

基于 Pymunk 的冰壶比赛仿真研究

刘国军,周琦,金野,肖靖杰

(哈尔滨工业大学计算机科学与技术学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

[摘要] 冰壶是在以队伍为单位在冰上进行的一种投掷性体育竞赛项目,由于冰壶运动过程中受到场地环境、温度等因素影响较大,因此在进行冰壶策略的算法研究时采集相关数据困难且复杂. 冰壶运动在数学上是一个连续动作空间、连续状态空间以及动作执行具有不确定性的马尔可夫过程,这就导致相关算法在落地使用之前必须先仿真环境下进行研究和测试. 为方便进行冰壶投掷策略的研究,提出了一种基于物理引擎 Pymunk 实现的冰壶比赛项目中冰壶投掷、旋转、滑行、碰撞的仿真方法,通过输入滑行速度、角速度便可以得出该次抛投后冰壶的运动数据. 相比于现场采集数据,本仿真系统具有采集数据方便,采集量大的特点,并可实时控制双方投掷冰壶的速度来进行投掷策略的博弈. 仿真结果表明,仿真系统与预期分析一致,仿真系统十分接近实际情况下冰壶的运动情况.

[关键词] 计算机模拟,冰壶,Pymunk,冰壶投掷策略,仿真系统设计

[中图分类号] TP391.9 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2023)03-0019-08

Research on the Simulation of Curling Competition Based on Pymunk

Liu Guojun,Zhou Qi,Jin Ye,Xiao Jingjie

(School of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Curling is a throwing sports competition on ice in teams. Because curling is greatly affected by factors such as the venue environment and temperature during the exercise, it is difficult and complicated to collect relevant data in the study of algorithm on curling strategies. Curling a Markov process with continuous action space, continuous state space and action execution uncertainty in mathematics leads to the fact that the algorithms must be researched and tested in a simulation environment before they are put into use. In order to facilitate the research of curling throwing strategy, we propose a simulation method of curling throwing, rotating, sliding and collision in curling sports based on the physics engine Pymunk. By entering the sliding speed and the angular speed, we can easily obtain the movement data of the curling after the throw. Compared with the data collected on site, the simulation system is proved to have the characteristics of collecting data conveniently and large collection volume, and can control the speed of both sides to throw the curling in real time to play the game of throwing strategy. The simulation results show that the simulation system is consistent with the expected analysis, and the simulation system is very close to the actual situation of curling.

Key words: computer simulation, curling, Pymunk, curling strategy, system simulation design

现代奥林匹克运动会已有 100 多年的历史,运动员的一次次突破都展现了体育运动的无穷魅力. 人类的自我生理上限越来越接近极限水平,几乎所有运动项目的世界记录的刷新随着时间的推移都会变得越来越困难,通过更加科学的技术手段和辅助设备来帮助运动员训练正变得越来越有效. 我国已有相关研究使用视频分析、仿真、虚拟现实、人工智能等技术来帮助运动员进行更加科学的训练和战略分析. 如 Liu 等^[1-2] 研制了可以跟踪短道速滑运动员时空轨迹的系统,跟踪系统在场景高度复杂和摄像机镜头快速移动的情况下可以输出运动员的时空轨迹,经过处理后的时空轨迹可以帮助运动员进行更有效的训练. 陈海辉对乒乓球的反弹轨迹进行了建模与仿真^[3],证明了乒乓球的反弹轨迹不是简单的自由落体运动,运

收稿日期:2023-04-24.

基金项目:国家自然科学基金项目(61976071)、黑龙江省科学基金项目(LH2020F012)、黑龙江省重点研发计划课题项目(GA21C031)、国家重点研发计划课题项目(2021YFF0307903).

通讯作者:刘国军,博士,副教授,研究方向:机器学习、计算机视觉、图像处理、模式识别. E-mail:hitliu@hit.edu.cn

动员在比赛过程要多加练习才能更加准确的对乒乓球轨迹进行预测. 宋昌江等^[4]基于 Unity3D 开发一种应用于模拟滑雪机的可视化系统,为室内模拟滑雪机数字化、智能化训练提供技术基础. 卓霖等^[5]对疏散口附近人群进行了踩踏仿真分析,可以用于指导体育场馆等公共场所的建设规划. 季云峰等^[6]开发了一种基于视频识别的乒乓球发球裁判系统用于辅助裁判判决,系统可以在比赛中为裁判员的判罚提供一定的科学参考,在运动员对裁判的判罚产生质疑时可以作为一种辅助性的依据.

作为一项综合性冬季奥林匹克运动会项目,冰壶运动正逐渐走进人们的视野. 目前国外在冰壶比赛项目的仪器设备上已有比较深入的研究,实现了一种冰壶机器人,他们使用基于深度强化学习的方法对冰壶的策略进行了深入的研究,成功克服了真实的冰面环境与模拟环境之间的差距,最终机器人可以在限制冰壶比赛规则的情况下击败职业选手,此机器人可以应用到冰壶运动员的日常训练中,为职业选手提供策略指导和对抗训练. 而国内相关研究正处于起步阶段.

冰壶不仅能很好地锻炼人的平衡性和柔韧性,更考验着参与者的体能与脑力,被喻为冰上的“国际象棋”^[7]. 不管是相关运动员还是科研人员,在进行冰壶策略的研究时往往都需要大量数据作为基础. 目前获取冰壶运动的相关数据途径主要有两种:一是现场数据,通过摄像机等设备采集的数据^[8],数据往往难以量化或者难以从直观上去反映实际场景,不适合用作科学研究. 二是仿真数据,相比于现场数据,仿真数据不仅不受场地温度、冰面状况等环境因素影响,并且不受时间影响,可以像游戏一样实时生成. 因此,构造合适的冰壶仿真环境对运动员的训练、冰壶策略科研意义重大^[9-10].

目前国内外对冰壶运动项目仿真的研究较少, Ito 等^[11]研制了一种基于物理引擎 Box2d 的仿真系统,利用牛顿力学定律对冰壶的运动过程进行物理建模,但只将冰壶视为简单的滑动,没有考虑冰壶自旋转对摩擦力的影响. 田雨等^[12]提出一种无碰撞冰壶运动轨迹仿真方法,仿真中考虑到了冰壶自旋对其所受摩擦力的影响,但是整个方法没有考虑实际比赛过程中冰壶间的相互碰撞对冰壶轨迹的影响,同时仿真并没有按照比赛场地真实比例和得分规则来实现,本文提出的仿真系统对其方法进行了改动,在其基础上解决了上述缺陷并重新设计了仿真流程,此外为了提高仿真的真实度,引入了物理引擎 Pymunk.

Pymunk 是一个 Python 语言 2D 平面物理引擎,该引擎基于 Chipmunk 实现,可以自动模拟真实环境下物体的旋转、加速、减速、碰撞. 相比于 Box2D, Pymunk 安装十分方便,无需像 Box2D 那样手动编译, Box2D 仅拥有一个简易版的 C++ 版本的说明文档,而 Pymunk 有一份详尽的说明文档包括所有函数、类以及详细使用方法,并且还有几十个例子供初学者学习. 使用 Pymunk,我们只需要通过 `Space()` 函数创建一个空间,之后通过 `Body()` 函数和 `create_box()` 函数创建我们需要的刚体(圆形、矩形等),并为这些刚体加上需要的初始属性(质量、滑行速度、角速度、弹性系数、摩擦系数、刚体之间的约束、重力),然后只需要将刚体加入到刚刚创建的 `Space` 空间当中, Pymunk 就会自动进行物理模拟仿真,最后只需要通过这些刚体的属性(位置、速度等)获取当前刚体的状态即可获取实时仿真情况,要展示仿真状态,只需要选择其他的 UI 界面库将这些刚体渲染即可.

因为 Pymunk 具备安装简单、学习成本低、使用方便、可以十分便捷地与其他函数包一起使用等优点, Pymunk 已经在许多成功的科研项目被使用过,已有几十篇科学论文使用 Pymunk 作为物理引擎进行实验. 例如 Semage 等^[13]利用 Pymunk 构建 2D 平面保龄球和篮球仿真环境验证其提出的基于高斯过程的先验知识学习,在两个仿真环境中均获得较其他方法更优的结果. Ipe 等^[14]利用 Pymunk 构建了机器人运动规划的内存环境. Hardo 等^[15]利用 Pymunk 快速获取了大量细胞生长的数据,并利用该数据训练得到比真实数据更加准确的实例分割模型. Hamid 等^[16]利用 Pymunk 对新冠病毒在不同防护条件下的社区内传播进行了模拟. 国内目前利用该物理引擎的科学实验还较少.

本文所提出的仿真系统首先利用受力分析建立冰壶的受力模型,然后利用 Pymunk 进行对冰壶的运动过程进行仿真,最后实时将仿真结果利用 PyGame 作为前端界面进行渲染^[17]. 这套系统是要为冰壶智能决策提供模拟环境,实验表明此系统的模拟冰壶运动过程与冰壶的物理运动过程基本一致,本文建立的冰壶运动模型和数学模型很好地描述了冰壶的物理运动规律.

1 冰壶运动模型

冰壶的运动过程较为复杂,冰壶的滑行速度和旋转速度都会对冰壶的运动轨迹产生影响. 冰壶在滑

行过程中的受力情况较为复杂,一般情况下将冰壶的运动过程划分为三个阶段^[18-19],冰壶在滑行的前两阶段受到的力比较均匀,滑行轨迹基本接近直线,第三阶段滑行速度较低,冰壶的旋转而会导致其轨迹发生较大偏转. 第一阶段,冰壶的滑行速度较快,冰壶的前半部分的环会先与冰面发生干摩擦,由于冰壶的运动速度较快,经过冰壶中间的凹陷部分后,冰壶的后半部分会与还未凝固的液态膜发生湿摩擦,因此此阶段冰壶的滑行速度较快,冰壶的旋转不会导致冰壶的运动轨迹出现明显的偏移. 第二阶段,冰壶滑行速度和旋转速度有所下降,冰壶与冰面接触的整个圆环各个点的摩擦力都较为均匀,此时冰壶的运动轨迹会更加笔直. 第三阶段,此时冰壶的移动速度较慢,旋转速度相对较快,此时低速滑行产生的冰屑和冰粒会使得冰壶底部与冰面产生粘滞力,此粘滞力会导致冰壶底部受力不均匀,因此第三阶段冰壶会因为不均匀的受力而导致运动轨迹发生较大的偏移^[20].

三阶段所受合力可表示为,

$$F = \sum f + F_n. \quad (1)$$

式中, f 表示摩擦力, F_n 表示粘滞力. 根据上述模型分析可知前两阶段旋转对冰壶轨迹偏移的影响较小,可忽略,因此前两阶段可以简化为

$$F = \sum f. \quad (2)$$

图 1 中的圆环表示冰壶在冰面的滑行过程中与冰面的接触部分, μ_r, μ_h, μ_s 分别表示 3 种不同的动摩擦因数. 第一阶段和第二阶段冰壶底部所受摩擦力分布较为均匀,受力方向与运动方向基本在同一直线,第三阶段低速滑行时产生的粘滞力使得底部受力不均匀,进而使得底部所受摩擦力合力方向与运动方向所在直线产生夹角.

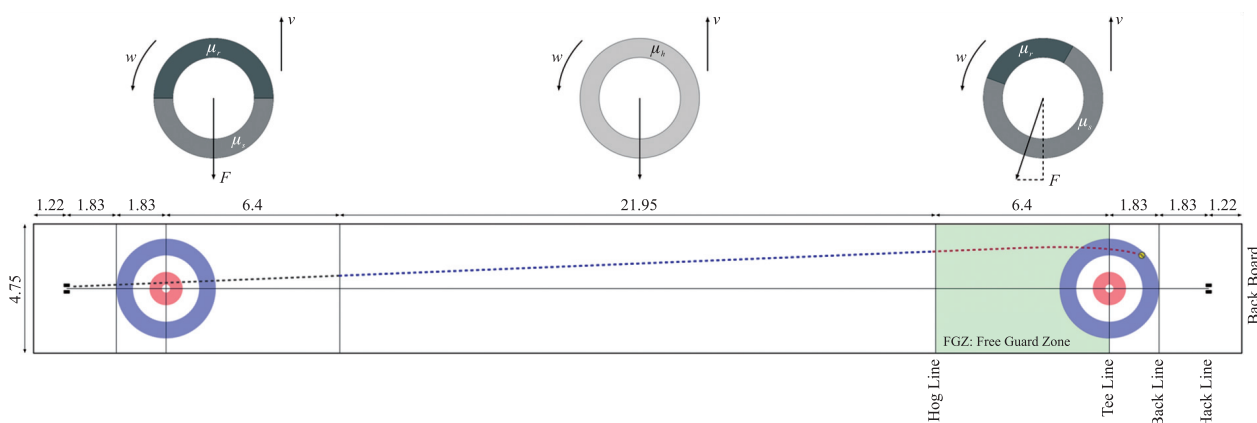


图 1 冰壶三阶段受摩擦力情况

Fig. 1 Friction in three stages of curling

第一阶段,冰壶前半环部分受到干摩擦,冰壶高速旋转会导致冰面短暂融化,由于冰壶在向前滑行,所以后半部分受到湿摩擦,动摩擦因数相对较小. 设前后半环摩擦因子分别为 μ_r 和 μ_h ,第一阶段接触面各个点所受摩擦力为

$$d(f_r(\theta)) = \frac{-\mu_r mg}{2\pi} e_v d\theta, \quad (3)$$

$$d(f_h(\theta)) = \frac{-\mu_h mg}{2\pi} e_v d\theta. \quad (4)$$

式中, m 表示冰壶的质量, g 表示重力加速度, e_v 表示冰壶上某一点速度的单位向量, θ 表示角度, f_r, f_h 表示不同摩擦系数对应的摩擦力. 第二阶段冰壶旋转速度有所下降,所受摩擦力较为均匀,可以视为整个圆环形的接触面受均匀摩擦力. 设此阶段摩擦因数为 μ_s ,此阶段接触面各点所受摩擦力为

$$d(f_s(\theta)) = \frac{-\mu_s mg}{2\pi} e_v d\theta. \quad (5)$$

第三阶段由于冰壶旋转速度较低,冰壶的旋转和所受粘滞力会导致受力不均匀,此时摩擦力和粘滞力

的合力会与冰壶运动方向所在直线出较大的角度偏转. 这里简化模型将圆环的摩擦力大小按 $\frac{1}{4}$ 进行划分为两个区域,此阶段受到的粘滞力可以简化为

$$F_n = k[\mathbf{v}(\theta)]^{-n}. \quad (6)$$

式中, k 为比例系数,本文取 0.08, n 为指数,本文取 $\frac{1}{2}$.

$$\mathbf{v}(\theta) = (\mathbf{v}_x - \omega_s R \sin(\theta)) \mathbf{i} + (\mathbf{v}_y + \omega_s R \cos(\theta)) \mathbf{j}.$$

式中, \mathbf{v}_x 和 \mathbf{v}_y 表示滑行速度的水平分量和竖直分量, ω_s 表示旋转速度, R 表示圆环半径, \mathbf{i}, \mathbf{j} 分别表示水平和竖直方向单位向量. 根据刚体转动方程,冰壶在任意时刻角加速度可以表示为

$$\alpha = \frac{\sum M}{J}. \quad (7)$$

式中, M 表示和外力矩, J 表示冰壶的转动惯量, α 表示角加速度. 由于冰壶接触面宽度相对于冰壶半径较小,为简化模型,将冰壶接触面宽度产生的影响忽略不计,即将接触面各点的 r 大小视为定值. 所以第一阶段各点由于摩擦力而产生的摩擦力矩为

$$dM_r = d(f_r(\theta)) \times r, \quad (8)$$

$$dM_h = d(f_h(\theta)) \times r. \quad (9)$$

式中, M_r, M_h 表示不同摩擦系数对应的力矩. 第二阶段所受摩擦力较为均匀的分布在整個冰壶圆环的一周,所以接触面各点所受摩擦力矩为

$$dM_s = d(f_s(\theta)) \times r. \quad (10)$$

第三阶段因为冰壶低速旋转使得所受摩擦力不均匀,摩擦力矩与第一阶段类似,所以接触面各点所受摩擦力矩也可以由式(8)和式(9)表示.

2 冰壶比赛仿真系统设计

比赛用的标准冰壶是一种由特制花岗岩制成的直径 29 cm,重量为 19 kg 的带柄扁圆形物体,整个冰壶比赛场地长 44.5 m,宽 4.75 m,大本营内圆半径 15 cm,外圆半径 183 cm,其余各个区域宽度如图 1 所示,冰壶要滑行到大本营外圆内才有机会获得一分. 整个比赛共有十局,每局有十六回合,每局比赛结束后会计算得分,拥有距离大本营中心点最近的冰壶的一方本局获胜,胜利方每拥有一个距离大本营中心点最近的冰壶获得一分,最终十局总得分最高方队伍获得比赛胜利^[21-23],本文提出的仿真场地大小和冰壶规格完全按照冰壶比赛场地比例制定. 此仿真系统主要用于科学研究,帮助科研人员对投掷冰壶进攻防守中蕴含的策略博弈行为进行研究,系统预留的数据输入接口既可以由使用者手动输入,也可以由自动化的算法输入.

2.1 仿真系统结构

如图 2 所示,整个仿真系统由三部分组成,数据接口模块主要用于冰壶初始滑行速度、初始角速度数据

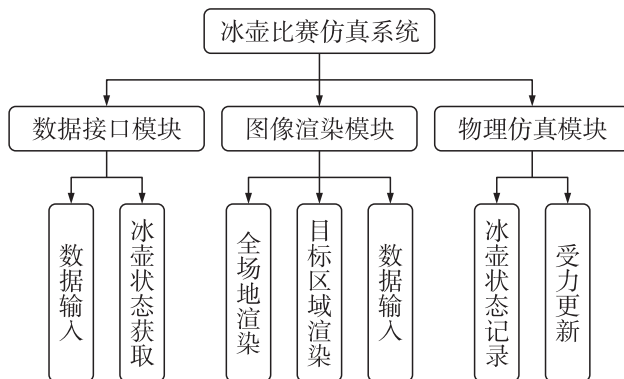


图 2 冰壶比赛仿真系统结构

Fig. 2 The structure of curling competition simulation system

的输入和冰壶状态的获取. 图像渲染模块主要包括冰壶当前状态的渲染以及手动数据输入部分. 物理仿真模块是整个仿真系统的核心, 主要包含物理仿真、冰壶状态的保存和受力状况的实时更新.

2.2 仿真流程设计

图 3 给出了本文提出的单局冰壶比赛仿真流程, 具体流程如下:

步骤 1: 初始化 Pymunk, 设定初始化参数摩擦系数 μ_r, μ_h, μ_s , 重力加速度 g , 指数 n 和比例系数 k .

步骤 2: 获取当前队伍投掷冰壶的初始滑行速度和角速度, 利用 Pymunk 的圆形刚体来模拟冰壶, 设定圆形刚体的质量 m 、半径 r , 滑行速度 v 、角速度 w , 初始位置坐标 (x, y) 、受力 F 、角加速度 α , 将该圆形刚体添加到仿真环境由物理引擎来以每秒 60 帧的频率逐帧更新冰壶的运动和碰撞状态.

步骤 3: 利用上述运动过程分析逐帧地改变冰壶的受力情况 F 和角加速度 α .

步骤 4: 逐帧获取所有冰壶的状态, 并利用 Pygame 作为前端 UI 来显示当前的仿真状态.

步骤 5: 重复步骤 3 和步骤 4, 直至所有冰壶运动状态不在发生变化, 回合数加一, 检测是否到达 16 回合, 若到达 16 则表明一次对局完成, 跳到步骤 6, 否则切换投手为另一队伍; 跳到步骤 2.

步骤 6: 获取所有冰壶的位置信息, 按照距离大本营的远近进行排序, 取距离大本营最近的冰壶的投掷方为本次对局的获胜方, 得分为比对手距离大本营最近的冰壶更近的冰壶个数, 一次对局仿真完成.

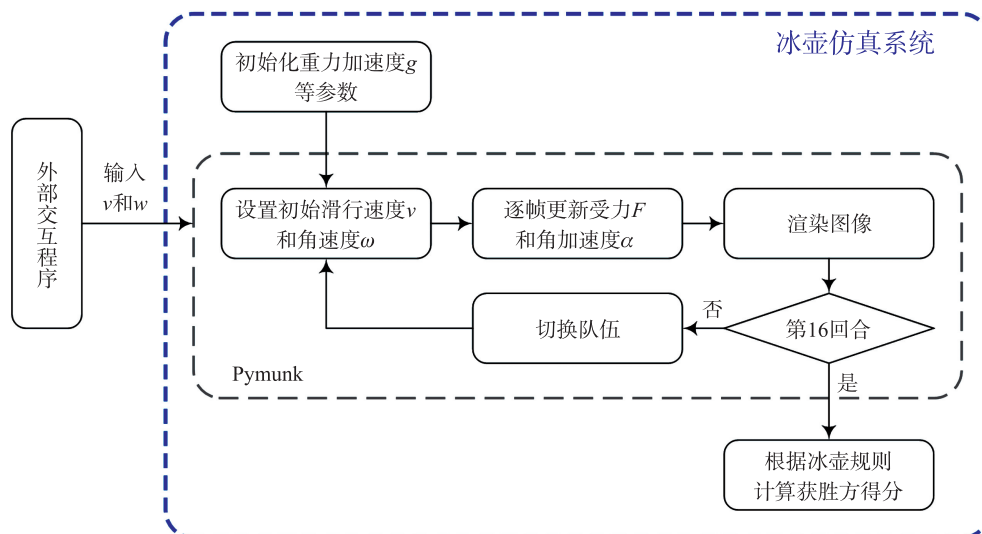


图 3 单局冰壶比赛仿真流程

Fig. 3 Simulation process of single curling competition

3 仿真结果分析

3.1 无碰撞仿真结果分析

图 4 表示不同初始速度的冰壶在无碰撞的情况下的滑行轨迹, 初始速度由三元组表示, 三元组中的三个元素依次表示初始水平滑行速度 (m/s, 向右为正方向)、初始竖直滑行速度 (m/s, 向上为正方向)、初始角速度 (rad/s, 逆时针方向为正方向). 子图 4(a)–图 4(d) 的初始速度使用三元组分别表示为 $(0.1, 2.35, \pi)$ 、 $(0.1, 2.4, \pi)$ 、 $(0.1, 2.4, 0)$ 、 $(-0.1, 2.4, -\pi)$.

图 4(c) 所示冰壶初始滑行速度为 $(0.1, 2.4, 0)$, 其滑行轨迹为一条直线. 图 4(b) 为在该初始滑行速度下, 角速度为 π 的冰壶滑行轨迹出现卷曲, 说明旋转角速度是冰壶轨迹发生偏转的主要原因, 这与最初的分析基本一致. 图 4(a) 和 4(b) 所示冰壶仅在初始滑行速度上有不同, 结果显示二者在滑行轨迹上滑行距离相差较大, 偏移量相差较小, 与预期分析基本一致. 图 4(b) 和 4(d) 所示冰壶仅在初始滑行的方向以及旋转方向上有不同, 结果显示二者仅在滑行轨迹的偏移方向上有区别, 偏转方向与旋转方向相关, 与预期分析基本一致.

图 5(a), 图 5(b), 图 5(c), 图 5(d) 依次为相同初速度情况下使用 k 值分别为 0.08, 0.16, 0.24, 0.32 产生的轨迹. 通过对 k 值的不同取值发现 k 值是影响冰壶轨迹发生卷曲的重要因素之一, 当 k 值越大时, 冰壶的卷曲程度越明显^[23], 说明冰壶自旋是影响冰壶轨迹卷曲程度的重要因素, 这也验证了最初的分析.

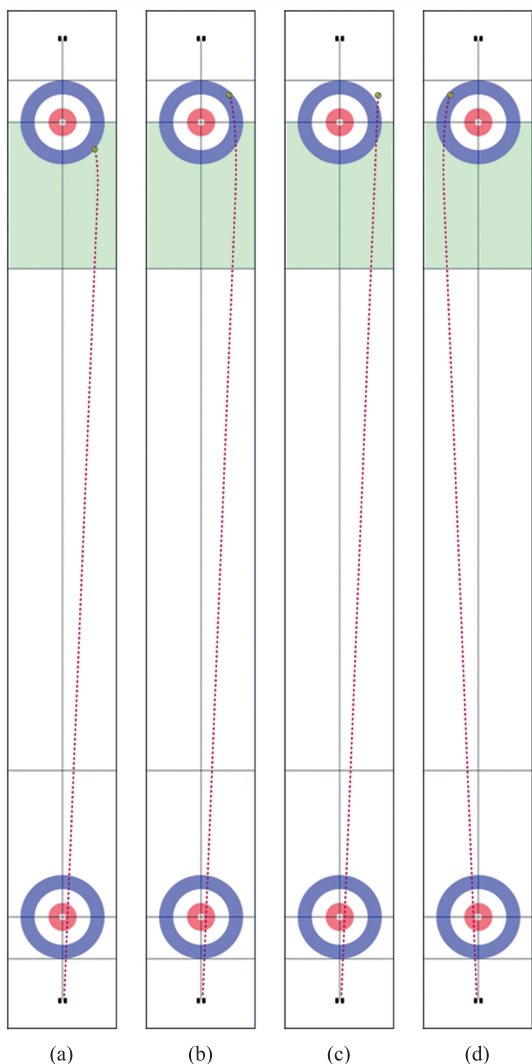


图 4 无碰撞冰壶滑行轨迹

Fig. 4 Collision-free glide trajectory

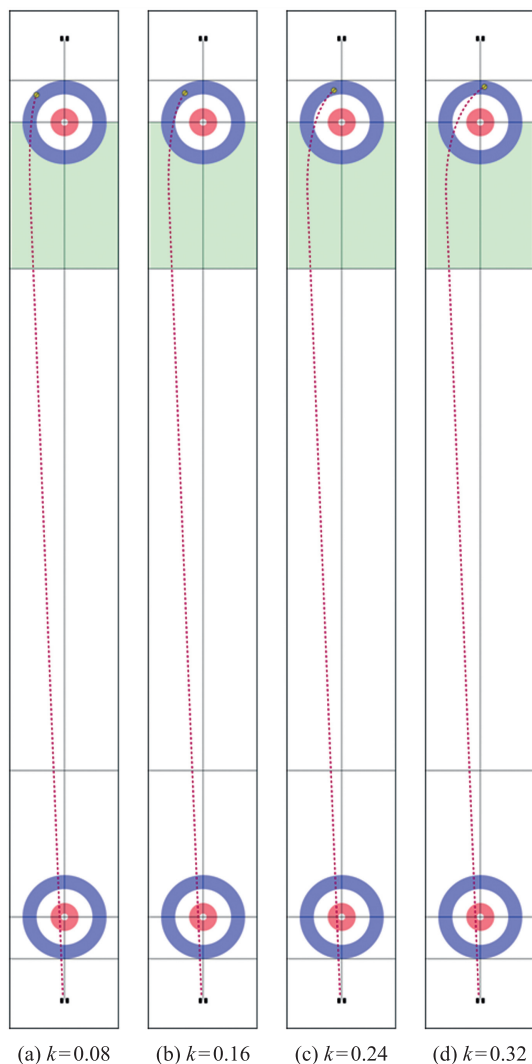


图 5 不同 k 值情况下的冰壶滑行轨迹

Fig. 5 Glide trajectory under different k values

3.2 带碰撞仿真结果分析

如图 6 所示是模拟器碰撞试验形成的轨迹和碰撞的场景,图中给出了发生碰撞的冰壶 a 的运动轨迹和碰撞过程,观察仿真结果可以发现,在没有经过碰撞的情况下,原本向右前方滑行的冰壶 a 在滑行速度较低时滑行轨迹发生了卷曲,滑行方向逐渐向旋转方向偏转,缓慢地由右前方转变为左前方. 之后与一个冰壶 b 发生碰撞,冰壶 b 被撞击并且朝着右前角沿直线滑行了一段距离,冰壶 a 被撞击后滑行方向发生了较大偏转并且朝着左前方滑行了一段距离,因为碰撞过后的冰壶 a 旋转速度较低并且还具有一定的滑行速度,所以冰壶 a 产生的运动轨迹仅仅发生了轻微的卷曲(如图 6 所示),最终冰壶 b 与冰壶 a 都停在大本营以外的位置. 通过整个滑行和碰撞过程可以发现碰撞前和碰撞后的仿真结果与本文所建立的模型基本一致,进一步证明了本文所述模型的有效性.

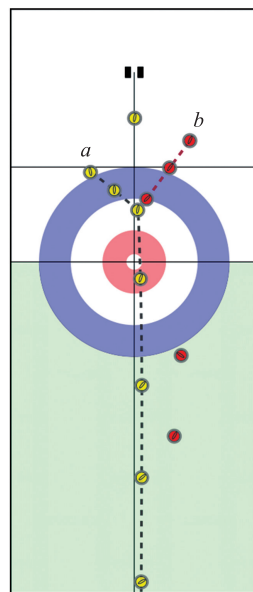


图 6 冰壶碰撞的过程

Fig. 6 The process of curling collision

4 结论

冰壶运动轨迹的影响因素众多,每一次真实情况下的投掷都不能完全复现,影响因素难以在仿真当中一一列举,只能通过主要的影响因素来对运动轨迹进行模拟.模拟过程中存在计算量大、冰壶之间碰撞产生的相互影响、参数众多等因素大大提高了仿真的难度,本文通过使用 Pymunk 物理引擎大大提高了仿真结果的有效性,在仿真过程中重点关注冰壶的受力状况,同时也提高了仿真的真实性.仿真对比实验表明,本文提出的仿真系统与预期的力学分析基本一致,并且相较于其他仿真系统,本系统完全按照冰壶场地相同的比例制作,在轨迹仿真基础上添加了冰壶间的碰撞、分数记录等功能,基本可以模拟真实情况下的冰壶运动项目.

然而本系统仍有缺陷,本文提出的冰壶系统还有以下几个方面有待改善:

(1)冰壶滑行初始速度慢,在利用 Pygame 进行渲染的情况下完成冰壶比赛的一次投掷仿真需要 30 s 左右的时间,无渲染的情况下则需要 0.1 s 左右的时间,可以考虑利用多进程的方法同时运行多个仿真程序以减少获取单次对局花费的平均时间.

(2)冰壶的运动过程具有随机性,冰壶在冰面运动的轨迹受到诸多因素的影响,至今仍难以通过计算完全准确预测冰壶在冰面的运动轨迹.本文仅考虑了主要因素,忽略一些会对冰壶运动轨迹产生微小影响的次要因素,如温度、运动员清扫冰面等,温度升高或降低会导致冰面摩擦力稍有变化,受已投冰壶滑行的影响,随着比赛进行,冰道中区部分的冰晶会慢慢减少使得中区部分往往比两侧部分的摩擦力更大,这也是影响冰壶滑行过程中所受摩擦力大小的因素之一.此外,运动员在进行抛投冰壶时与冰面的接触也会导致接触部分的摩擦力发生变化,这部分往往是比赛过程中也难以控制的部分,如果增加考虑这些更加随机的因素将使得仿真更加真实.

[参考文献] (References)

- [1] LIU G J, TANG X L, CHENG H D, et al. A novel approach for tracking high speed skaters in sports using a panning camera[J]. Pattern Recognition, 2009, 42(11): 2922–2935.
- [2] LIU G J, TANG X, HUANG J, et al. Hierarchical model-based human motion tracking via unscented kalman filter[C]//IEEE International Conference on Computer Vision. Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2007.
- [3] 陈海辉. 乒乓球反弹轨迹的计算机仿真研究[J]. 当代体育科技, 2019, 9(36): 21–22.
- [4] 宋昌江, 丛晓丹, 孙思文. 基于 Unity3D 的模拟滑雪机可视化系统设计与实现[J]. 自动化技术与应用, 2021, 40(3): 158–161.
- [5] 卓霖, 刘婷婷, 刘箴, 等. 疏散出口附近的人群踩踏仿真分析[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(11): 1–9.
- [6] 季云峰, 施之皓, 王朝立, 等. 基于视频识别的乒乓球发球裁判系统实验研究——针对抛球高度和抛球角度问题[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(10): 207–212, 246.
- [7] 李一澜, 高平, 石雷, 等. 优秀轮椅冰壶运动员体能与技战术特征研究[C]//第十二届全国体育科学大会. 日照: 武汉体育学院, 2022: 155–157.
- [8] 王学峰. 冰壶运动技术的数据采集与分析系统的研究与实现[D]. 成都: 电子科技大学, 2014.
- [9] WON D O, MÜLLER K R, LEE S W. An adaptive deep reinforcement learning framework enables curling robots with human-like performance in real-world conditions[J]. Science Robotics, 2020, 5(46): eabb9764.
- [10] 李丹丹, 姜宇, 金晶, 等. 基于数字冰壶系统的人工智能实验教学设计与实践[J]. 中国现代教育装备, 2022(7): 1–3.
- [11] ITO T, KITASEI Y. Proposal and implementation of “digital curling” [C]//2015 IEEE Conference on Computational Intelligence and Games. Taiwan, China: IEEE, 2015: 469–473.
- [12] 田雨, 许明. 无碰撞冰壶运动轨迹仿真系统的研制[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(3): 494–501.
- [13] SEMAGE B L, KARIMPANAL T G, RANA S, et al. Fast model-based policy search for universal policy networks[C]//2022 6th International Conference on Pattern Recognition. Mantreal, QC, Canada: IEEE, 2022.
- [14] IPE N K, CHATTERJEE S. An in-memory physics environment as a world model for robot motion planning [C]//Soft Computing: Theories and Applications. Singapore: Springer, 2022: 559–569.
- [15] HARDO G, NOKA M, BAKSHI S. Accurate segmentation of bacterial cells using synthetic training data[J]. BMC: Biology,

- 2022;453284.
- [16] HAMID A, MUSTOFA, ADITAMA D, et al. Simulating the COVID-19 epidemic event and its prevention measures using python programming[J]. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, 2022, 26(1): 278–288.
- [17] 杨玄烨. 基于 Python 的事件精灵组的特点及技术运用研究[J]. 电子元器件与信息技术, 2022, 6(2): 185–187.
- [18] SHEGELSKI M R. The motion of a curling rock: analytical approach[J]. Canadian Journal of Physics(S0008–4204), 2000, 78(9): 857–864.
- [19] MAENO N. Dynamics and curl ratio of a curling stone[J]. Sports Engineering, 2014, 17(1): 33–41.
- [20] 王震. 冰壶机器人视觉检测与跟踪系统研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.
- [21] 俸晟超, 袁晓毅, 徐欢腾. 冬奥项目知识——冰壶篇[J]. 青少年体育, 2018(12): 24–25.
- [22] 李永庆. 陆地冰壶运动价值及推广策略[J]. 体育科技文献通报, 2022, 30(3): 196–198.
- [23] 卢从飞, 陈亮. 竞技冰壶运动研究评述及启示[J]. 中国体育科技, 2022, 58(2): 3–9.

[责任编辑: 陈 庆]