

# 随机模型预测潜水位动态变化的方法<sup>\*</sup>

陈锁忠<sup>1</sup>, 陶芸<sup>2</sup>, 杨旭<sup>1</sup>

(1. 南京师范大学地理信息科学江苏省重点实验室, 210097, 南京; 2. 江苏省地质调查研究院, 210018, 南京)

[摘要] 大气水、地表水和地中水在地球表层不断转化的机理研究一直是水循环和水均衡研究的主要内容。针对地下水资源评价中的关键问题之一——大气水和地下水之间的转化, 利用泊松模型讨论了包气带中水分垂直运移的机理以及潜水位动态变化预测方法, 并计算了地形坡度很小平原地区的潜水位, 以及预测潜水位动态变化, 模拟结果与实际监测资料相吻合。

[关键词] 潜水位, 动态预测模型, 方法研究, 平原地区

[中图分类号] TV211.1; [文献标识码] B; [文章编号] 1672-1292(2002)01-0075-06

## 0 引言

在水循环过程中, 大气水、地表水、地中水(土壤水和地下水的合称——Subsurface Water)在地球表层不断地聚散和相互转化。从国际水文10年(IHD, 1964~1974年)到国际水文计划(IHP, 1975年至今的各阶段), 水循环与水平衡一直是主题, 都包含水的转化问题<sup>[1]</sup>。在国内, 特别是水资源评价、开发及管理的研究, 均涉及“三水”转化这一理论的研究。其中, 大气水和地下水之间的转化, 是地下水资源评价过程中的关键问题, 尤其是在平原地区第四系松散层的地下水资源评价过程中对大气降水与地下水之间水分转化规律的认识, 不仅是地下水资源合理开发利用的理论根据, 而且对地质环境的保护具有深远的意义和应用价值, 是当前水文地质学研究的前沿问题之一。

从70年代以来, 地下水资源评价由解析解逐渐发展为数值解, 由二维平面渗透模型发展成三维渗流模型。第四系松散岩类地区, 三维地下水流透流模型是从地下水流动系统观点出发, 将含水层、弱透水层作为同一个含水层, 既有水平方向的径流, 又有考虑垂直方向渗流。虽然三维渗流模型的上边界比较明确, 即地表水体和降雨入渗补给边界以及潜水蒸发排泄边界, 但是, 由于降雨补给地下水是通过非饱和带(包气带)的垂向水分运移实现的, 影响因素较多, 导致降雨入渗补给量计算极其复杂<sup>[5]</sup>。然而在年降雨量丰沛的平原地区(如长江三角洲平原), 降雨是地下水的主要补给来源, 若降雨补给潜水处理不当, 则会导致地下水资源评价模型失真。降雨入渗的直接效应是引起潜水位升高, 然后通过水力传导补给深层地下水, 形成深层地下水的补给资源。因此, 对降雨入渗引起潜水位变化的预测将是地下水资源评价过程中的关键问题之一。

## 1 降雨补给潜水物理模型构建及其原理

在地形坡度很小的平原地区, 若无人工开采, 则大气降雨、潜水蒸发是潜水位上升与消退的主要因素, 且降雨入参与潜水蒸发对潜水位的影响是通过非饱和带(包气带)的垂向水分运移实现的。将地面至地下水面间的包气带分为若干个假象薄层, 每层看作一个蓄水体, 则可用这组蓄水体的串联模型来表达地面和地下水面之间的土壤水分传递作用<sup>[2, 7, 9]</sup>(图1)。

\* 收稿日期: 2001-9-26。

作者简介: 陈锁忠, 1965-, 南京师范大学地理信息科学江苏省重点实验室水文地质工程地质专业高级工程师, 地理信息系统专业博士研究生, 从事科学计算可视化和水文地质工程地质研究工作。

包气带某蓄水体的一个水质点,下一时刻继续留在这一蓄水体还是转移至下一蓄水体,可以看作是随机事件,留在原处的概率和转移到下一蓄水体的概率之和为 1. 从这个基本概念出发,可以从地面到地下水面间的包气带视作一种系统,地面的降雨供水和蒸发引起的失水看作是对该系统的输入. 由此而引起的潜水位动态变化为系统的输出,从而建立起单位降雨或蒸发引起潜水位动态变化过程的系统响应函数,而实际潜水位变化可以通过地面的实际降雨及蒸发过程与响应函数的褶合积分<sup>[4]</sup>来推求.

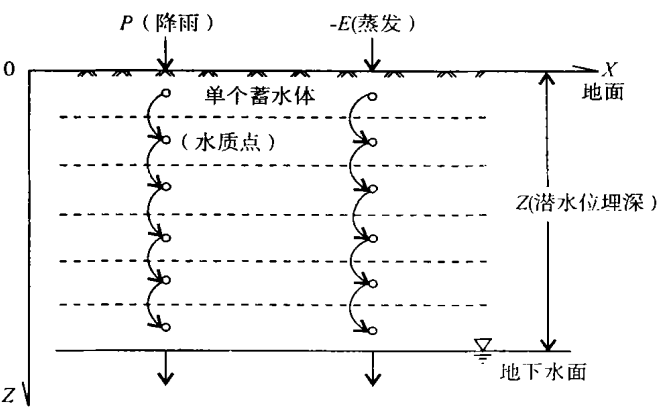


图 1 包气带蓄水体串联模型

分析上述系统输入(降雨与蒸发)的物理过程,可以假设它是一瞬时脉冲标准( $\delta(t)$ )函数. 令  $Z(t)$  表示潜水位埋深的时间过程( $Z$ 轴以地面为原点,垂直向下为正,如图 1),设  $f(z, t)$  为潜水位埋深对单位瞬时脉冲入渗 $[P = \delta(t)]$ 的响应函数,  $g(z, t)$  为潜水位埋深对单位瞬时脉冲蒸发 $[E = \delta(t)]$ 的响应函数,如图 2 所示<sup>[8]</sup>,则潜水位埋深变化可表达为:

$$dz(t)/dt = - f(z, t)$$

(1)

或

$$z(t) = z(0) + \int_0^t f(z, \tau) d\tau$$

(2)

以及

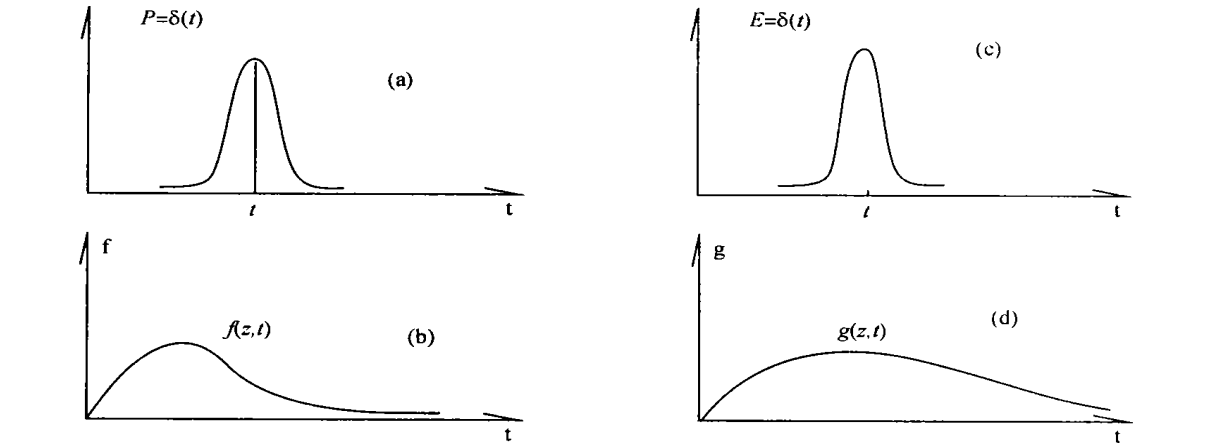
$$dz(t)/d(t) = g(z, t)$$

(3)

或

$$z(t) = z(0) + \int_0^t g(z, \tau) d\tau$$

(4)



根据 I. F 康特( konter), 图中(b)是(a)的响应、(d)是(c)的响应  
图 2 单位瞬时脉冲入渗与蒸发响应函数曲线图

## 2 降雨补给潜水随机数学模型的建立

地面至地下水面间的土柱为一水分运移的连续介质, 通过该介质传递降雨和蒸发输入是连续发生的, 从而潜水位埋深随时间的变化也是连续的. 但是, 对潜水位埋深的观测时间是离散的. 例如: 5 日 1 次或每月 1 次等. 因此, 潜水位埋深资料往往是离散采样序列( $z_0, z_1, z_2, \dots, z_i \dots$ ), 与其对应的时刻为  $t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, i\Delta t, \dots(\Delta t$  为观测时段长度). 鉴于潜水位埋深随时间变化的连续性以及水位埋深观测资料的

离散性,包气带垂向水分运移系统的响应函数为状态连续时间离散函数,即:

入渗:  $f_0(z), f_1(z), \dots, f_i(z), \dots$

蒸发:  $g_0(z), g_1(z), \dots, g_i(z), \dots$

潜水位埋深对单位入渗和蒸发的响应分别为:

$$Z_{i+1} - Z_i = -f_i(z) \text{ 和 } Z_{i+1} - Z_i = g_i(z) \quad (5)$$

$$\text{或 } Z_i = Z_0 - \sum_{k=0}^i f_k(z) \text{ 和 } Z_i = Z_0 + \sum_{k=0}^i g_k(z). \quad (6)$$

假设水分运移土柱为均一连续体,在  $Z=0$  处的水质点可以前进至土柱底部,而流出土柱进入地下水面的概率为  $q$ ,留在土柱内概率为  $1-q$ ,若这样的转移发生  $N$  次,则可得下二项分布为<sup>[3]</sup>:

$$h(\zeta = k) = \begin{bmatrix} N \\ K \end{bmatrix} \cdot q^k (1-q)^{(n-k)} \quad (7)$$

上式中  $k=0, 1, 2, \dots, N$ ,  $k$  为时段数,当  $N \rightarrow \infty, N \cdot q$  为常数,即  $N \cdot q = \lambda > 0$  时,则得泊松(Poisson)分布:

$$h_i(\lambda) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda} \quad (8)$$

上式中( $i=0, 1, 2, \dots$ ),“ $\lambda$ ”为水质点流出土柱的平均时段数,是潜水位埋深的函数( $\lambda = f(z)$ ).如果水流运移的平均速率为  $V$ ,平均传播时间为  $t$ ,则:

$$t = \frac{Z}{V} \quad (9)$$

$$\lambda = \frac{t}{\Delta t} = \frac{Z}{V} \cdot \Delta t. \quad (10)$$

所以,(10)式是单位降雨或蒸发输入引起潜水位动态变化过程的系统响应函数.

### 3 确立潜水位动态变化预测模型

以上推导了状态连续时间离散条件下的潜水位动态变化过程系统的泊松响应函数,而系统的输出——实际潜水位埋深变化( $\Delta z$ )可由地表的实际降雨及蒸发输入过程与响应函数的褶合求和推得<sup>[4]</sup>.即

$$\Delta Z_i = Z_{i+1} - Z_i = -\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\infty} P_{i-k} f_k(z) + \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\infty} E_{i-k} g_k(z). \quad (11)$$

如果  $f_i(z)$  和  $g_i(z)$  相同,也就是将蒸发看作是负的入渗,都是一种扰动(激励),且服从相同的传播规律,则响应函数  $h_i(z)$  满足下列条件:

$$h_i(z) = f_i(z) = g_i(z) \quad (12)$$

在上述条件的基础上,用蒸发和入渗(降雨)之差作为系统的输入,那么,上式可以化为:

$$\Delta Z_i = Z_{i+1} - Z_i = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\infty} [E_{i-k} - P_{i-k}] \cdot h_k(z). \quad (13)$$

式中:  $n$  —— 蓄水土层的孔隙率;  $E$  —— 蒸发输入;  $P$  —— 降雨输入;  $h(z)$  —— 泊松响应函数.

## 4 应用实例

### 4.1 实例一

根据以上状态连续时间离散的泊松模型,对江苏省苏州市斜塘镇 0160 号井的月水位进行了预报.该井处于长江三角洲平原内,周围地形平坦,潜水水力坡度小于万分之一,地区退流量很小,且无人工开采,属典型的入渗——蒸发垂向交替型补排系统.根据 1992~2000 年的平均月水位变化的年过程及月降水和月蒸发值的年过程资料统计,该地平均年降雨量  $P$  为 1200 mm 士,平均年蒸发皿蒸发量  $\bar{E}_0$  为

1500 mm 土. 若多年平均蒸发量  $E$  等于多年平均降水量  $P$ , 于是得平均年蒸发量  $\overline{E}$  为 1200 mm 土. 取  $\overline{E}_0$  和  $\overline{E}$  的比值作为每月蒸发皿蒸发值和实际蒸发值  $E$  的修正系数, 即实际蒸发值为:

$$E = E_0 \cdot \frac{\overline{E}}{\overline{E}_0} = 1200/1500 \times E_0 = 0.8E_0$$

作  $E(t) - p(t)$  的过程及地下水位过程曲线(图 3、图 4), 两曲线对比估测, 正负输入叠加作用对地下水位脉冲响应的平均延迟时间为 6 d, 即  $t = 6\text{d} = 0.2$  月. 按 0160 号井的 1999 ~ 2000 年水位动态观测资料, 采样间隔即计算时段长度面  $\Delta t$  为 1 月, 于是

$$\lambda = \frac{t}{\Delta t} = \frac{0.2}{1} = 0.2.$$

据水位资料统计, 平均地下水位埋深  $Z$  为 1.28m, 则平均传播速率  $V$  为:

$$V = \frac{Z}{t} = \frac{1.28}{6} = 0.2133\text{ m/d}$$

扩散系数为:

$$D = \frac{\overline{V^2}}{2 \cdot \Delta t} = 0.1365\text{ m}^2/\text{d}$$

由公式  $h_i(\lambda) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$  计算泊松响应函数, 计算值取 5 位有效, 则计算结果见表 1.

该地包气带岩性为孔隙度 0.49 的粉质粘土及亚砂上, 据 1999—2000 年每月实测降水与潜水蒸发值修正值计算  $E_i - P_i$ , 利用 (13) 式将  $E_i - P_i$  计算值与响应函数  $h_k(z)$  褶合积分, 得潜水位埋深变化过程数据(如表 2 所示), 并作潜水位过程预报曲线(如图 3 所示).

表 2 潜水位埋深变化过程对比表

月 份	1999 年		2000 年	
	实测水位 埋深/m	预测水位 埋深/m	实测水位 埋深/m	预测水位 埋深/m
1	1.30		1.20	1.16
2	1.25	1.26	1.15	1.10
3	1.25	1.18	1.30	1.17
4	1.10	1.08	1.20	1.07
5	1.00	0.90	1.15	1.00
6	1.35	1.21	1.05	0.90
7	1.65	1.46	1.27	1.28
8	1.45	1.37	1.45	1.62
9	1.30	1.36	1.45	1.44
10	1.30	1.25	1.40	1.36
11	1.15	1.23	1.48	1.57
12	1.15	1.14	1.35	1.45

表 1 泊松离散响应函数计算成果表

$I$	0	1	2	3	4
$h_i$	0.81873	0.16375	0.01638	0.00109	0.0006

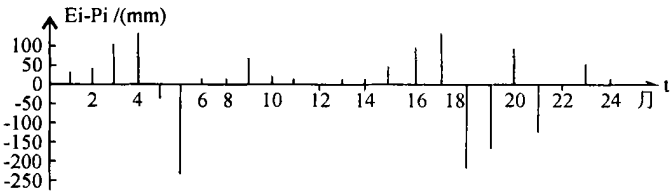


图 3  $E(t) - P(t)$  年过程变化图

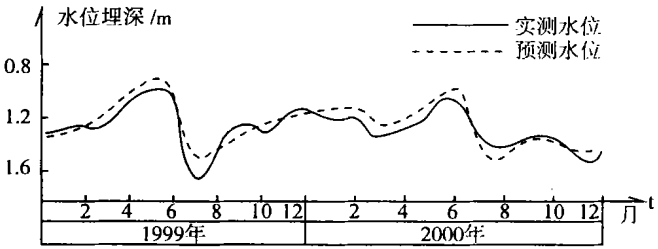


图 4 0160 号潜水位监测井地下水位实测和预报过程曲线图

4.2 实例二

江苏省沛县敬安集 0560 号井, 处于淮北黄河冲积平原内. 根据历史资料统计, 多年平均年降雨量  $P$  为 520 mm, 多年平均年蒸发皿蒸发值  $\overline{E}_0 = 851\text{ mm}$ . 该地区潜水的径流量很小, 忽略不计. 假定多年平均年蒸发量  $E$  等于多年平均年降雨量  $P$ , 于是得到平均年蒸发量为 520 mm, 则实际蒸发值为:

$$E = E_0 \cdot \frac{E}{\overline{E}_0} = \frac{520}{851} \quad E_0 = 0.61E_0.$$

根据 1999 ~ 2000 年的实测蒸发皿蒸发量和降水量, 计算  $E_i - P_i$ , 其中降雪的量移至融雪期计算. 作  $E(t) - p(t)$  的过程及地下水位过程曲线(图 5、图 6), 两曲线对比估测, 正负输入叠加作用对地下水

位脉冲响应的平均延迟时间为 18 d, 即  $t = 18 \text{ d} = 0.6$  月. 按 0870 号井的 1999 ~ 2000 年水位动态观测资料, 采样间隔即计算时段长度面  $\Delta t$  为 1 月, 于是

$$\lambda = \frac{t}{\Delta t} = \frac{0.6}{1} = 0.6.$$

据水位资料统计, 平均地下水埋深  $Z$  为 2.00 m, 则平均传播速率  $V$  为:

$$V = \frac{Z}{t} = \frac{2.00}{6} = 0.111 \text{ m/d}$$

扩散系数  $D$  为:

$$D = \frac{\bar{V}^2}{2 \cdot \Delta t} = 0.1848 \text{ m}^2/\text{d}$$

由公式  $h_i(\lambda) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$  计算泊松响应函数, 计算值取 5 位有效数字, 则计算结果见表 3.

由  $E_i - P_i$  过程与核函数褶合积分, 得地下水的补给过程, 并与实测地下水位过程比较(图 6). 其中根据该地区钻井资料, 土壤为粉砂质粘土, 孔隙度  $n$  取 0.21.

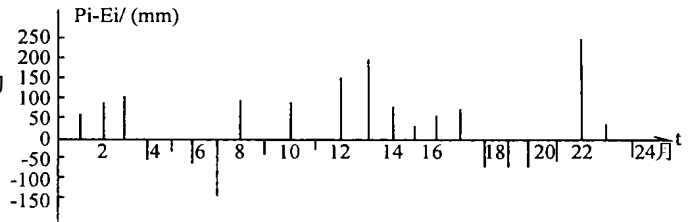


图 5  $E(t) - P(t)$  年过程变化图

表 3 泊松离散响应函数计算成果表

$i$	0	1	2	3	4	5	6
$h_i$	0.54881	0.32929	0.09878	0.01976	0.00296	0.00035	0.00003

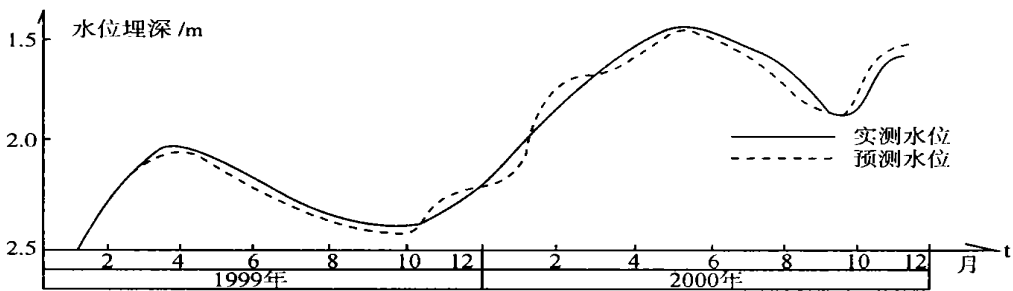


图 6 0560 号潜水监测井地下水位实测和预报过程曲线图

由实例 1 的图 4 和实例 2 的图 6 可见, 尽管该模型对传播时间用常数, 不考虑潜水位埋深对响应函数的影响和入参与蒸发的响应函数相同等假设, 其拟合程度仍是相当好的. 所以, 我们认为泊松模型在水动态预测中具有应用价值.

在上述计算过程中, 我们忽略了降雨产流量计算问题. 此外利用固定系数乘皿蒸发值作为实际蒸发量也过于粗糙, 但由于这些问题都属于如何正确决定地表输入值, 与泊松随机模型的自身运算没有关系, 从而并不影响泊松模型的应用价值.

## 5 结语

以上我们提出了泊松模型预测潜水位动态变化的方法, 该方法是将地面至地下水水面间的包气带看作一种系统, 泊松分布函数  $h(\lambda) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$  为系统的响应函数(或核函数), 地面的降雨供水和蒸发引起的失水看作是系统的输入, 前两者褶合求和输出潜水位动态变化. 泊松分布函数是离散型随机分布函数, 它和时间离散——状态连续的潜水位观测资料的分布性质相一致, 另一方面, 将包气带划分为若干个假想薄层(蓄水体), 水质点于各蓄水体中的运移服从泊松分布规律. 为此, 该系统的输入和水质点在包气带中的运移具有相同的传播规律, 从而系统的输出(潜水位动态)能较真实地反映实际情况.

泊松模型预测潜水位动态变化能较正确地处理大气降水、潜水蒸发过程与潜水位过程之间的关系. 该方法简便实用, 只需已知大气降雨、潜水蒸发过程和当地包气带岩性资料, 就可推得潜水位过程, 它在地面坡降很小, 包气带的水分运移后入渗——蒸发型的平原地区具有推广价值.

## [参考文献]

- [1] 陈述彭. 地球系统科学(中国进展·世纪展望)[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1998, 868~ 870.
- [2] 朱学愚. 地下水资源评价[M]. 南京: 南京大学出版社, 1987.
- [3] 浙江大学数学系高等数学教研组. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979.
- [4] 东南大学数学教研组. 积分变换[M]. 北京: 高等教育出版社, 1978.
- [5] 张平, 李日运. 降雨入渗补给地下水的影响因素[J]. 辽宁大学学报, 1999, (2): 118~ 122.
- [6] 肖起模. 降水入渗补给系数与地层的相关性分析与应用[J]. 水利学报, 1998, (10): 32~ 35.
- [7] 杨建华, 李宝庆. GSPAC(地下水含水层—土壤—植物—大气连续体)系统及其水分转化研究[J]. 地理科学进展, 1997(增刊), 21~ 27.
- [8] Kontur I F. Stochastic Groundwater-Precipitation-Evaporation Models, Session 1, Internation Conference on 'Modern Approaches to Groundwater Resources' [J], Water Resources Research, 1982, (1): 1258~ 1263.
- [9] Echling S O, J W Hopmans, W W Wallender. Estimation of in-situ unsaturated soil hydraulic functions from scaled cumulative drainage data[J]. Water Resources Research, 1994, (8): 2378~ 2394.

## Method of Using the Random Model to Predict Dynamic Changes of Phreatic Level

Chen Suozhong<sup>1</sup>, Tao Yun<sup>2</sup>, Yang Xu<sup>1</sup>

(1. Jiangsu Provincial Key Laboratory of Geographic Information Science, Nanjing Normal University, 210097, Nanjing, PRC;

2. Jiangsu Provincial Institute of Geologic Research, 210018, Nanjing, PRC)

**Abstract:** The theoretical study on continuous reciprocal inversion of meteorologic water, surface water and subsurface water on the Earth surface is always the subject for the study on water cycle and water balance. In this paper, considering the issue of groundwater resource evaluation—the inversion between rainfall and groundwater, the authors discuss the vertical water migration mechanism in the aerated zone and offer a simple method by using the Poisson Random Model to predict the dynamic changes of phreatic level. In addition, the authors calculate the phreatic level and forecast the dynamic changes of phreatic level in plain regions with gentle slope, the simulated result being very identical with the result of monitoring.

**Key words:** phreatic level, dynamic predicting model, method study, plain regions

[责任编辑: 刘健]