

二阶时滞系统 PI 控制器稳定参数集快速算法

刘 艳^{1,2}, 李银伾², 盛安冬²

(1. 盐城师范学院 物理系, 江苏 盐城 224002; 2. 南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094)

[摘要] PID 控制是自动控制中应用最广泛的一种控制方法. 针对工业控制过程中普遍存在的二阶时滞系统, 通过在 k_p-k_i 平面上绘制稳定边界线, 给出了快速计算 PI 控制器所有稳定参数集的方法, 并且给出了系统开环不稳定情形下稳定 PI 控制器的存在必要性条件. 通过在该稳定参数区域上进行性能指标寻优, 可以得到满意控制器设计性能指标要求的 PI 控制器参数区域. 仿真实例表明了该方法的优越性, 为控制系统的控制器设计提供了一个简单高效的设计方法.

[关键词] 时滞系统, 稳定性, PI 控制

[中图分类号] TP273, [文献标识码] B, [文章编号] 1672-1292(2004)04-0005-04

在生产过程的自动控制发展历程中, PID 控制是最具生命力的基本控制方式. 直到现在, PID 控制由于其自身的优点, 如结构简单、容易实现、控制精度高等, 在实践过程中积累了丰富的整定经验, 广泛应用于工业控制过程中. 工业控制过程本身由于机理复杂、时变、时滞、非线性及耦合等原因, 其精确的数学模型很难得到, 一些高阶对象用一阶加纯滞后模型来描述是不精确的, 一般用二阶惯性环节加纯延迟来近似^[1]. 对这类对象的 PI 和 PID 控制, 许多学者进行了广泛研究. Ho 基于增益裕量和相角裕量指标, 推导了一阶和二阶时滞过程的 PID 控制器整定公式^[2]. Shafiei 和 Shenton 应用频域方法, 通过在 k_p-k_i 平面上绘制基于一定增益裕量和相角裕量的曲线, 得出了满足频域指标的 n 阶时滞过程的 PID 参数区域^[3]. Yongho 和 Jeongseok 将基于一阶和二阶时滞过程的内模控制进行拓展, 得出了 PID 控制器的解析公式^[4]. Poulin 和 Pomerleau 基于分析过程的开环频率特性, 推导出了闭环系统满足最大峰值扰动指标的 PID 控制器参数^[5]. 最近, Yaniv 和 Nagurk 提出了在基于增益和灵敏度条件下, 得出了满足一定灵敏度指标的 PI 和 PID 控制器参数集^[6, 7]. 另外, 在给定系统为有理函数情况下, 许多学者在求取所有稳定的 P、PI、PID 控制器参数方面取得了突破性进展, 如 Ho M T^[8, 9]

本文针对工业过程中最常见的二阶时滞过程, 给出了快速计算 PI 控制器所有稳定参数集的方法. 和前面所述方法相比, 本算法简单, 并且可以得

出所有稳定 PI 控制器参数集, 通过在可行区域上进行其他性能指标寻优, 可以求出满足相应指标集的 PI 控制器参数区域, 从而可以大大提高控制器的设计效率.

1 问题描述

本文研究对象的控制系统方框图如图 1 所示.

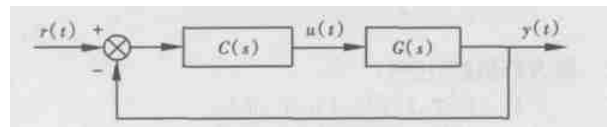


图 1 反馈控制系统方框图

其中, $r(t)$ 为系统输入, $u(t)$ 为控制信号, $y(t)$ 为系统输出. $C(s)$ 为具有(1)式的 PI 控制器:

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s} \tag{1}$$

式中, k_p 为比例系数, k_i 为积分系数. $G(s)$ 为二阶时滞过程, 根据二阶时滞过程开环不稳定极点数, 将其划分为以下两种情形:

(i) 没有不稳定极点:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-Ls} \tag{2}$$

(ii) 仅有一个不稳定极点:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 s - 1)(T_2 s + 1)} e^{-Ls} \tag{3}$$

其中, k 为系统静态增益, L 为系统时滞常数, T_1 、 T_2 为系统时间常数, 且 $L > 0$, $k > 0$, $T_1 > 0$, $T_2 > 0$.

本文的任务就是针对二阶时滞过程的两种不同情

收稿日期: 2004-06-05.
基金项目: 国防科工委“十五”预研兵器支撑基金资助项目(BZJ04026).
作者简介: 刘艳(1976-), 女, 硕士, 助教, 主要从事时滞系统稳定与控制、PID 控制的稳定性和过程控制等方面的教学与研究.
E-mail: liuyan_z@sina.com
通讯联系人: 盛安冬(1964-), 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事火力控制、滤波等方面的教学与研究工作. E-mail: shengandong@263.net
© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

形, 研究在不同情形下 PI 控制器的存在必要性条件, 并推导求取所有稳定的 PI 控制器参数集.

2 稳定区域算法

2.1 没有不稳定极点情形

对形如式(2)描述的二阶时滞过程 $G(s)$, 在 PI 控制情形下, 闭环控制系统的特征多项式为:

$$\delta(s) = T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + k e^{-Ls} (k_p s + k_i) \tag{4}$$

令 $s = j\omega$, $\omega \in (0, +\infty)$, 代入(4)式可得:

$$\delta(j\omega) = -jT_1 T_2 \omega^3 - (T_1 + T_2) \omega^2 + j\omega + k e^{-j\omega L} (jk_p \omega + k_i) \tag{5}$$

注意到 $e^{-j\omega L} = \cos(\omega L) - j\sin(\omega L)$, 则式(5)化为:

$$\begin{aligned} \delta(j\omega) = [& k k_p \omega \sin(\omega L) + k k_i \cos(\omega L) - \\ & (T_1 + T_2) \omega^2] + \\ & j [k k_p \omega \cos(\omega L) - k k_i \sin(\omega L) - \\ & (T_1 T_2 \omega^2 - 1)] \end{aligned} \tag{6}$$

令 $\delta(j\omega) = 0$, 可得:

$$\begin{aligned} k k_p \omega \sin(\omega L) + k k_i \cos(\omega L) &= (T_1 + T_2) \omega^2 / k \\ k k_p \omega \cos(\omega L) - k k_i \sin(\omega L) &= (T_1 T_2 \omega^3 - \omega) / k \end{aligned} \tag{7}$$

解方程组(7)可得:

$$\begin{aligned} k_p &= [(T_1 T_2 \omega^2 - 1) \cos(\omega L) + \\ & (T_1 + T_2) \omega \sin(\omega L)] / k \\ k_i &= [- (T_1 T_2 \omega^2 - 1) \omega \sin(\omega L) + \\ & (T_1 + T_2) \omega^2 \cos(\omega L)] / k \end{aligned} \tag{8}$$

根据式(8), 就可以在 $k_p - k_i$ 平面上绘出稳定边界线 $l(k_p, k_i, \omega)$. 稳定边界线将 $k_p - k_i$ 平面分割成稳定区域和不稳定区域. 在所有分割的区域中, 每个区域分别选取一个测试点 (k_p, k_i) , 则可确定是否为稳定区域.

2.2 仅有一个不稳定极点情形

对形如式(3)描述的二阶时滞过程 $G(s)$, 在 PI 控制情形下, 闭环控制系统的特征多项式为:

$$\delta(s) = T_1 T_2 s^3 + (T_1 - T_2) s^2 - s + k e^{-Ls} (k_p s + k_i) \tag{9}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} = \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{- [(3T_1 T_2 \omega^2 + 1) \sin(\omega L) + (T_1 T_2 \omega^3 + \omega) L \cos(\omega L) + (T_1 - T_2) (2 \omega \cos(\omega L) - \omega^2 L \sin(\omega L))] }{2T_1 T_2 \omega \cos(\omega L) - (T_1 T_2 \omega^2 + 1) L \sin(\omega L) + (T_1 - T_2) \sin(\omega L) + (T_1 - T_2) \omega L \cos(\omega L)} = \frac{2(T_1 - T_2) - 2L}{2T_1 T_2 + 2L(T_1 - T_2) - L^2} \tag{13}$$

由式(13)可知, (12)成立则必须满足: $2(T_1 - T_2) - 2L > 0$ 且 $2T_1 T_2 + 2L(T_1 - T_2) - L^2 > 0$.

令 $s = j\omega$, $\omega \in (0, +\infty)$, 代入式(9)并令其实部和虚部均为零, 可得:

$$\begin{aligned} k k_p \omega \sin(\omega L) + k k_i \cos(\omega L) &= (T_1 - T_2) \omega^2 / k \\ k k_p \omega \cos(\omega L) - k k_i \sin(\omega L) &= (T_1 T_2 \omega^3 + \omega) / k \end{aligned} \tag{10}$$

解方程组(10)可得:

$$\begin{aligned} k_p &= [(T_1 T_2 \omega^2 + 1) \cos(\omega L) + \\ & (T_1 - T_2) \omega \sin(\omega L)] / k \\ k_i &= [- (T_1 T_2 \omega^2 + 1) \omega \sin(\omega L) + \\ & (T_1 - T_2) \omega^2 \cos(\omega L)] / k \end{aligned} \tag{11}$$

根据式(11)在 $k_p - k_i$ 平面上绘出稳定边界线, 同样可以确定 PI 控制器的稳定参数区域.

3 稳定 PI 控制器存在必要性条件

当二阶时滞过程存在开环不稳定极点时, 稳定的 PI 控制器的存在是有条件的. 这里给出稳定的 PI 控制器的存在必要性条件.

定理 1 对式(3)描述的二阶不稳定时滞过程, 存在 PI 控制器使该系统稳定的必要性条件是 $L < T_1 - T_2$.

证明 根据式(11), 当 $k = 1$, 对不同的 $L (L_1 < L_2 < L_3)$, T_1, T_2 值, 在 $k_p - k_i$ 平面上的所有稳定区域大致如图 2 所示.

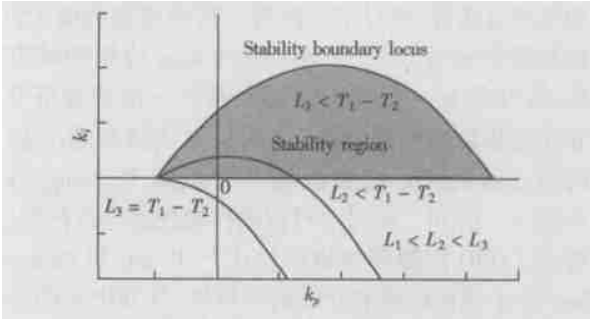


图 2 不同参数值对应的稳定边界线

结合图 2, 若稳定的 PI 控制器存在, 则系统稳定的必要条件为:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} > 0 \tag{12}$$

而 $2(T_1 - T_2) - 2L > 0$ 则 $2T_1T_2 + 2L(T_1 - T_2) - L^2 > 0$ 必然成立. 由 $L < T_1 - T_2$ 可推出:

$$L^2 < L(T_1 - T_2) < 2T_1T_2 + 2L(T_1 - T_2) \quad (14)$$

故只要 $L < T_1 - T_2$ 成立, 则一定存在稳定的 PI 控制器使该系统稳定. 证毕.

4 数值算例

例 考虑二阶开环稳定时滞过程

$$G(s) = \frac{2e^{-0.3s}}{(3s+1)(s+1)} \quad (15)$$

由式(15)可知, $L = 0.3$, $T_1 = 3$, $T_2 = 1$, 满足定理 2, 则稳定 PID 控制器存在. 由式(8)得

$$\begin{aligned} k_p &= (1.5\omega^2 - 0.5)\cos(0.3\omega) + 2\omega\sin(0.3\omega) \\ k_i &= -(1.5\omega^2 - 0.5)\omega\sin(0.3\omega) + \\ & 2\omega^2\cos(0.3\omega) \end{aligned} \quad (16)$$

根据 3.1 节 PI 控制器稳定参数集算法, 可得如图 3 所示的 PI 控制器稳定区域.

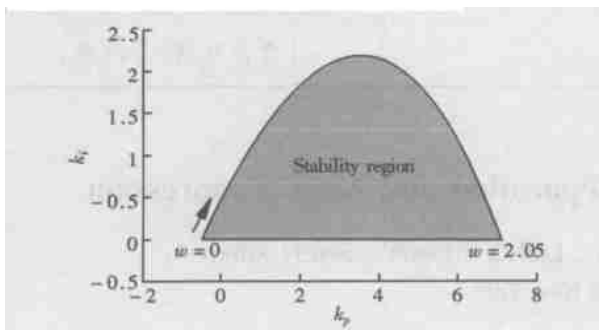


图 3 PI 控制器稳定区域

满意控制^[10]认为, 工程实际对控制系统设计要求不是某单一性能指标达到最优, 而是必须同时满足由多种性能指标所构成的控制性能期望指标集. 根据工程对控制器设计的实际要求, 可以选择相应的性能指标, 如动态误差系数、调节时间、上升时间、衰减比、超调量等时域性能指标, 幅值裕度、相角裕度等开环频域性能指标, 以及系统灵敏度和鲁棒性能指标. 在所求 PID 控制器参数区域内选择同时满足所期望的性能指标参数, 就可以使被控系统达到所期望的性能要求. 本例的期望指标为:

- (1) 系统稳定;
- (2) 系统调节时间 < 5 s;
- (3) 系统超调量 $< 5\%$.

在本例所求得的稳定区域上进行时域性能指标寻优, 当 $k_p = 0.90$, $k_i = 0.20$, 具有最小调节时间 3.87 s; 有部分区域存在超调量为零的情形. 综合考虑起来可以取 $k_p = 0.65$, $k_i = 0.20$, 此时调节时间 4.71 s, 超调量 3.76%. 当 $k_p = 0.65$, $k_i = 0.20$ 时,

系统的阶跃响应如图 4 所示.

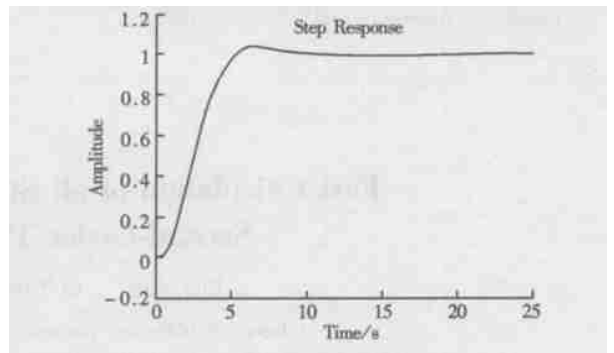


图 4 闭环系统阶跃响应曲线

5 结束语

本文通过在 $k_p - k_i$ 平面上绘制 PI 控制器的稳定边界线, 很容易得出 PI 控制器的所有稳定参数区域. 该快速算法非常简单, 适用绝大多数工业控制系统, 为工业控制系统的控制器设计提供了一种简单高效的设计方法. 进一步研究可以将该方法推广到 PID 控制, 在得出 PID 控制器稳定区域的基础上, 进行多目标满意 PID 控制器设计, 以及研究 PID 控制器各指标间的相容性, 将是我们进一步要研究解决的问题.

[参考文献]

- [1] Eric P, Andre D. Development and evaluation of autotuning and adaptive PID controller[J]. Automatica, 1996, 32(1): 71 - 82.
- [2] Ho W K, Xu W. PID tuning for unstable processes based on gain and phase margin specifications[J]. IEE Proc Control Theory and Application, 1998, 145(5): 392 - 396.
- [3] Shafiei Z, Sherton A T. Frequency-domain design of PID controllers for stable and unstable systems with time delay[J]. Automatica, 1997, 33(12): 2223 - 2232.
- [4] Lee Y, Lee J, Park S. PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay[J]. Chemical Engineering Science, 2000, 55(1): 3481 - 3493.
- [5] Poulin E, Pomerleau H. PID tuning for integrating and unstable processes[J]. IEE Proc Control Theory and Application, 1996, 143(5): 429 - 435.
- [6] Yaniv O, Nagurk M. Robust PI controller design satisfying gain and phase margin constraints[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2003, 48(11): 2069 - 2072.
- [7] Yaniv O, Nagurk M. Design of PID controllers satisfying gain margin and sensitivity constraints on a set of plants[J]. Automatica, 2004, 40(1): 111 - 116.
- [8] Ho M T, Datta A, Bhattacharyya S P. A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers[A]. Proceedings of the American Control Conference[C]. 1997. 3922 - 3928.

[9] Ho M.T. Synthesis of H_{∞} PID controllers: A parametric approach[J] . Automatica, 2003, 39: 1069 - 1075.

[10] Guo Zhi. A survey of satisfying control and estimation[A] . Proceedings of the 14th IFAC World Congress[C] . 1999. 443 - 447.

Fast Calculation of all Stabilizing PI Controllers for Second-Order Time-Delay Systems

LIU Yan^{1, 2}, LI Yinya², SHENG Andong²

(1. Department of Physics, Yancheng Teachers College, Yancheng 224002, China;

2. Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: PID control is the most common control method used in automatic control. Aiming at the second-order time-delay systems of industrial process control, a method for the fast calculation of all stable PI controllers via plotting stability boundary locus in k_p-k_i is presented. Moreover, the necessary conditions are proposed for the existence of a PI controller to simultaneously stabilize the second-order time-delay systems that are open-loop unstable. Furthermore, the set of PI controllers satisfied with the performance specifications requirements of a controller design is easily to work out via searching on the stabilizing region. An example is given to show the effectiveness of the method presented and the paper provides a simple and effective method for controllers design.

Key words: time-delay system, stabilization, PI control

[责任编辑: 严海琳]

(上接第 4 页)

Technique of Conducted EMI Noise Separation and Noise Suppression

ZHAO Yang^{1, 2}, LI Shijin¹, MENG Zhaojuan¹, LONG Yunyun¹, SHEN Xuemei¹,
CHEN Hao², SEE Kye Yak³

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China;

2. School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China;

3. School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technology University, Singapore 639798, Singapore)

Abstract: The exploration of the conducted EMI noise separation including hardware-based separation and software-based separation have been described and compared, with advantages and disadvantages discussed. The experimental results are given to show the efficiency of the separation networks. Moreover, computer-aided design for power-line filter and discussion on implementation of intelligent equipment of noise measurement and suppression are also introduced. Results show that the discrimination network based on splitter/ combiner has better HF performance with low insertion loss and good rejection capability, however, it is more expensive.

Key words: conducted electromagnetic interference(EMI), noise separation, intellectual diagnosis, noise suppression, electromagnetic compatibility (EMC)

[责任编辑: 严海琳]