全解,并迭代使用分支限界算法. 文献[5]提出一种分阶段式匀质块排样算法,同时考虑板材利用率和切割过程的复杂性,采用隐式枚举和动态规划来确定最优排样方式.

针对缺陷板材二维排样问题,文献[6]提出一种单亲遗传算法,研究了将矩形件在板材上的排样转化为遗传算法特定编码的方法. 文献[7]提出一种基于动态规划的启发式算法,可以克服目前已有算法在结构和计算时间上的不足,在处理缺陷区域时重新定义了缺陷区域的表达方式和离散点集合,缩小了算法的时空复杂度. 本文针对缺陷板材二维排样问题,提出一种将放置规则与随机密钥遗传算法相结合的方法,用一个或多个矩形来表示板材缺陷区域,用遗传算法确定矩形件的放置顺序,用放置规则确定矩形件在板材上的放置位置.

1 问题描述和模型构建

不妨设下料工件的工艺余量为 0,这不影响本文方法的通用性,因为若工艺余量不为 0 时,在排样时令工件的长度等于其实际长度加上工艺余量,宽度等于其实际宽度加上工艺余量. 这里工艺余量可包括:(1)火焰、等离子、激光等切割的切口宽度;(2)板料的去边宽度;(3)冲压件的件边距和搭边值;(4)切割件的机械加工余量.

令 P 为一张尺寸为 $W \times H$ 的板材, P 包含少量缺陷区域,其中每个缺陷区域一般用若干互不重叠的矩形表示,如图 1 所示.

设板材的缺陷区域用 D 个矩形表示,第 d 个矩形的面积为 S_d ,左下角坐标为 (X_d, Y_d) ,尺寸为 $W_d \times H_d$, W_d, H_d 分别为矩形的宽度和高度, $d=1, 2, \dots, D$.

令 T 为需要从板材 P 上切割下来的矩形件的类别集合,第 t 种矩形件的尺寸为 $W^t \times H^t$,价值为 v^t ,需求量不做限制, $t=1, 2, \dots, m$.

选择若干个矩形件 $t(t=1, 2, \dots, m)$ 放置在板材上,矩形件的两条边与板材的两条边保持平行,且满足如下条件:(1)所有矩形件必须完全放置在板材内部;(2)矩形件与矩形件或缺陷区域之间互不重叠. 问题的优化目标为:选择多少个矩形件 t 如何放置在板材上,使得板材上放置的矩形件总价值最大. 问题的解可用板材上各个矩形件的左下顶点坐标和尺寸来表示.

为了方便建立缺陷板材二维排样问题的数学模型,引入“虚拟矩形件”概念.“虚拟矩形件”本身价值为 0,在排样时需要被实际矩形件填充. 给出如下符号:

G^t :矩形件 t 可在板材上放置的最大数量, $G^t = \left\lfloor (W \times H - \sum_{d=1}^D S_d) / S^t \right\rfloor$;

G :板材上可放置的虚拟矩形件的最大数量, $G = \max_{t \in T} \{G^t\}$;

E_i^t :二进制变量,当虚拟矩形件 i 放置在板材上且其由矩形件 t 填充时,取值为 1;否则,取值为 0;

$\alpha_{i,j}, \beta_{i,j}$:二进制变量,表示矩形件 i, j 不能互相重叠. 当矩形件 i, j 是分离的且 i 在 j 右边时, $\alpha_{i,j}=0, \beta_{i,j}=0$;当矩形件 i, j 是分离的且 i 在 j 左边时, $\alpha_{i,j}=1, \beta_{i,j}=0$;当矩形件 i, j 是分离的且 i 在 j 上边时, $\alpha_{i,j}=0, \beta_{i,j}=1$;当矩形件 i, j 是分离的且 i 在 j 下边时, $\alpha_{i,j}=1, \beta_{i,j}=1$;

$\chi_{i,d}, \delta_{i,d}$:二进制变量,表示矩形件 i 和缺陷 d 不能重叠.

以下给出缺陷板材二维排样问题的数学模型:

$$V = \sum_{i=1}^G \sum_{t=1}^m v^t E_i^t. \quad (1)$$

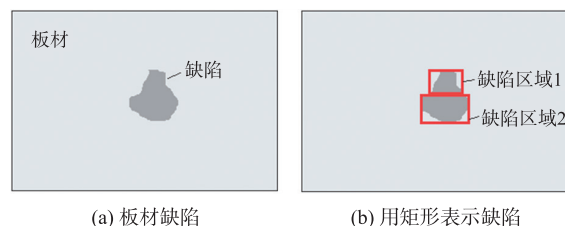


图 1 缺陷的表示

Fig. 1 Representation of defect

Subject to:

虚拟矩形件 i 和 j 不可重叠:

$$x_i - x_j + W(\alpha_{ij} + \beta_{ij}) \geq \frac{w_i + w_j}{2}, \quad \forall i, j | j > i; \quad (2)$$

$$x_j - x_i + W(1 - \alpha_{ij} + \beta_{ij}) \geq \frac{w_i + w_j}{2}, \quad \forall i, j | j > i; \quad (3)$$

$$y_i - y_j + H(1 + \alpha_{ij} - \beta_{ij}) \geq \frac{h_i + h_j}{2}, \quad \forall i, j | j > i; \quad (4)$$

$$y_j - y_i + H(2 - \alpha_{ij} - \beta_{ij}) \geq \frac{h_i + h_j}{2}, \quad \forall i, j | j > i. \quad (5)$$

虚拟矩形件 i 和缺陷 d 不可重叠:

$$x_i - X_d + W(X_{id} + \delta_{id}) \geq \frac{w_i + W_d}{2}, \quad \forall i, d; \quad (6)$$

$$X_d - x_i + W(1 - X_{id} + \delta_{id}) \geq \frac{w_i + W_d}{2}, \quad \forall i, d; \quad (7)$$

$$y_i - Y_d + H(1 + X_{id} - \delta_{id}) \geq \frac{h_i + H_d}{2}, \quad \forall i, d; \quad (8)$$

$$Y_d - y_i + H(2 - X_{id} - \delta_{id}) \geq \frac{h_i + H_d}{2}, \quad \forall i, d. \quad (9)$$

每个虚拟矩形件必须完整地放置在板材上:

$$\frac{w_i}{2} \leq x_i \leq W - \frac{w_i}{2}, \quad \forall i; \quad (10)$$

$$\frac{h_i}{2} \leq y_i \leq H - \frac{h_i}{2}, \quad \forall i. \quad (11)$$

每个虚拟矩形件最多可被 1 个实际矩形件填充:

$$\sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} E_i^t \leq 1, \quad \forall i. \quad (12)$$

确定虚拟矩形件 i 的宽度:

$$w_i = \sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} E_i^t W^t, \quad \forall i. \quad (13)$$

确定虚拟矩形件 i 的高度:

$$h_i = \sum_{t=1}^{|\mathcal{T}|} E_i^t H^t, \quad \forall i. \quad (14)$$

最多只需 G' 个虚拟矩形件用来被矩形件 t 填充:

$$\sum_{i=1}^G E_i^t \leq G', \quad \forall t. \quad (15)$$

变量取值范围约束:

$$x_i, y_i, w_i, h_i \geq 0, \quad \forall i, \text{ 且 } E_i^t, \alpha_{ij}, \beta_{ij} \in \{0, 1\}. \quad (16)$$

式(1)为模型的目标函数,表示最大化板材上放置的矩形件的总价值; V 为板材的排样价值.上述模型的变量个数很多,整数规划方法只能求解很小规模的问题;对于中大规模或实际问题,整数规划方法难以求解.

2 排样算法

2.1 概述

本文排样算法按顺序逐个将矩形件放置到板材上.为了避免矩形件在板材上放置时互相重叠,提出

一个基于极大空闲空间的新颖放置策略,将遗传算法作为一种进化编码参数的工具^[8],用染色体表示矩形件的排样序列(TPS)、排样策略向量(VPH)和矩形件数量向量(VTQ).编码参数 TPS、VPH 和 VTQ 通过解码过程转换为排样问题的解即排样方式.通过如下步骤对染色体进行解码:

- (1)矩形件排样序列解码:将第一部分染色体解码成 TPS 即矩形件放置到板材上的先后顺序的序列;
- (2)矩形件放置启发式解码:将第二部分染色体解码成 VPH 即矩形件放置启发式向量;
- (3)矩形件数量解码:将第三部分染色体解码成 VTQ 即 TPS 中每种矩形件在一次排样时可放置到板材上的数量.

2.2 随机密钥遗传算法

Bean 等提出采用随机密钥遗传算法(RKGA)解决顺序问题^[9].在 RKGA 中,染色体为一个向量,向量中的元素在区间 $[0,1]$ 内取值^[10-12].解码方式作为一种确定性算法,可得到组合优化问题的解和染色体的适应度^[13].

种群 Z 通过很多代数的进化得到优秀个体.初始种群 Z_0 由 z 个 r 维随机密钥向量组成,解向量的每个分量或随机密钥都在区间 $[0,1]$ 中独立随机生成.当第 g 代的个体的适应度被解码方式计算出后,按照适应度值从大到小对种群个体进行排序,把种群划分成 2 组个体:第一组由 a 个杰出个体组成,其适应度值较高;第 2 组由 $z-a$ 个剩余个体组成,其适应度值较小.

第 g 代个体通过进化产生第 $g+1$ 代个体,具体包含 3 个步骤:

- (1)第 g 代种群的 a 个杰出个体全部复制到第 $g+1$ 代种群;
- (2)第 g 代种群剩余的 $z-a$ 个个体中的 m 个个体按照一定的突变规则^[14-17]产生突变后加入到第 $g+1$ 代种群;
- (3)第 g 代种群剩余的 $z-a-m$ 个个体通过交叉和变异产生 $z-a-m$ 个新个体加入到第 $g+1$ 代种群.

2.2.1 解的编码和解码

将排样问题的解编码成一个随机密钥向量,即 RKGA 算法的染色体,一条染色体可直接或间接代表原始问题的一个解,间接方式需额外的程序将染色体转化为问题的解.在本文中,解将由参数间接表示,然后通过解码过程来获得解.

解的染色体由 $3N$ 个基因构成.设第 i 个基因的密钥值为 gen_i ,其中 $i=1,2,\dots,3N$, N 为板材可放置的虚拟矩形件的最大个数.前 N 个基因用来获得矩形件的放置序列,中间 N 个基因用来获得矩形件的排样策略向量,后面 N 个基因用来获得矩形件的放置数量.

设矩形件放置序列的第 i 个元素为 ε_i ,其中 $i=1,2,\dots,N$.解码时,通过下式将前 N 个基因转化为矩形件的放置序列,其中符号“ $\lceil \cdot \rceil$ ”表示向上取整数:

$$\varepsilon_i = \lceil gen_i \times |T| \rceil. \quad (17)$$

对于放置规则,本文采用最下最左方式(BL)和最左最下方式(LB)两种排样启发式,通过放置规则向量来确定每种矩形件的排样启发式.设放置规则向量的第 i 个元素为 ϕ_i ,其中 $i=1,2,\dots,N$,解码时通过式(18)将染色体的 $N+1 \sim 2N$ 号基因转化为放置规则向量:

$$\phi_i = \begin{cases} \text{BL}, & \text{if } gen_{N+i} < 0.5; \\ \text{LB}, & \text{if } gen_{N+i} \geq 0.5. \end{cases} \quad (18)$$

若基因 gen_{N+i} 的密钥值小于 0.5,则放置序列中第 i 个矩形件的放置规则为最下最左方式;若基因 gen_{N+i} 的密钥值大于等于 0.5,则放置序列中第 i 个矩形件的放置规则为最左最下方式.

在放置时,可将 1 个或多个某种矩形件一次性放置到板材上,用矩形件数量向量确定矩形件应放置的个数.设 k_i 为采用某种放置规则时矩形件 i 可放置的最大个数,向量的第 i 个元素为 φ_i ,其中 $i=1,2,\dots,N$,解码时通过式(19)将染色体的 $2N+1 \sim 3N$ 号基因转化为矩形件数量向量:

$$\varphi_i = gen_{2N+i} \times k_i. \quad (19)$$

2.2.2 适应度函数

种群进化时,需用适应度函数衡量种群中每个个体的质量.本文将个体对应的排样方式的价值作为该个体的适应度函数^[18-19],即:

$$f=\sum_{i=1}^G\sum_{t=1}^{\lceil T\rceil}v^tE_i^t,$$

(20)

式中, f 为个体的适应度函数值.

2.3 极大空闲空间

首先讨论板材不带缺陷的情形. 引入“极大空闲空间”(empty maximal-space, EMS)概念,即指板材上可用的最大矩形空间,EMS 由其左下顶点和右上顶点的坐标确定.

为了将矩形件逐个放置到板材上,构造一个 EMS 集合. 在搜索当前待排样矩形件的放置位置时,只需考察当前可用的 EMS. 若当前可用的 EMS 不止一个,则按式(18)的矩形件放置规则选择最下最左或最左最下的 EMS,具体而言,若当前矩形件的放置规则是最下最左方式,则选择最下最左的 EMS,否则选择最左最下的 EMS. 在选择好 EMS 后,将当前待排样矩形件放置在该 EMS 的左下角. 采用文献[16]的规则更新 EMS 集合,继续排放下一个矩形件,直至对所有的矩形件均无可用的 EMS 为止,即板材上无法再排入任何矩形件.

图2所示为板材排样过程中极大空闲空间集合的变化过程. 初始时,板材上未放置任何矩形件,此时只有一个 EMS 且其尺寸与板材尺寸相同;当放置一个矩形件1到板材上后,板材上产生了4个 EMS;接着再放置一个矩形件2到 EMS2 中,板材上新产生了2个 EMS,此时极大空闲空间集合中包含5个 EMS.

对于缺陷板材,在排样的预处理阶段用 D 个价值为0的矩形件代替板材的 D 个缺陷区域,得到初始的 EMS 集合. 如图2所示,将矩形件1和矩形件2看作缺陷,于是得到5个初始的 EMS. 注意到由于缺陷的存在,有些矩形件可能比尺寸最大的初始 EMS 还大,即该种矩形件不可能放置到板材上,在排样初始时剔除这些矩形件,这样可以缩小排样的解空间.

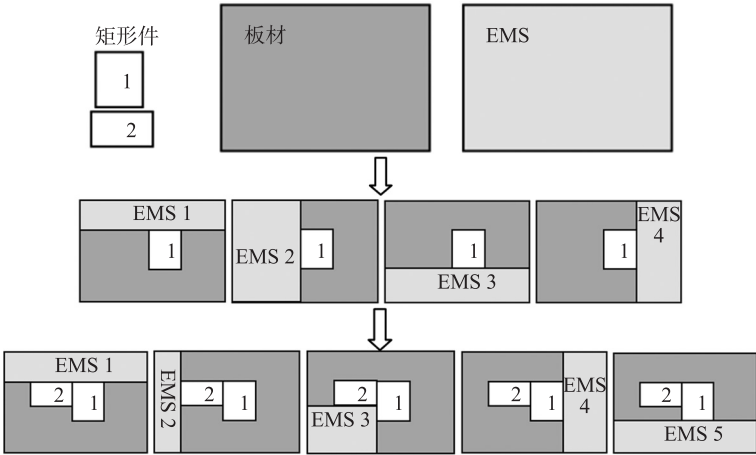


图2 极大空闲空间集合的变化过程
Fig. 2 Change process of empty maximal-space

3 数值实验

本实验设备为酷睿 i5 CPU 主频 2.5GHz,内存 4GB 的计算机,算法语言为 C++,实验平台为 visual studio 2015. 随机密钥遗传算法参数设置如下:种群大小为板材上可容纳虚拟矩形件最大数量的 100 倍;交叉概率在区间[0.7,0.85]取值;杰出个体数量占种群规模的 10%~25%;突变个体数量占种群规模的 15%~30%;种群进化代数 为 300.

采用 14 道文献例题,其中例题 1-8 来源于文献[17],例题 9-14 来源于文献[20]. 例题 1-8 的板材包含 1 个缺陷区域,例题 9-14 的板材包含 2-5 个缺陷区域. 所有例题板材的尺寸均为 200 cm×100 cm,所有例题的矩形件尺寸和价值均相同,如表 1 所示. 每道例题的板材缺陷用缺陷区域的最小横坐标、最小纵坐标、最大横坐标、最大纵坐标及缺陷尺寸表示;对于具有多个缺陷的板材,分别给出了

表 1 矩形件数据

Table 1 Data of rectangular parts

矩形件编号	长度	宽度	价值
1	40	30	10
2	68	26	12
3	50	20	8
4	60	35	18
5	45	22	9

每个缺陷区域的坐标和尺寸,如表 2 所示. 例如,例题 9 的板材包含 4 个缺陷,缺陷 1 的左下角顶点坐标为 (0,0),尺寸为 5 cm×5 cm;缺陷 2 的左下角顶点坐标为(0,95),尺寸为 5 cm×5 cm;缺陷 3 的左下角顶点坐标为(194,0),尺寸为 6 cm×10 cm;缺陷 4 的左下角顶点坐标为(194,90),尺寸为 6 cm×10 cm.

在相同实验环境下将本文算法与文献[21-22]的算法进行比较. 本文算法求解 14 道例题共耗时 231 s,平均每道例题耗时 16.50 s. 文献[21-22]的算法平均每道例题耗时分别为 1 128.67 s 和 94.98 s. 表 3 所示为本文算法、文献[21-22]算法的排样价值统计结果,可以看出,本文算法有 5 道例题排样价值大于文献[21]算法,有 9 道例题排样价值等于文献[21]算法;有 6 道例题排样价值大于文献[22]算法,有 8 道例题排样价值等于文献[22]算法. 图 3 为本文算法生成的例题 8 的排样方式,图中数字表示矩形件编号,黑色矩形区域表示板材缺陷部分.

表 2 板材缺陷数据
Table 2 Data of plate defects

例题 编号	缺陷区域				尺寸 cm×cm	例题 编号	缺陷区域				尺寸 cm×cm
	最小横坐标	最小纵坐标	最大横坐标	最大纵坐标			最小横坐标	最小纵坐标	最大横坐标	最大纵坐标	
1	100	50	105	54	5×4	11	95	0	105	10	10×10
2	100	40	105	44	5×4		95	90	105	100	10×10
3	100	60	105	66	5×6		0	45	10	55	10×10
4	125	20	132	30	7×10		190	45	200	55	10×10
5	125	71	132	79	7×8		120	60	125	65	5×5
6	30	30	40	40	10×10	12	0	0	5	5	5×5
7	80	40	110	58	30×18		30	15	33	19	3×4
8	80	40	118	58	38×18		60	47	66	50	6×3
9	0	0	5	5	5×5		198	45	200	55	2×10
	0	95	5	100	5×5	13	15	10	20	15	5×5
	194	0	200	10	6×10		15	85	20	90	5×5
	194	90	200	100	6×10		185	10	190	15	5×5
10	95	0	105	10	10×10		185	85	190	90	5×5
	95	90	105	100	10×10	14	0	45	10	55	10×10
	0	45	10	55	10×10		190	45	200	55	10×10
	190	45	200	55	10×10						

表 3 3 种算法的排样价值
Table 3 Layout value of three algorithms

题号	排样价值			题号	排样价值		
	本文	文献[21]	文献[22]		本文	文献[21]	文献[22]
1	166	166	166	8	156	154	154
2	166	166	166	9	162	160	160
3	166	166	165	10	158	158	158
4	164	164	164	11	151	151	151
5	164	164	164	12	157	156	156
6	164	164	164	13	150	150	150
7	160	158	158	14	163	160	160

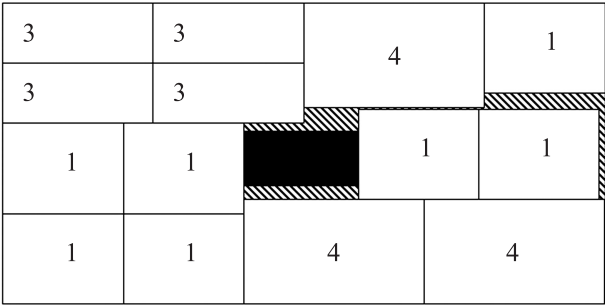


图 3 例题 8 的排样方式
Fig. 3 The layout value of example 8

4 结论

针对缺陷板材二维排样问题,设计了基于最下最左(BL)和最左最小(LB)排样启发式的随机密钥遗传算法. 用极大空闲空间技术处理板材的剩余可用部分和缺陷区域. 与文献[21-22]算法相比,本文算法计算时间较短,排样价值较高. 本文提出的两种排样启发式一次可排放多个矩形件,从而加速了遗传算法的求解过程. 可将本文的随机密钥遗传算法与其他排样启发式相结合,以设计计算效率更高的排样算法.

[参考文献](References)

[1] BORTFELDT A, WINTER T. A genetic algorithm for the two-dimensional knapsack problem with rectangular pieces[J].

- International Transactions in Operational Research,2009,16(6):685-713.
- [2] BIRGIN E G,LOBATO R D,MORABITO R. Generating unconstrained two-dimensional non-guillotine cutting patterns by a recursive partitioning algorithm[J]. Journal of the Operational Research Society,2012,63(2):183-200.
- [3] WEI L J,LIM A. A bidirectional building approach for the 2D constrained guillotine knapsack packing problem[J]. European Journal of Operational Research,2015,242(1):63-71.
- [4] WEI L J,HU Q,LIM A, et al. A best-fit branch-and-bound heuristic for the unconstrained two-dimensional non-guillotine cutting problem[J]. European Journal of Operational Research,2018,270(2):448-474.
- [5] 季君,邢斐斐,黄敦华,等. 一种分阶段式匀质块最优矩形件排样方法[J]. 锻压技术,2021,46(2):46-51.
- [6] 董德威,颜云辉,王展. 存在表面缺陷原材料的矩形件优化排样问题研究[J]. 东北大学学报(自然科学版),2012,33(9):1323-1326.
- [7] AFSHARIAN M,NIKNEJAD A,WÄSCHER G. A heuristic, dynamic programming-based approach for a two-dimensional cutting problem with defects[J]. OR Spectrum,2014,36(4):971-999.
- [8] 唐伟萍,王坤,黄欣. 矩形件二维正交排样的一种混合遗传算法[J]. 锻压技术,2021,46(10):106-111.
- [9] BEAN J C. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization[J]. ORSA Journal on Computing,1994,6(2):154-160.
- [10] CARRABS F. A biased random-key genetic algorithm for the set orienteering problem[J]. European Journal of Operational Research,2021,292(3):830-854.
- [11] ANDRADE C E,TOSO R F,GONÇALVES J F, et al. The multi-parent biased random-key genetic algorithm with implicit path-relinking and its real-world applications[J]. European Journal of Operational Research,2021,289(1):17-30.
- [12] PINTO B Q,RIBEIRO C C,ROSSETI I, et al. A biased random-key genetic algorithm for routing and wavelength assignment under a sliding scheduled traffic model[J]. Journal of Global Optimization,2020,77(4):949-973.
- [13] OLIVEIRA B B,CARRAVILLA M A,OLIVEIRA J F, et al. A C++ application programming interface for co-evolutionary biased random-key genetic algorithms for solution and scenario generation[J]. Optimization Methods and Software,2021,37(3):1065-1086.
- [14] FORREST S. Genetic algorithms[J]. ACM Computing Surveys(CSUR),1996,28(1):77-80.
- [15] JENNINGS P C,LYSGAARD S,HUMMELSHØJ J S, et al. Genetic algorithms for computational materials discovery accelerated by machine learning[J]. NPJ Computational Materials,2019(1):746-751.
- [16] LAI K K,CHAN J W M. Developing a simulated annealing algorithm for the cutting stock problem[J]. Computers & Industrial Engineering,1997,32(1):115-127.
- [17] CARNIERI C,MENDOZA G A,LUPPOLD W G. Optimal cutting of dimension parts from lumber with a defect:a heuristic solution procedure[J]. Forest Products Journal,1993,43(9):66-75.
- [18] 王洁,陶涛,陈星艳,等. 蚁群算法在定制家具矩形零件排样中的应用[J]. 林业工程学报,2022,7(1):192-196.
- [19] 王静静,瞿少成,李科林. 一种基于并行交叉遗传算法的二维不规则排样问题求解[J]. 计算机应用与软件,2020,37(7):188-193.
- [20] VIANNA A C G,ARENALES M N. O problema de corte de placas defeituosas[J]. Pesquisa Operacional,2006,26:185-202.
- [21] NEIDLEIN V, VIANNA A C G, ARENALES M M, et al. The two-dimensional, rectangular, guillotineable-layout cutting problem with a single defect[R]. Magdeburg: Otto-von-Guericke University Magdeburg,2008.
- [22] AFSHARIAN M,NIKNEJAD A,WÄSCHER G. A heuristic, dynamic programming-based approach for a two-dimensional cutting problem with defects[J]. OR Spectrum,2014,36(4):971-999.

[责任编辑:严海琳]