

多孔介质传热传质分形理论初析^{*}

施明恒, 陈永平

(东南大学动力工程系, 南京, 210096)

[摘要] 对分形理论在多孔介质传热传质过程中的应用进行了初步的分析, 求出了基于分形理论的多孔介质固有渗透率和有效导热系数, 建立了多孔介质渗流与导热的分形模型.

[关键词] 多孔介质; 传热传质; 分形理论

[中图分类号]TK124; [文献标识码]A; [文章编号]1008-1925(2001)06-07

0 引言

多孔介质是由固体骨架和流体组成的一类复合介质, 它构成了地球生物圈的物质基础. 多孔介质传热传质在自然界和人类生产、生活中广泛存在. 它对国民经济的发展、科学技术的进步以及人民生活水平的提高具有重要的影响. 土壤中水、肥、污染物的吸收、保持和迁移过程的人工控制, 节水农业工程的实施, 地下岩层中石油、天然气和地下水资源的开采, 地热能的开发利用等, 都涉及到多孔介质中能量和物质的传输问题; 动植物中的生命过程也是在多孔介质中发生的传热传质和生化反应的复杂热物理过程; 与人民生活密切相关的农副产品、食品、建材和纺织品的干燥、建筑物的隔热保温也是典型的多孔介质传热传质过程; 现代铸造技术、燃烧技术、冷冻技术、催化反应技术和各类轻工技术的发展, 都与多孔介质传热传质过程密切相联. 因此, 研究多孔介质传热传质过程对于改造自然、造福人类都具有重大的经济和社会意义.

从学科发展的角度看, 多孔介质传热传质学已经渗透到许多学科和新技术领域, 包括能源、材料、环境科学、化学工程、仿生学、生物技术、医学和农业工程, 是形成新的交叉和边缘学科的一个潜在生长点. 因此, 多孔介质传热传质研究, 是一项具有重大学术价值、对学科发展和技术创新具有深远影响的研究课题, 已成为国内外工程热物理、地球和环境科学中最活跃的前沿研究领域之一.^[1,2]

以期以来, 人们对多孔介质中的传热传质过程进行了大量的理论和实验研究, 在理论模型和热质迁移机理方面已经发展了能量理论、液体扩散理论、毛细流动理论和蒸发冷凝理论等描述多孔介质中热质迁移过程的单一理论模型之后, Philip, DeVries, Luikov 又发展了多孔介质热质迁移的热力学理论和综合理论以及相应的数学描述, 对多孔介质传热传质的研究起到了重要的推动作用^[1].

但是, 由于多孔介质内部结构十分复杂, 一般是由大小颗粒、碎片或小组织聚集而成的结构, 没有特征尺度且极不规则, 其内部发生的热质传递过程与传统的均匀介质中发生的过程有很大的差异, 各类迁移参数随着实际多孔介质内部的几何结构的不规律性而出现容积范围内

* 收稿日期: 2000-12-20

基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(G200026303)

作者简介: 施明恒, 1939-, 东南大学动力工程系教授, 博士生导师, 主要从事传热传质、汽液两相流方面的研究.

的不均匀性和不确定性. 上述各种现有的多孔介质传热传质理论和模型, 都是直接或间接地把新研究的多孔介质看作是一种在大尺度上均匀分布的虚拟连续介质, 在研究中采用“容积平均”的基本方法, 即采用平均物性和空隙的平均几何分布来进行过程的研究. 显然, 这种“容积平均”的假设与实际多孔介质内部状态存在着很大的差异, 因此现有的理论只能近似地在大尺度范围内描述多孔介质中的传递过程而无法揭示局部和整体之间的本质联系, 所得结果与实际测量有较大的偏差. 受此限制, 多孔介质传热传质研究始终未能有突破性的发展. 为此, 迫切需要寻找一种描述多孔介质内部结构和迁移参数的新方法, 为多孔介质传热传质研究开辟一条新路.

1 多孔介质剖面的分形描述

分形是 1975 年由美国学者 Mandelbrot 首先提出的^[3]. 由于分形能反应自然界存在的大量非线性现象和几何形状的客观规律, 因此立刻引起了各国科学家的重视, 开始了大量的研究, 逐步形成了分形几何理论体系. 分形几何学是一门以非规则几何形状为研究对象的几何学, 它与传统的欧氏几何最大的差别在于空间维数的值域. 欧氏几何认为空间的维数是整数, 其描述的图形的边界都是规则的且可以用一定的解析式表示, 例如直线、平面、球或立方体等等. 但是, 自然界中大量物体的形状和结构, 如土壤、海岸线、多孔物料等, 它们在图形上是完全不规则的, 使它们的整体与局部都不能用传统的几何语言来描述, 其内部发生的过程则不能用简单的线性近似方法来认识和描述. 分形是直接从事非线性复杂系统本身入手, 从未经简化和抽象的研究对象本身去认识其内在的规律性, 这是分形理论和线性处理方法的本质区别. 分形几何突破了传统几何的局限, 认为分形物体的空间维数可以不是整数. 如果用数学表达式表示, 则有:

$$N(\delta) \sim \delta^{-d} \quad (1)$$

式中 N 是分形物体的空间占有积(线、面或体积), δ 是度量尺度, d 是分形维数. 它可以是整数也可以是非整数. 两物体只要满足分形维数相等, 那么这两个物体是自相似的.

分形可分为两类. 一类称为有规分形, 它是按一定的数学法则生成的, 具有严格的自相似性; 另一类是无规分形, 其自相似性并不严格, 只是在大范围内统计意义下的自相似性. 例如多孔介质, 其自相似性只有在一定尺度范围内才能成立, 且属于统计意义下的自相似性, 我们称它为局域分形.

分形理论为描述物体内部复杂结构和空间分布提供了一种新的行之有效的手段, 从而为精确研究复杂结构内部发生的各种物理化学过程开辟了一条新路. 下面将给出多孔介质剖面的简单分形描述.

图 1 给出了两种典型的多孔介质(土壤)剖面图. 由图可见, 对于每个局部区域来说, 多孔介质内部通道呈现出非规则性, 但是从较大范围来看, 其剖面骨架面积分布或孔隙分布又具有相似特征. 为了证明这一点, 下面采用分形理论来计算上述多孔介质剖面的面积分形维数. 在剖面图中, 取一微元剖面面积 S 为最小的度量尺度, 同时取剖面图中能够反映该多孔介质宏观传递特征的一最小面积元为分形计算的最大度量尺度 A . 对于在 $S \sim A$ 面积范围内的不同度量尺度 X , 如所测得的剖面固体相或孔隙的面积平均值 S 满足:

$$S(X) \sim X^{-d} \quad (2)$$

则该多孔介质剖面结构具有统计意义上的自相似性, 即剖面面积分布具有分形特征. 式(2)中

d 即为土壤剖面面积分形维数. 对应于图 1 的两种多孔介质剖面结构计算出的面积分形维数给出在图 2 上, 由图可见, 结构疏松, 孔隙度较大的多孔介质, 其剖面孔隙面积分形维数较大.

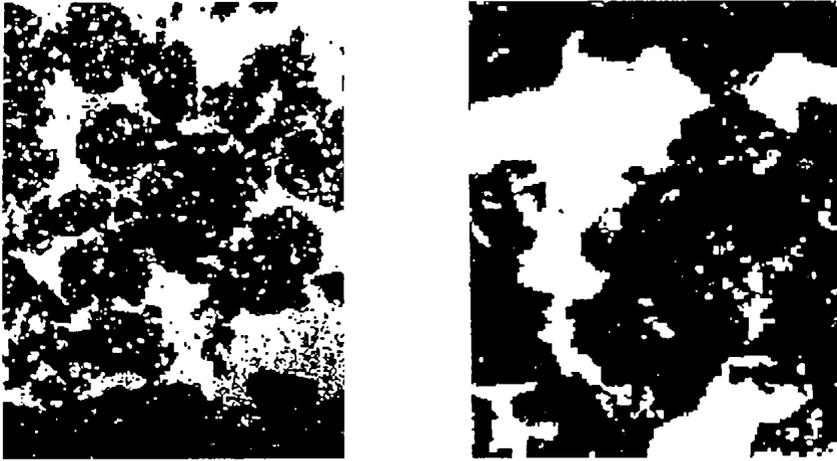


图 1 两种典型的多孔介质(土壤)的剖面图

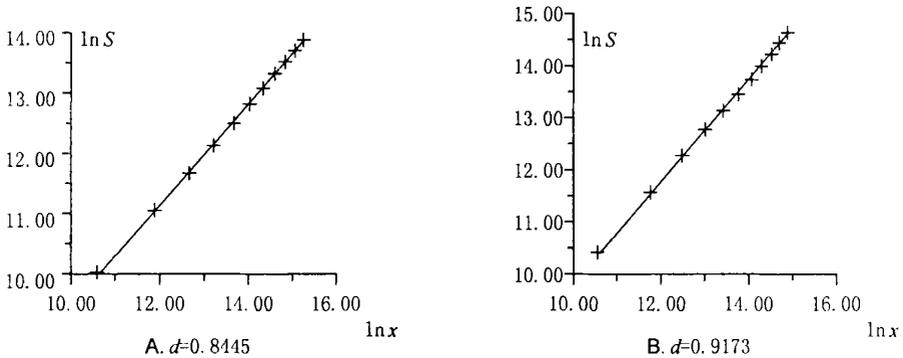


图 2 多孔介质剖面孔隙面积分布分形计算值图

上面给出的是以剖面面积定义的分形维数. 描述多孔介质内部构造和通透性还可以采用其它方法定义的分形维数, 例如按照组成多孔介质的颗粒粒度和孔隙分布定义的分形维数, 它在描述多孔聚集体形成规律上有特殊的用途.

此外, 在研究作随机行走的粒子统计性质及多孔介质内部的运输规律时, 需要引入另一个分形维数——谱维数. 谱维数与多孔介质中孔隙的通透性或连通性有着密切的关系. 谱维数 d_s 的定义为: 如果在随机行走中粒子经过的时间间隔 t 以后(或行走步数 n), 能够访问的不同孔隙节点或通过的格子数 P 能够满足:

$$P \propto t^{d_s/2} \tag{3}$$

则 d_s 就定义为谱维数. 所谓随机行走是指每经过一个离散的时间 t , 粒子就在多孔介质划好的网格上行走一步. 因此, 研究谱维数时的分形结构是由格子组成的分形结构, 在空间和时间上是离散的.

图 3 给出了一个简化的粒子在多孔介质剖面孔隙中随机行走的模型^[8]. 粒子可随机地向周围任一方向移动, 每行走一步, 运动步数 n 加 1, 同时判断粒子是否是第一次到达该节点(格

子). 若是第一次到达, 则访问节点数 p 加 1; 若非第一次到达, 则不加. 重复多次行走可得到多组 p, n 的值. 取对数后若能进行直线拟合, 则认为该多孔通道存在着谱维数. 由拟合后的直线斜率就可从式(3) 求出谱维数 d_s .

2 多孔介质内部流体渗流的分形模型

流体在多孔介质中的流动是一种在随机介质中的运动, 称为渗流. Darcy 早在 1856 年的实验中发现^[3], 在竖立的匀

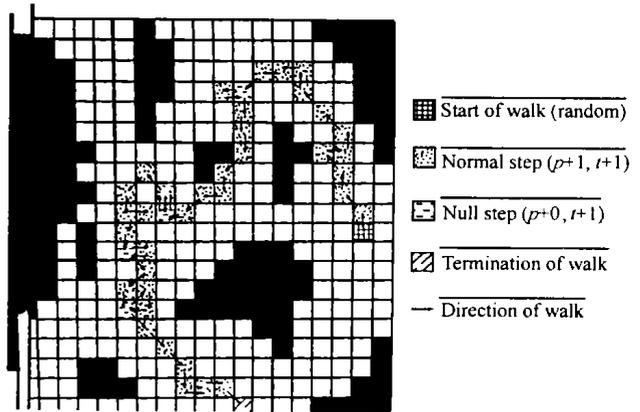


图 3 一个简化的粒子在多孔介质剖面孔隙中随机行走模型

质砂柱中的饱和水流的质量流速与水头差成正比. 石从而导出了著名的达西定律. 之后, 无论是多孔介质中的饱和渗流还是非饱和渗流, 都以 Darcy 这个宏观经验定律为基础, 展开了广泛的研究并取得了很大的进展. 但是正如本文一开始就提出的那样, Darcy 定律是建立在均匀多孔介质的基础上的, 即使以后有所发展, 也是把非均匀多孔介质近似的以当量均匀多孔介质来进行描述, 用容积平均的渗透率来计算渗流量. 它无法真实的揭示实际多孔介质内部不均匀性和规则的复杂结构对渗流的影响.

多孔介质的固有渗透率, 仅受多孔介质结构特性的影响, 是一个仅反映流体在多孔介质中渗流运动本质的特性参数. 前人对固有渗透率已进行了许多研究与测定. 泰勒的研究^[4]指出: 固有渗透率与构成多孔介质的颗粒粒径、孔隙率这两个主要几何特性有关. 作者进一步分析认为: 固有渗透率还应与多孔介质内部通道的连通性有关. 因为即使两类多孔介质的粒径、孔隙率相同, 如果其通道的连通性不同(即存在着闭孔和盲道), 它们的渗透率也完全不同. 因此, 本文认为, 均匀多孔介质的粒径、孔隙率和通道的连通性是影响多孔介质固有渗透率的三个主要因素, 而对于实际非均匀的多孔介质, 影响其固有渗透率的主要因素变为粒径分布、孔隙率分布和通道的连通性.

利用分形理论, 可以获得多孔介质粒径分布, 孔隙率和连通性的分形表达式, 从而使固有渗透率和多孔介质复杂的几何结构之间建立起有机的联系.

下面首先推导多孔介质颗粒粒径分布的分形表达式.

对于具有分形结构的多孔介质, 设 $M(R)$ 为直径小于 R 的颗粒质量, M 为多孔介质总质量, 则直径小于 R 的颗粒质量百分数为:

$$N(R) = \frac{M(R)}{M} = aR^b \quad (4)$$

式中 b 为颗粒粒径分布的分形维数, a 为比例系数.

颗粒粒径分布的均方值为:

$$\overline{R^2} = \int_0^{R_{\max}} R^2 dN = ab \frac{R_{\max}^{2+b}}{2+b} \quad (5)$$

上式为用最大颗粒粒径表示的颗粒粒径均方值的分形表达式.

可以进一步认为具有分形结构的多孔介质其内部孔隙分布也一定具有分形特征. 孔隙分

布的分形表达式类似于前述多孔介质剖面面积分形维数表达式的推导过程. 假定面孔隙率等于体孔隙率, 则剖面孔隙相的面积分形表达式为:

$$S(X) = CX^{d_p} \tag{6}$$

由此孔隙率分布的分形表达式为:

$$\epsilon = 1 - \left(\frac{X - S}{X}\right)^{3/2} = 1 - (1 - CX^{d_p-1})^{3/2} \tag{7}$$

式中 X 为面积度量尺度, 在实际计算中可取最佳度量尺度^[7].

流体在渗流过程中经过时间 t 能够到达的区域为 $P(t)$, 其分形的定义式应为:

$$P(t) = C(r^2)^{d_p} = Ft^{d_s/2}$$

则

$$r^2 = (F/C)^{-d_p} t^{(d_s/2)d_p}$$

由于 r^2/t 是单位时间流体可以占领的渗透区, 它表征了多孔介质孔隙的通透能力. 其分形表达式为:

$$r^2/t = B^{2/d_s} r^{2\left(1 - \frac{d_m}{d_s}\right)} \tag{8}$$

式中 $d_m = 2d_p$.

Taylor 在不考虑土壤通道的通透性的前提下, 导出了各相同性均质土壤的固有渗透率与土壤平均颗粒粒径平方以及孔隙率函数 $\epsilon^3/(1 - \epsilon^2)$ 成正比的结果^[4]. 本文将在上述分析的基础上, 利用分形理论, 计及实际多孔介质粒径的分布和孔隙率分布, 进一步考虑多孔通道通透性对固有渗透率的影响, 提出固有渗透率的下列分形表达式:

$$\begin{aligned} K &= AR^2 \frac{\epsilon^3}{(1 - \epsilon)^2} \frac{r^2}{t} \\ &= A(F/C)^{2/d_s} r^{2\left(1 - \frac{d_m}{d_s}\right)} \frac{(R_{\max}^{2+b})b}{2+b} \frac{[1 - m(1 - CX^{(d_p-1)})^{3/2}]^3}{m^2(1 - CX^{(d_p-1)})^3} \end{aligned} \tag{9}$$

式中 A 为比例系数, F, C 为计算谱维数和剖面面积分维数时给出的常数.

多孔介质单位面积渗流流量应遵循 Darcy 宏观经验定律, 即:

$$v = K \frac{\rho g}{\mu} \text{grad } h \tag{10}$$

此式即为本文导出的多孔介质渗流流量表达式, 与现有对均质多孔介质或容积平均多孔介质渗流流量计算式的不同点在于上式中的固有渗透率是考虑了多孔介质内部的不均匀结构后基于分形理论推导出来的, 在多孔介质质量传递与多孔介质内部结构之间建立了有机联系.

3 多孔介质内部热量传递的分形模型

多孔介质中热量传递是一个复杂的过程. 热量既可以通过复杂的固体骨架进行传导, 也可以通过孔隙中的流体流动和流体的导热进行传递. 如果固体骨架与流体之间存在温差, 则它们之间还有导热和对流. 一般说来, 多孔介质内部的渗流是一个缓慢的过程(特别是对非饱和介质), 作为近似分析, 可以假设固体骨架和流体之间有热平衡. 此外通过流体的热量迁移也可以假定是通过多孔介质孔隙中的气液两相混合物的当量传导进行的. 通过上述简化后, 多孔介质中的热量传递过程可看作是通过固体骨架和孔隙流体的一组并联热传导过程.

前人曾对多孔介质中的导热过程进行过许多研究, 但是由于无法正确的描述内部多孔复杂结构, 因此只对各相均匀排列, 由相同大小颗粒组成的多孔介质进行过理论推算; 或者对不规则结构的多孔介质按容积平均的孔隙率计算平均固体骨架和流体份额, 然后进行导热计算,

造成计算结果误差较大. 分形理论的引入, 使我们有可能对实际多孔复杂结果进行考虑, 即把容积平均的当量导热系数改造成与内部形状直接联系起来的分形导热系数, 从而较真实地反映多孔介质内部的导热过程.

为了推导多孔介质的分形导热系数, 首先来计算多孔介质固相占有率的分形表达式.

对于一定孔隙率的多孔分形介质, 其截面固相面积满足 $S(X) = CX^d$ 则单位体积中固相占有份额为:

$$U = \left(\frac{S}{X}\right)^{3/2} = C^{3/2} X^{3(d-1)/2} \quad (11)$$

作为近似, 多孔介质内的导热通道被简化成通过气隙(气液混合相)和固相的串并联通道, 其热阻网络如图4所示. 通过多孔介质的总热阻为:

$$R = \frac{\lambda(1 - U^{1/3}) + \lambda_g U^{1/3}}{\lambda_g \lambda (1 - U^{1/3} + U) + \lambda_g^2 (U^{1/3} - U)}$$

最后得多孔介质的有效导热系数为:

$$\lambda = \frac{1}{R} = \frac{\lambda_g \lambda (1 - C^{1/2} X^{(d-1)/2} + C^{3/2} X^{3(d-1)/2}) + \lambda_g^2 (C^{1/2} X^{(d-1)/2} - C^{3/2} X^{3(d-1)/2})}{\lambda (1 - C^{1/2} X^{(d-1)/2}) + \lambda_g (C^{1/2} X^{(d-1)/2})} \quad (12)$$

式中 λ_g, λ 分别为多孔介质气液混合相和固相导热系数.

式(12)是根据分形理论导出的考虑多孔介质内部几何结构特征的有效导热系数计算公式, 由它计算出的导热系数值比通常的容积平均计算公式更接近实际情况.

一般地说, 多孔介质中热量的传递在不考虑辐射的状态下, 对于未饱和多孔介质和饱和多孔介质来说有较大的差别, 前者主要是导热为主. 当内部液态介质有相变时(如干燥和冻结), 则导热量主要消耗在介质内部的相变上. 后者除了导热以外, 还有流体在多孔介质孔隙通道中的渗流对流换热. 通过单位多孔介质表面的热流密度可分别表示为

$$q_1 = \lambda \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{纯导热})$$

$$q_2 = \lambda \frac{\partial}{\partial x} + Ur \quad (\text{导热} + \text{内部相变})$$

$$q_3 = \lambda \frac{\partial}{\partial x} + h_e(t_s - t_f) \quad (\text{导热} + \text{渗流换热})$$

式中 h_e 为分形渗流换热系数, 将在另外的文章中进行分析和研究.

4 结束语

本文对分形理论在多孔介质传热传质过程中的应用进行了初步的分析, 求出了基于分形理论的多孔介质固有渗透率和有效导热系数. 在此基础上, 建立了多孔介质渗流与导热的分形模型. 虽然本文的模型还是一种建立在分形参数上的当量传热模型, 但本文的工作为进一步深入研究复杂的传热传质过程开辟了一条新路.

[参考文献]

- [1] 林瑞泰. 多孔介质传热传质引论[M]. 北京: 科学出版社, 1995
- [2] 施明恒. 多孔介质传热传质的进展和展望[M]. 中国科学基金, 1995
- [3] 张济中. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995

- [4] Taylor D W. Fundamentals of Soil Mechanics[M]. John Wiley & sons, Inc, 1948
- [5] 黑龙江省土壤普查办公室. 黑龙江土壤[M]. 北京: 农业出版社, 1992
- [6] 江苏省土壤普查办公室. 江苏土壤[M]. 北京: 农业出版社, 1995
- [7] 陈永平, 施明恒. 基于分形理论的多孔介质导热系数的研究[J]. 工程热物理学报, 1999, 20(5): 605 ~ 612
- [8] 陈永平, 施明恒. 基于分形理论的多孔介质渗透率的研究[A]. 中国工程热物理学会传热传质学术会议论文集[C]. 苏州: 1999

The Fractal Theory of Heat and Mass Transfer in Porous Material

Shi Mingheng, Chen Yongpin

(Power Engineering Department of Southeast University, Nanjing, 210096, PRC)

Abstract: This paper makes a preliminary analysis about the fractal theory used in heat and mass transfer in porous material; the calculating equations of infiltration rate and effective heat conductivity coefficient based on the theory are obtained and the fractal model of infiltration and heat conduction in porous material is established.

Key words: porous material; heat and mass transfer; fractal theory

[责任编辑: 刘健]

(上接第 5 页)

[参考文献]

- [1] 王树青, 元英进. 生化过程自动化技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 1999
- [2] 王树青. 生化反应过程模型化及计算机控制[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1998
- [3] 王树青. 发酵过程控制的新进展[J]. 化工自动化及仪表, 1995, 22(4): 3 ~ 10

Computer Integrated Control of Antibiotic Production Process

Wang Shuqing, Zhang Quanling, Chen Qi

(State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: The research on integrated control of antibiotic production process involves manipulating the information about production process, market information, management information and experimental data. The key subjects of computer integrated control are discussed, including data reconciliation, data mining, optimal control and optimal management to improve antibiotic production and fermentation process.

Key words: antibiotic process; computer integrated control; integrated management control

[责任编辑: 刘健]