

# 非结构网格中导热和辐射复合传热的数值计算

张 敏<sup>1</sup>, 黄庆宏<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学 动力工程学院, 江苏 南京 210094)

2. 南京师范大学 动力工程学院, 江苏 南京 210042)

**[摘要]** 用基元 (based-cell) - 有限容积法 FVM (Finite Volume Method) 求解介质空间导热和辐射复合传热问题, 在非结构化网格中离散复合换热方程, 并编写计算程序. 对复合换热方程中的辐射源项进行特殊处理, 同时, 结合复合换热方程和介质特性, 找出无量纲参数光学厚度  $\tau$  导热辐射系数  $N$  和散射系数  $\omega$ . 并在非结构化四边形网格中, 对这些参数的变化进行数值计算, 从中得出这两种传热模型耦合的基本规律. 当  $N = 0.1$  和  $\omega = 0.1$  时, 光学厚度  $\tau$  在低温区, 敏感性不断加大, 并随着散射系数  $\omega$  的增大而减小; 当  $N = 0.1$  和  $\tau = 0.5$  时, 散射系数  $\omega$  在低温区, 在小于 1 的数量级时, 比较敏感; 当  $\omega = 0.5$  和  $\tau = 0.5$  时, 导热辐射系数  $N$  的影响十分有限.

**[关键词]** 非结构化网格, 热传导, 辐射传热

**[中图分类号]** TK 124 **[文献标识码]** A, **[文章编号]** 1672-1292(2005)03-0005-03

## Combined Radiation and Conduction Heat Transfer Calculations Using Unstructured Grid

ZHANG Min<sup>1</sup>, HUANG Qinghong<sup>2</sup>

(1. School of Power Engineering Nanjing University of Science and Technology, Jiangsu Nanjing 210094 China)

2. School of Power Engineering Nanjing Normal University, Jiangsu Nanjing 210042 China)

**Abstract** Coupled conduction and radiation heat transfer problems are solved by using the based-cell and the finite volume method (FVM) in the regions with the mediums. The combined heat transfer equations are discretized in the unstructured meshes and the calculating programs are written. The radiative heat source of the combined equation is treated specially. Meanwhile, in combinatory with the governing equations and the several of medium characters, the dimensionless numbers are obtained and computed by using unstructured quad grids in various parameters, such as optical thickness  $\tau$ , conduction radiation parameter  $N$ , and scattering albedo  $\omega$ . From the results, the basic trends can be obtained of how the both modes of heat transfer interact with each other. While  $N = 0.1$  and  $\omega = 0.1$ , the sensitivity of optical thickness  $\tau$  increases in the low temperature zone, and it decreases when  $\omega$  increases. While  $N = 0.1$  and  $\tau = 0.5$ , the sensitivity of scattering albedo  $\omega$  is stronger in the low temperature zone. While  $\omega = 0.5$  and  $\tau = 0.5$ , the effect of conduction-radiation parameter  $N$  is limited.

**Key words** unstructured grid/mesh, conduction heat transfer, radiative heat transfer

## 0 引言

在许多工程问题中, 我们经常会遇到导热和辐射复合传热的情况, 如工业锅炉中的燃烧传热问题, 塑料瓶成型过程和玻璃与光纤的制造过程等等. 在这些应用中, 介质不但能吸收、发射和散射辐射能量, 而且能够导热. 如果介质相对不透明表面

是不运动的, 我们可以只考虑辐射和导热的耦合传热<sup>[1~4]</sup>. 在此我们把研究仅限于用非结构化网格中有限容积法 (FVM) 的数值模拟, 并从中找出两种传热方式耦合的基本规律.

## 1 控制方程和边界条件

### 1.1 辐射传热方程

穿过灰体介质的辐射输送能量方程 RTE (Ra-

收稿日期: 2005-05-18

作者简介: 张敏 (1957-), 博士, 副教授, 主要从事流体力学、传热学、工程热力学、空气动力学、核工程学等方面的教学与研究.

E-mail: mz2455@yahoo.com

diative Transfer Equation)可写成:

$$\frac{dI(\boldsymbol{r}, \hat{s})}{ds} = -\beta(\boldsymbol{r})I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) + S_R(\boldsymbol{r}, \hat{s}) \quad (1)$$

其中衰减 (extinction) 系数  $\beta$  和源项  $S_R$  的函数分别为:

$$\beta(\boldsymbol{r}) = \kappa(\boldsymbol{r}) + \sigma_s(\boldsymbol{r}) \quad (2)$$

$$S_R(\boldsymbol{r}, \hat{s}) = \kappa(\boldsymbol{r})I_b(\boldsymbol{r}) + \frac{\sigma_s(\boldsymbol{r})}{4\pi} \int_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}') d\Omega' \quad (3)$$

(1) 式、(2) 式和 (3) 式中的  $\boldsymbol{r}$  和  $\hat{s}$  分别是位置方向和辐射方向的单位向量, 在 (3) 式中假设散射均匀. (1) 式为辐射强度  $I$  穿过距离为  $ds$  的斜体后的变化量, 这其中包含两部分变量, 一是内部介质的吸收和外散射的减少量; 二是内部气体的辐射和来自周围各个方向的散射增量.

从物理意义上来讲, 由于在  $a, b$  两点之间进行的辐射传输而引起的吸收和外散射, (1) 式右边的第一项表示了辐射能量的衰减; 第二项表示由于辐射能量的发射和内散射引起的能量增加. 辐射能量的衰减和增加总量依赖于两个因素: (1) 吸收和散射的相对重要性, (2) 辐射和散射的强度. 第一个因素是由散射系数  $\omega$  来描述. 可定义为:

$$\omega = \frac{\sigma_s}{\kappa + \sigma_s} = \frac{\sigma_s}{\beta} \quad (4)$$

对于 (4) 式, 纯吸收介质的散射系数  $\omega = 0$  纯散射介质的散射率  $\omega = 1$  第二个因素是由光学厚度  $\tau$  来描述的, 定义为:

$$\tau \equiv (\kappa + \sigma_s)L_c = \beta L_c \quad (5)$$

其中  $L_c$  表示所要考虑问题的特征长度.

### 1.2 辐射传热方程的边界条件

RTE 的边界条件是由如下方程来定义:

$$I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) = \varepsilon(\boldsymbol{r})I_b(\boldsymbol{r}) + \frac{\rho(\boldsymbol{r})}{\pi} \int_{\hat{s}' \cdot \hat{n} < 0} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}') |\hat{s}' \cdot \hat{n}_{wall}| d\Omega' \quad (6)$$

(6) 式表示当辐射能离开一个光学反射面时有两部分分量, 它们分别是由于表面高温放出的辐射量  $\varepsilon$  和投到此表面上的反射量. 其中,  $n_{wall}$  为壁面单位外法向矢量.

### 1.3 辐射传热关系式

除了辐射强度外, 还需要考虑两个附加量, 分别是伴随辐射量  $G$  和辐射热流密度  $q$  它们定义如下:

$$G(\boldsymbol{r}) = \int_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) d\Omega \quad (7a)$$

$$q_x(\boldsymbol{r}) = \int_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) (\hat{s} \cdot \hat{n}_x) d\Omega \quad (7b)$$

$$q_y(\boldsymbol{r}) = \int_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) (\hat{s} \cdot \hat{n}_y) d\Omega \quad (7c)$$

$$q_z(\boldsymbol{r}) = \int_{4\pi} I(\boldsymbol{r}, \hat{s}) (\hat{s} \cdot \hat{n}_z) d\Omega \quad (7d)$$

其中,  $\hat{n}_x, \hat{n}_y$  和  $\hat{n}_z$  是 3 个坐标面的单位法向量. 辐射热流密度的散度表达式为:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{q} = \kappa[4\pi I_b(\boldsymbol{r}) - G(\boldsymbol{r})] \quad (8)$$

其中在 (7a) 式中定义的  $G$  是伴随辐射量, 在复合模型的热传输和以辐射为主的这两个过程中, (8) 式定义了一个关键量. 当不考虑其他传热模型和源项时, 辐射传热的自身系统达到了平衡状态, 即有  $\nabla \cdot \boldsymbol{q} = 0$  由此我们可以从 (8) 式求得介质的温度. 复合模型的传热过程中,  $\nabla \cdot \boldsymbol{q}$  是能量守恒方程中的辐射源项.

## 2 复合传热的控制方程和无量纲方程

在多种介质中, 对于耦合辐射传热的能量方程可写为:

$$\rho_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \boldsymbol{q}_R \quad (9)$$

对于二维、稳态的平面介质, 上一方程可简化为,

$$\nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \boldsymbol{q}_R = 0 \quad (10)$$

为了进一步简化, 我们假设此问题为常物性, 散射均匀, 且假定墙壁为黑体. 如果引入无量纲变量和参数:

$$X = \beta x, \quad Y = \beta y, \quad S = \beta s \quad (11a)$$

$$\theta = \frac{T}{T_{max}}, \quad \beta = \kappa + \sigma_s, \quad \tau = \beta L_c \quad (11b)$$

$$g = \frac{G}{4\sigma T_{max}^4}, \quad N = \frac{k\beta}{4\sigma T_{max}^3}, \quad I^* = \frac{\pi I}{\sigma T_{max}^4} \quad (11c)$$

$$\omega = \frac{\sigma_s}{\beta}, \quad I_b = \frac{\sigma T^4}{\pi}, \quad e_b = \pi I_b \quad (11d)$$

由 (2) 式、(3) 式和 (10) 式来简化 (1) 式有,

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( N \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( N \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + (1 - \omega)(\theta^4 - g) = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{dI^*}{dS} = -I^* + (1 - \omega)\theta^4 + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' \quad (12b)$$

在 (11b) 式和 (11c) 式中, 无量纲化的温度和强度分别为  $\theta$  和  $I^*$ . 导热辐射系数和散射系数分别是  $N$  和  $\omega$  当  $\omega = 1$  时, 就是无辐射源项产生, 单纯的热传导问题. 以下给出了有关复合辐射的实质性问题.

3 黑体方形域中的复合热传导

图 1 给出一个  $1 \times 1$  的黑体封闭区域. 在此问题中, 壁的顶部保持高温  $T_h$ , 同时, 其余壁维持低温  $T_c$ . 此问题用来检测辐射对热传导的影响. 假设辐射均匀, 且壁为黑体. 所给热壁和冷壁的温度值分别为:  $T_h = 1, T_c = 0$  对此问题的计算采用了 400 个方形控制体 (如图 1 所示). 分别在  $\theta$  和  $\phi$  方向角度区域上离散成  $6 \times 12$  个控制角. 对于两个散射系数  $\omega$  和一个固定的导热辐射系数  $N$ , 图 2 给出了光学厚度  $\tau$  对温度分布的影响. 从图中可看出换热量随着光学厚度的增加而增加. 而当散射增加 (高于  $\omega$ ) 时, 光学厚度的影响就会下降.

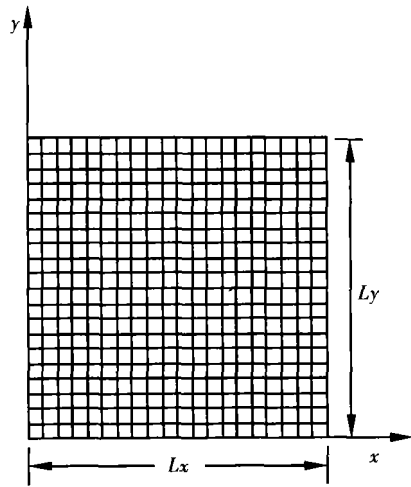


图 1 几何尺度和网格

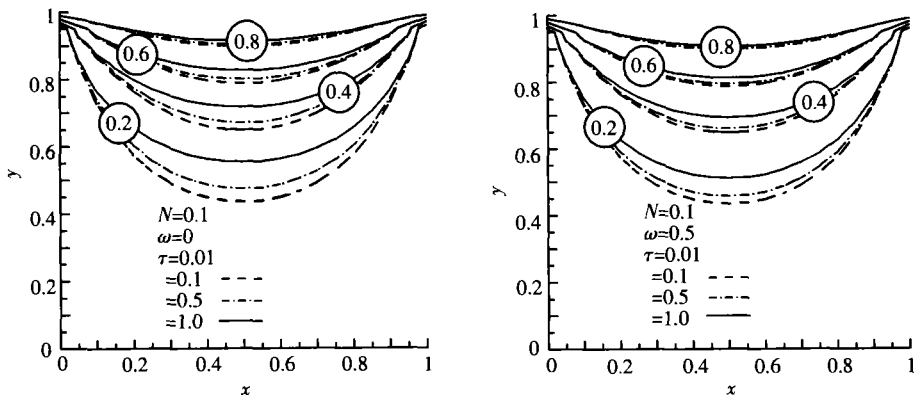


图 2 不同散射率时光学厚度的影响

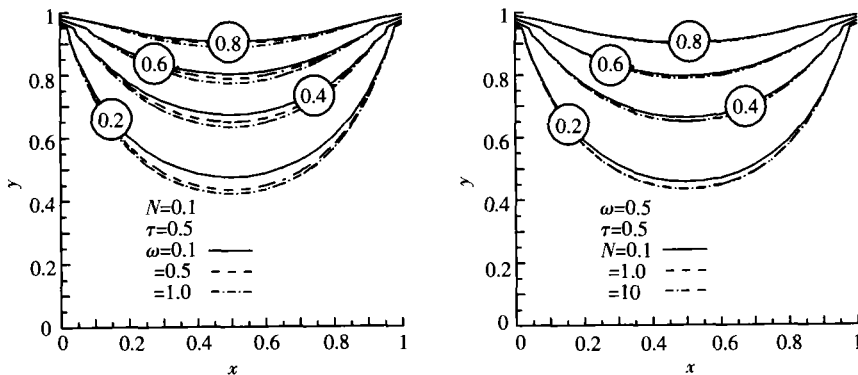


图 3 散射系数  $\omega$  的影响

图 4 导热辐射系数  $N$  的影响

图 3 中, 给出了散射系数  $\omega$  的影响,  $\omega = 1$  时可得到单一的热传导形式. 从图中可看出, 散射使热损失增加因而导致了温度的下降. 图 4 中给出了导热辐射系数  $N$  的影响. 考虑此种形式, 可以看出导热辐射系数  $N$  对热传导影响很小. 可注意到, 热传导很小时 ( $N$  下降), 热损失增加. 这种情况下会使得温度下降.

4 结论

利用有限体积法 (FVM) 求解导热和辐射复合

传热问题. 在非结构化网格中, 各种参数光学厚度  $\tau$  导热辐射系数  $N$  和散射系数  $\omega$  被求解. 从计算结果中可看出, 当  $N = 0.1$  和  $\omega = 0.1$  时 (如图 2 所示), 光学厚度  $\tau$  在低温区, 敏感性不断加大, 并随着散射系数  $\omega$  的增大而减小; 当  $N = 0.1$  和  $\tau = 0.5$  时 (如图 3 所示), 散射系数  $\omega$  在低温区, 在小于 1 的数量级时, 比较敏感; 当  $\omega = 0.5$  和  $\tau = 0.5$  时 (如图 4 所示), 导热辐射系数  $N$  的影响十分有限.

(下转第 40 页)

[ 7 ] Chen D, Schultz R R. Extraction of high-resolution video stills from mpeg sequences[ J]. Proc Image Processing 1998, 14( 2): 465- 469.

[ 8 ] Segall C A, Katsaggelos A A, Rafael Molina *et al*. Bayesian resolution enhancement of compressed video [ J]. IEEE Trans on Image Processing 2004 13( 7): 898 - 911.

[ 9 ] Segall C A, Katsaggelos A A, Rafael Molina *et al*. Super-resolution from compressed video [ J]. Super-Resolution Imaging 2001, 19( 3): 211- 242

[ 责任编辑: 刘健 ]

( 上接第 7 页 )

[ 参考文献 ]

[ 1 ] Modest M F. Radiative Heat Transfer[ M ]. New York: McGraw Hill Inc, 1993. 713- 715.

[ 2 ] Zhang M. Modeling of Radiative Heat Transfer and Diffusion Processes Using Unstructured Grid[ D]. USA: Tennessee Technobgical University, 2000 65- 88.

[ 3 ] 斯帕罗 EM, 塞斯 RD. 辐射传热[ M ]. 顾传保, 张学学译. 北京: 高等教育出版社, 1982. 270- 283.

[ 4 ] Chai JC, Patankar SV. Finite-Volume Method for Radiation Heat Transfer[ M ]. New York: Taylor and Francis Publisher, 2000. 102- 121.

[ 责任编辑: 刘健 ]