

利用动力吸振器产生混沌

闵富红^{1,2}, 须文波², 徐振源²

(1. 南京师范大学电气与电子工程学院, 210042, 南京)

(2. 江南大学通信与控制工程学院, 214036, 无锡)

[摘要] 通过对稳定的非线性动力系统增加一个动力吸振器进行耦合, 再选择合适的参数, 使得非混沌系统产生了混沌. 同时, 利用 Melnikov 方法对耦合后的 Duffing 系统进行理论分析, 给出了混沌出现的阈值条件. 仿真结果进一步说明了该混沌反控制方法的有效性.

[关键词] 混沌, 动力吸振器, Melnikov 方法

[中图分类号] TP273⁺.5, **[文献标识码]** A, **[文章编号]** 1672-1292(2002)04-0045-04

0 引言

近几年来, 混沌控制得到了迅速的发展^[1~3]. 由于混沌的一些特有性质, 使得混沌在许多领域有着广阔的应用前景, 例如保密通信、信号处理等领域. 研究非混沌动力系统产生混沌的任务, 即混沌的反控制, 也已经引起了人们的注意, 吸引了众多学者在产生混沌这一新的课题上进行研究, 并且出现了许多混沌反控制的方法, 如延迟反馈法^[4,5]、利用函数发生器产生混沌方法^[6]等等. 所谓混沌系统的反控制是指使一个非混沌系统混沌化或增强一个现有的混沌系统的混沌行为. 在以往的工作中, 学者们曾利用动力吸振器成功地控制了混沌系统^[7,8]. 本文提出了一种新的混沌反控制方法, 即利用一种简单的动力吸振器与非线性动力系统耦合, 通过选择合适的参数, 发现能够产生混沌. 将该方法应用于稳定的非线性动力系统如 Duffing 系统、布鲁塞尔振子、Lorenz 系统等, 都取得了新的混沌吸引子. 同时, 利用 Melnikov 方法对耦合后的 Duffing 系统进行了理论分析, 给出了混沌出现的阈值条件. 理论分析与实际仿真结果相符, 证实了该方法的有效性.

1 问题的描述与仿真

考虑具有如下形式的单输入单输出的 n 阶非线性动力系统:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, r_1), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_2, r_2), \\ &\dots\dots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_n, r_n), \\ y &= h(x),\end{aligned}\tag{1}$$

式中, $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为系统的状态向量; r_i 为系统的参数或者系统的输入; y 为系统的输出; $f_i(x_i, r_i)$ 中至少有一个非线性函数, $h(x)$ 为充分光滑的向量函数, 满足 $f(0) = 0, h(0) = 0$.

本文采用的动力吸振器实际上为一个简单的自治的线性系统, 利用了经典线性理论. 动力吸振器的

收稿日期: 2002-06-07.

作者简介: 闵富红, 女, 1970-, 江南大学通信与控制工程学院硕士研究生, 南京师范大学电气与电子工程学院教师, 主要从事控制方面的教学与研究.

状态方程描述如下:

$$\begin{aligned}\ddot{z} + \mu(z - y) &= 0, \\ u &= p(y - z),\end{aligned}\quad (2)$$

这里 μ 为吸收器的参数且可变化, y 为原动力系统的输出, u 为动力吸收器的输出, p 为控制增益. 动力吸振器可以负反馈或者正反馈分别作用于稳定的动力系统, 负反馈传递函数表达式为:

$$G(s) = \frac{ps^2}{s^2 + \mu}, \quad (3)$$

动力吸振器的正负反馈耦合系统的幅频图如图1所示, 但是, 两者的相位相差 180° . 从波特图可见, 由于动力吸振器中出现的单个频率影响动力系统中的稳定运动, 从而使得系统出现了分叉, 引起了混沌.

下面对几个典型的稳定非线性动力系统利用该方法进行混沌反控制仿真, 取得了很好的效果.

1.1 Duffing 振子

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\delta x_2 + 0.5x_1 - 0.5x_1^3 + f\cos\omega t,\end{aligned}\quad (4)$$

当式中 $\omega = 1, \delta = 0.168, f = 0.17$ 时系统出现规则的周期轨道. 设系统的输出为 $y = x_1$, 吸振器的输出 u 负反馈和正反馈分别加在系统(4)的第二式右端, 产生了新的混沌吸引子, 仿真结果如图2所示.

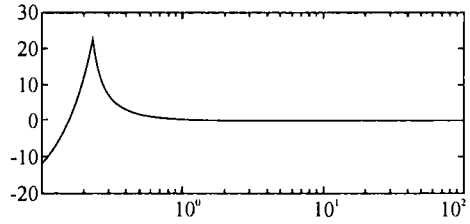
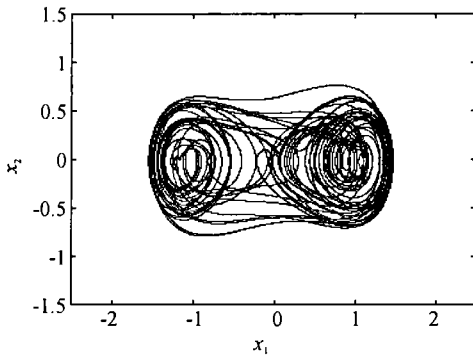
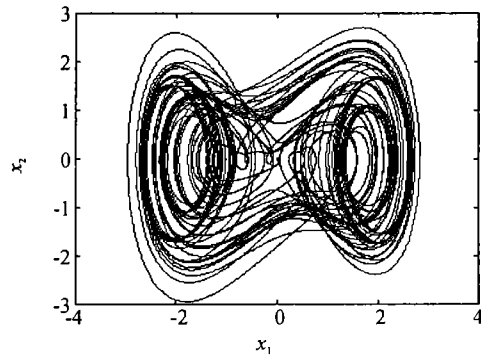


图1 动力吸振器幅频波特图



(a)负反馈耦合时产生的混沌吸引子($p=0.3, \mu=0.1$)



(b)正反馈耦合时产生的混沌吸引子($p=0.3, \mu=0.1$)

图2 Duffing 振子仿真图

1.2 布鲁塞尔振子

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= B - (A + 1)x_1 + x_1^2 x_2 + f\cos\omega t, \\ \dot{x}_2 &= Ax_1 - x_1^2 x_2,\end{aligned}\quad (5)$$

当 $A = 1.2, B = 0.4, \omega = 0.85, f = 0.04$ 时, 系统呈现周期解. 系统输出为 x_1 , 吸振器的输出 u 负反馈和正反馈分别加在系统(5)的第二式右端, 仿真结果如图3所示.

1.3 Lorenz 系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= (c - x_3)x_1 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= -bx_3 + x_1 x_2,\end{aligned}\quad (6)$$

其中 $a = 10, b = 8/3, c = 20$ 时系统收敛于平衡点. 设输出为 x_3 , 吸振器的输出 u 负反馈和正反馈

分别加在系统(6)的第三式右端,受控后的 Lorenz 系统产生了混沌,如图 4 所示.

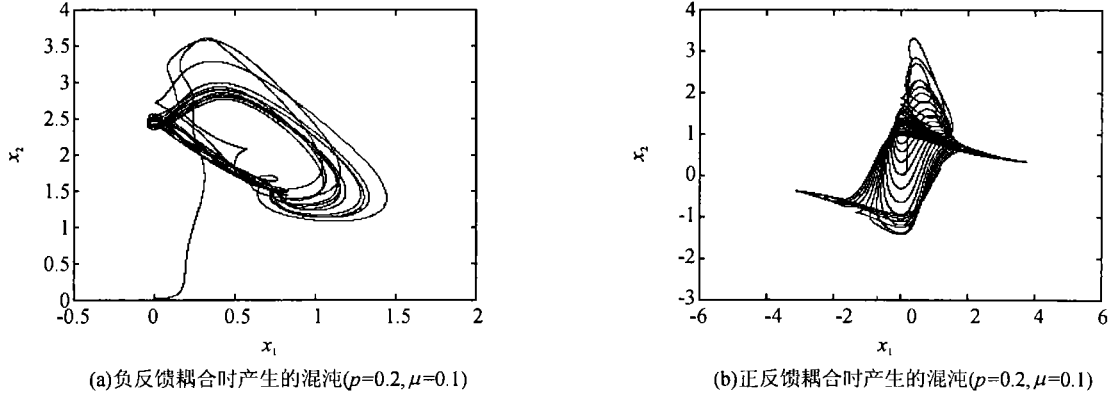


图 3 布鲁塞尔振子仿真图

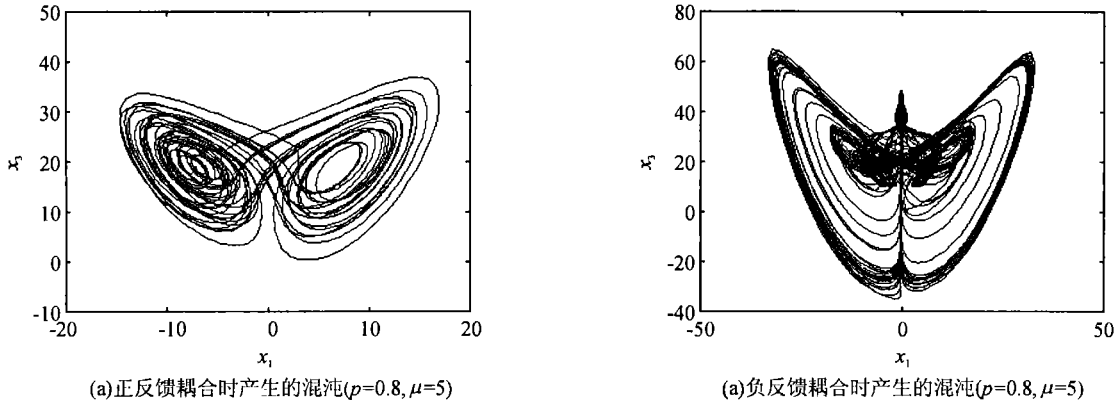


图 4 Lorenz 系统仿真图

2 机理分析

Melnikov 方法是研究混沌的非常有效的解析方法之一,使用该方法来判定受到微扰控制后的系统具有斯梅尔马蹄变换意义下的混沌,并且算出混沌出现的阈值.这里以动力吸振器负反馈作用于 Duffing 系统为例.

考虑系统(4),参数 δ, f 以及动力吸振器的增益 p 都是非常微小的量,做以下代换: $\epsilon\delta \rightarrow \delta, \epsilon f \rightarrow f, \epsilon p \rightarrow p$,则系统(4)与动力吸振器耦合后,变成如下形式:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (7)$$

$$\dot{x}_2 = 0.5x_1 - 0.5x_1^3 + \epsilon[f\cos\omega t - \delta x_2 - p(x_1 - y)],$$

当 $\epsilon = 0$ 时,系统(7)为哈密顿系统,其同宿轨道为:

$$x_1^0(t) = \pm\sqrt{2}\operatorname{sech}(t/\sqrt{2}),$$

$$x_2^0(t) = \mp\operatorname{sech}(t/\sqrt{2})\tanh(t/\sqrt{2}),$$

计算系统同宿轨道的 Melnikov 函数为:

$$M_{\pm}^0(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2^0(t)[- \delta x_2^0(t) - p(x_1^0(t) - y) + f\cos\omega(t + t_0)]dt, \quad (8)$$

$$= -\frac{4}{3}\sqrt{2}\delta + pA \pm \frac{2f\pi\omega}{\cosh(\omega\pi/\sqrt{2})}\sin\omega t_0,$$

上式中 $A = \int_{-\infty}^{\infty} x_2^0(t) [-(x_1^0(t) - y)] dt$. 当 Melnikov 函数具有不依赖于 ϵ 的简单零点, 系统(7) 具有 Smale 意义下的混沌, 参数满足:

$$\frac{4}{3}\sqrt{2}\delta - pA < \left| \frac{2f\pi\omega}{\cosh(\omega\pi/\sqrt{2})} \right|, \quad (9)$$

代入参数的值, 得到下式:

$$A = 0.5, 0.182\ 083 \leq pA \leq 0.451\ 5$$

在仿真中, 选取合适的参数满足上式, 如取 $p = 0.3$ 正好满足上式, 从而系统出现混沌, 与图 2 的仿真结果一致.

3 结论

本文使用一个动力吸振器作为混沌发生器去控制典型的稳定非线性动力系统, 成功地实现了混沌系统的反控制, 即使得非混沌系统混沌化. 文中用 Melnikov 方法对 Duffing 混沌系统的反控制仿真进行了分析, 理论分析与实际的仿真相符, 进一步证实了该方法的有效性. 与其他方法相比, 该方法有相当广泛的应用, 而且在物理和电路上都很容易实现, 在混沌保密通信等领域有很大的实际应用价值, 易于推广.

[参考文献]

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64:1196~1205.
- [2] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback[J]. Phys Lett A, 1992, 172: 421~430.
- [3] 闵富红, 须文波, 徐振源. 用多凹槽滤波器控制混沌系统[J]. 物理学报, 2002, 51(8):1690~1695.
- [4] Wang X F, Chen G R, Yu X H. Anticontrol of chaos in continuous-time systems via time-delay feedback[J]. Chaos, 2000, (12):771~779.
- [5] Wang X F, Zhong G Q, Tang K S, et al. Generating Chaos in Chua's Circuit via Time-Delay Feedback[J]. IEEE Trans Circ Syst, 2001, 48(9): 1151~1156.
- [6] Tang K S, Man K F, Zhong G Q, et al. Generating Chaos via $x|x|$ [J]. IEEE Trans Circ Syst, 2001, 48(5): 636~641.
- [7] Lokutov A Y. Dynamics control of chaotic systems by parametric destochastization[J]. J Phys, 1993, A26:4581.
- [8] Halle K S, Chua L O, Anishchenko V S, et al. Signal amplification via chaos: experimental evidence[J]. J Bif & Chaos, 1992, (2):1011~1020.

Generating Chaos Via Drive Oscillator

Min Fuhong^{1,2}, Xu Wenbo², Xu Zhenyuan²

(1. College of Electrical and Electronic Engineering, Nanjing Normal University, 210042, Nanjing, PRC)

(2. College of Communication and Control Engineering, Southern Yangtze University, 214036, Wuxi, PRC)

Abstract: This paper investigates the role of drive oscillator as a chaos generator in nonlinear dynamic systems. It is rigorously proven via the Melnikov function method that this drive oscillator induces Smale horseshoes to the stable systems. Moreover, simulations are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: chaos, drive oscillator, melnikov's method

[责任编辑:刘健]