

基于 ISODATA 算法的自组织单输入单输出 T-S 模糊系统

陆伟峰, 朱庆保, 崔红梅

(南京师范大学 数学与计算机科学学院, 江苏 南京 210097)

[摘要] T-S 模糊模型已得到了广泛的研究与应用. 但在该模型的建模过程中, 在结构辨识、参数优化等方面仍存在一些不足, 为此提出了一种基于 ISODATA 算法的自组织 T-S 模糊系统. 该方法基于输入-输出数据, 分两步对模糊系统进行建模. 第一步, 使用基于线性原型的 ISODATA 算法, 对输入-输出数据进行聚类, 确定系统结构. 第二步, 建立初始 T-S 模糊系统, 然后使用粒子群算法优化系统参数. 与传统方法相比, 具有自动优化系统结构的优点. 仿真结果验证了该方法的有效性.

[关键词] ISODATA 算法, T-S 模糊系统, PSO 算法

[中图分类号] TP311.13 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2006) 01-0061-06

A Self-organizing Single-input Single-output T-S Fuzzy System Based on ISODATA Algorithm

LU Wei-feng, ZHU Qing-bao, CUI Hong-mei

(School of Mathematics and Computer Science, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract T-S fuzzy model has been studied and applied widely. While during the modeling progress of T-S fuzzy model, there're some problems on structure identification, parameter optimization etc. This paper proposes a self-organizing T-S fuzzy system based on ISODATA algorithm. From the input-output data, we model the fuzzy system during two steps. Step 1 gets optimal class of the input-output data using ISODATA algorithm based on linear prototype, and determines the system structure. Step 2 builds a simple T-S fuzzy model and optimizes the system parameters by Particle Swarm Optimization algorithm. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words ISODATA algorithm, T-S fuzzy system, PSO algorithm

0 引言

模糊系统, 即模糊推理系统 (fuzzy inference system, FIS), 因为其结构简单、鲁棒性强、不需要精确的数学模型, 且具有良好的描述能力, 而受到广泛研究与大量应用. 而 T-S 模糊系统由于不需要去模糊化运算, 具有直观、耗时少且数学上容易分析等特点, 已成为一种常用的系统.

但是 20 世纪 90 年代以前模糊系统存在两大弱点. 一是没有一套系统而有效的方法来获取知识, 采用专家问卷形式, 既费时又难以获得满意的效果. 二是缺少完整的理论体系来保证系统的稳定性和收敛性要求^[1]. 1992 年王立新的研究工作使模糊系统研究获得了突破. 在文献 [2] 中王立新用 Stone-Weierstrass 定理证明了一类模糊系统是万能逼近器, 开创了模糊逼近的新领域.

近年来从输入-输出数据出发自组织建立模糊系统的研究获得了很大的进展^[3~15], 但很多方法采用先进行聚类, 初步建立模糊系统, 然后再进行优化. 这些方法存在的主要问题如下:

- (1) 系统结构无法预先确定, 需要在迭代学习过程中不断调整系统结构;
- (2) 参数寻优算法运算量大, 有些算法易受噪音干扰;

收稿日期: 2005-10-07
作者简介: 陆伟峰 (1978-), 硕士研究生, 主要从事智能算法与智能控制等方面的学习和研究. E-mail: edwin_7810@163.com
通讯联系人: 朱庆保 (1955-), 教授, 主要从事机器人路径规划、人工智能与智能控制等方面的教学与研究.
E-mail: zhuqingbao@njnu.edu.cn

(3) 大多数系统采用零阶 Sugeno 模型, 难以推广到一般的 T-S 模型.

本文将改进的 ISODATA 算法与粒子群算法相结合, 提出了一种基于改进 ISODATA 算法的自组织 T-S 模糊系统. 首先, 基于输入-输出数据, 对数据进行聚类, 自动确定系统结构和初始隶属函数, 然后对系统参数进行优化. 算法分为结构辨识与参数优化两个部分, 第一部分使用基于线性原型的 ISODATA 算法对输入-输出数据进行聚类, 确定系统结构, 形成初始隶属函数、初始结论和规则库. 第二部分使用粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO) 对隶属函数和规则结论参数进行优化. 最终得到满意的模糊系统.

1 基于原型的 ISODATA 算法

ISODATA 算法, 即迭代自组织数据分析技术, 是一种非监督动态间接聚类算法. 对样本 $X_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$, 通过设定初始聚类类别数 c 和聚类原型 $m_j (j = 1, 2, 3, \dots, c)$, 定义相似度准则函数 $f(X_i, m_j) = \|X_i - m_j\|$, 按照相似度函数对样本进行迭代聚类. 并使用“分裂”、“合并”操作动态的调整类别数, 使评价函数 $J_e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c \|X_i - m_j\|$ 最小. 相对其他算法而言, 无须指定聚类数, 算法即能自动得到合理的聚类数. 其中聚类原型有点、直线、面、圆等模型, 适合各种不同的聚类情况.

2 基于 ISODATA 算法的自组织 T-S 模糊系统

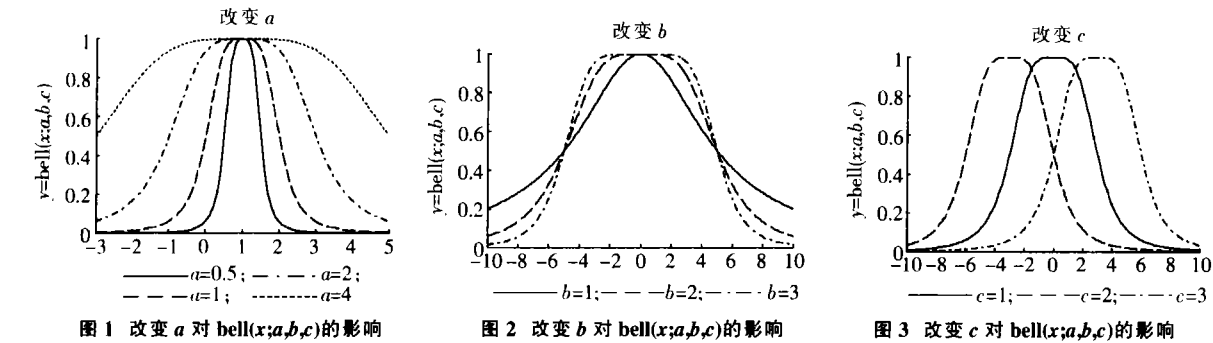
2.1 T-S 模糊系统模型

由于零阶 Sugeno 模型是 T-S 模型的特例, 因此本文使用单输入-单输出 T-S 模型. 假设输入-输出数据为:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_n) = \begin{pmatrix} x_1^0 & x_2^0 & \dots & x_n^0 \\ y_1^0 & y_2^0 & \dots & y_n^0 \end{pmatrix}$$

其中 $x_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 为输入数据, $y_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ 为输出数据.

模糊系统采用广义钟形隶属函数: $u(x) = \text{bell}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$, 且 $u(c) = 0.5, b > 0$. 参数 a, b, c 对隶属函数的影响如图 1 ~ 图 3 所示.



系统模糊规则形式为:

如果 x 是 A_j , 则 $y_j = p_j x + q_j (j = 1, 2, 3, \dots, c)$

其中 $A_j (j = 1, 2, 3, \dots, c)$ 是模糊集合, y_j 是第 i 条模糊规则的输出, $p_j, q_j \in \mathbf{R} (j = 1, 2, 3, \dots, c)$. 当 $p_j = 0 (j = 1, 2, 3, \dots, c)$ 时, 系统即为零阶 T-S 模糊系统, c 为规则数.

模糊系统输出为:
$$y = \frac{\sum_{j=1}^c u_j(x) \cdot y_j}{\sum_{j=1}^c u_j(x)} = \frac{\sum_{j=1}^c u_j(x) \cdot (p_j x + q_j)}{\sum_{j=1}^c u_j(x)}$$

2.2 系统结构辨识

由于 ISODATA^[16, 17] 算法能产生合理的聚类数, 本文使用 ISODATA 算法辨识系统结构. 在 T-S 模糊系统中, 模糊规则的结论是线性输出的形式, 因此对原有 ISODATA 算法进行了修改, 即使用线性原型进行聚

类,同时为获得合理的聚类效果,在步骤 2 中附加了输入数据与各类中心的距离,避免出现某类区间中有孤立点属于其它类的情况.修改后基于线性原型的 ISODATA 算法步骤如下:

步骤 1 初始化:设置控制参数,初始聚类数,初始聚类原型.

θ_v 为个聚类中的最少样本数; θ_s 为标准偏差参数; θ_c 为合并参数; L 为每次迭代允许合并的最大聚类数; I 为允许迭代次数; n 为样本个数; N_j 为第 j 类的样本数; Γ_j 为第 j 类的样本子集; z_j 为第 j 类的中心.并设置初始聚类数 c 和初始聚类原型 m_j , 中心 z_j ($j = 1, 2, 3, \dots, c$)

步骤 2 按照下列关系:若 $\|y_i^0 - m_j\| + \alpha \|x_i^0 - z_j\| < \|y_i^0 - m_k\| + \alpha \|x_i^0 - z_k\|$, 则 $X_i \in \Gamma_j$ 其中 $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, c$ 且 $k \neq j$, $\alpha \in [0, 1)$ 为权重,将所有样本分到各个类中去.计算每类中的样本数 N_j .

步骤 3 若有任何一个 Γ_j 的基数 $N_j < \theta_v$, 则删去 Γ_j 并令 $c = c - 1$ 将其中的样本按照步骤 2 中方法重新分类.

步骤 4 根据步骤 2 迭代优化,用最小二乘法求聚类原型 m_j 用公式 (1) 求新的聚类中心中心 z_j ($j = 1, 2, 3, \dots, c$):

$$z_j = \frac{1}{N_j} \sum_{X_i \in \Gamma_j} X_i \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, c) \quad (1)$$

步骤 5 用式 (2) 计算 Γ_j 中各样本与原型 m_j 的平均距离:

$$\bar{\vartheta}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{X_i \in \Gamma_j} \|X_i - m_j\| \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, c) \quad (2)$$

步骤 6 用式 (3) 计算所有样本与其对应聚类原型的平均距离:

$$\bar{\vartheta} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^c N_j \cdot \bar{\vartheta}_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, c) \quad (3)$$

步骤 7 对每一个聚类 Γ_j 用公式 (4) 求标准偏差:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{N_j} \sum_{X_i \in \Gamma_j} \|y_i^0 - m_j\|^2} \quad (j = 1, 2, 3, \dots, c) \quad (4)$$

步骤 8 对某一个聚类 Γ_j 若其对应的标准偏差 $\sigma_j > \theta_s$, 并且有 $\bar{\vartheta}_j > \bar{\vartheta}$ 且 $N_j > 2(\theta_v + 1)$, 则把 Γ_j 分裂成两个聚类,令 $c = c + 1$ 其中新的聚类中心为: $z_j^+ = z_j + \beta \sigma_j$, $z_j^- = z_j - \beta \sigma_j$ ($j = 1, 2, 3, \dots, c$).

其中 $\beta \in (0, 1)$ 为权重.并计算新的聚类原型.

步骤 9 对所有两两相邻的聚类原型,计算它们原型之间的距离:

$$\delta_{i, i+1} = \|m_i - m_{i+1}\| \quad (i = 1, 2, 3, \dots, c-1).$$

步骤 10 将小于 θ_c 的 $\delta_{i, i+1}$ 按照上升次序排列, $\delta_{i_1, i_1+1} < \delta_{i_2, i_2+1} < \dots < \delta_{i_t, i_t+1}$.

步骤 11 从最小的 δ_{i_1, i_1+1} 开始,若其对应的类 Γ_{i_1} 和 Γ_{i_1+1} 在本次迭代中还没有合并,则将 Γ_{i_1} 和 Γ_{i_1+1} 合并,令 $c = c - 1$ 计算新的聚类原型和聚类中心.

步骤 12 若达到最大迭代次数,则程序中止;否则,返回步骤 2 继续迭代,且令计数器加 1.

聚类结束后,样本被分为 c 个类别.聚类中心按照输入数据的递增次序排列记为: $Z = (z_1, z_2, \dots, z_c) =$

$$\begin{pmatrix} x'_1 & x'_2 & \dots & x'_c \\ y'_1 & y'_2 & \dots & y'_c \end{pmatrix}$$

各类对应区间为: $\text{interval} = \{[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_2, \beta_2], \dots, [\alpha_c, \beta_c]\}$

对应的聚类原型为:

$$m = \begin{pmatrix} y_1 = p_1 x + q_1 \\ y_2 = p_2 x + q_2 \\ \vdots \\ y_c = p_c x + q_c \end{pmatrix}^T$$

2.3 模糊系统建模与优化

2.3.1 建立 T-S 模糊系统

根据 ISODATA 算法聚类的结果,以一个聚类产生一条模糊规则的方式建立 T-S 模糊系统,因此系统

结构是由聚类的结果确定的. 首先建立隶属函数, 然后再建立模糊规则.

对第 j 个聚类 $\Gamma_j (j = 1\ 2\ 3\ \dots, c)$, 其输入数据对应区间为 $[\alpha_j\ \beta_j]$, 则

当 $j = 2\ 3\ \dots, c-1$ 时, 取 $c_j = \frac{\alpha_i + \beta_i}{2}$, $a_j = \frac{\beta_j - \alpha_j}{2}$, $b_j = \text{const}$

当 $j = 1$ 时, 取 $c_j = \alpha_j$ $a_j = \beta_j - \alpha_j$ $b_j = \text{const}$

当 $j = c$ 时, 取 $c_j = \beta_j$ $a_j = \beta_j - \alpha_j$ $b_j = \text{const}$

其中 $\text{const} > 0$ 为常数, 可令 $\text{const} = 3$ 则第 j 个聚类 $\Gamma_j (j = 1\ 2\ 3\ \dots, c)$ 对应的隶属函数为:

$$u_j(x) = \text{bell}(x; a_j\ b_j\ c_j) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_j}{a_j} \right|^{2b_j}} \quad (j = 1\ 2\ 3\ \dots, c).$$

确定隶属函数后, 则 T-S 模糊模糊系统的模糊规则可记为:

$$\text{if } x \text{ is } A_j \text{ then } y_j = p_j x + q_j \quad (j = 1\ 2\ 3\ \dots, c)$$

其中 $A_j = \{ (x, u_j(x)) \mid j = 1\ 2\ \dots, c \}$ 为模糊集合. $y_j = p_j x + q_j$ 是第 j 个聚类的聚类原型.

2.3.2 用粒子群算法优化模糊系统参数

使用以上方法建立的 T-S 模糊系统, 含有 c 条模糊规则, 每条规则有 3 个隶属函数参数、两个规则结论参数, 共有 $5^* c$ 个待优化的参数. 由于 T-S 模糊系统是非线性系统, 优化参数比较困难, 在此我们使用算法简单、搜索速度快的粒子群算法^[18 19]进行优化.

1995 年 Eberhan 博士和 Kennedy 博士共同发明了一种新的群体智能计算技术 —— 粒子群优化算法. 粒子群优化算法的基本思想是通过群体中个体之间的协作和信息共享来寻找最优解.

粒子 i 在 N 维空间里的位置表示为矢量 $X_i = (x_1\ x_2\ \dots, x_N)$, 每个位置对应一个解以及由目标函数确定的适应度. 飞行速度表示为矢量 $V_i = (v_1\ v_2\ \dots, v_N)$. 并且知道自己到目前为止发现的最好位置 (pbest) 和到目前为止整个群体中所有粒子发现的最好位置 (gbest) (gbest 是 pbest 中的最好值). 对于第 k 次迭代, PSO 中的每一个粒子是按照下式进行变化的^[20]:

$$v_{id}^{k+1} = w \times v_{id}^k + c_1 \text{rand}() \times (p_{id} - x_{id}^k) + c_2 \times \text{rand}() \times (p_{gd} - x_{id}^k) \tag{5}$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \tag{6}$$

其中 $i = 1\ 2\ \dots, M$, M 是该群体中粒子的总数; v_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量; x_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 位置矢量的第 d 维分量; p_{id} 为粒子 i 个体最好位置 pbes 的第 d 维分量; p_{gd} 为群体最好位置 gbest 的第 d 维分量; c_1 、 c_2 为权重因子; $\text{rand}()$ 为随机函数, 产生 $[0\ 1]$ 的随机数; w 为惯性权重函数.

算法的流程图如下^[20]:

- 步骤 1 初始化算法参数及种群.
- 步骤 2 计算个体适应度.
- 步骤 3 若个体当前适应度优于个体历史最优值, 则用此值替代该个体历史最优位置 pbest
- 步骤 4 求当前代种群中个体的最优适应度, 若该值优于种群历史最优值, 则令当前种群的最优个体为种群历史最优位置 gbest
- 步骤 5 使用公式 (5) (6) 更新个体的速度和位置.
- 步骤 6 若已到达迭代次数或满足误差要求, 则结束迭代. 否则返回步骤 2 继续迭代运行.

本文中取适应度函数为: $J_e = \sum_{i=1}^n \|y_i - y_i^0\|^2$, 其中, y_i 是当输入为 x' 时, 模糊系统的输出值.

3 仿真结果

使用以上方法近似函数: $y = \sin x + 1\ x \in [-1.2\ 7.5]$.

首先使用 ISODATA 聚类, 设置样本数 88 标准偏差参数 $\theta_s = 0.3$ 聚类后样本被分为 3 类, 各类的原型为: $y_1 = 0.8085x + 0.9840$ $y_2 = -0.7793x + 3.4425$ $y_3 = 0.7919x - 3.9556$ 各类的区间为: $[-1.2\ 1.5]$ 、 $[1.6\ 4.6]$ 、 $[4.7\ 7.5]$. 聚类效果如图 4 所示.

然后建立并使用粒子群算法优化模糊系统, 设置粒子群算法中种群规模 50, 迭代次数 200, 加速因子

1.4 惯性因子 0.8 最后得到优化后的系统最大误差 0.1546 规则输出为: $y_1 = 0.7526x + 0.8952$ $y_2 = -0.6143x + 3.4450$ $y_3 = 0.8423x - 4.3609$ 最后结果如图 5 所示. 增加迭代次数, 可进一步减小误差. 迭代 10000 次后最大误差降为 0.0325 运行结果如图 6 所示.

4 结论

本文提出了基于 ISODATA 聚类算法的自组织单输入单输出 T-S 模糊系统. 由于使用了基于原型的 ISODATA 聚类算法, 能自动优化系统结构, 避免了系统建模的复杂性. 同时使用粒子群算法优

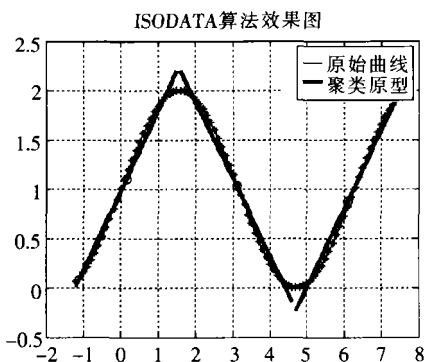


图 4 聚类效果图

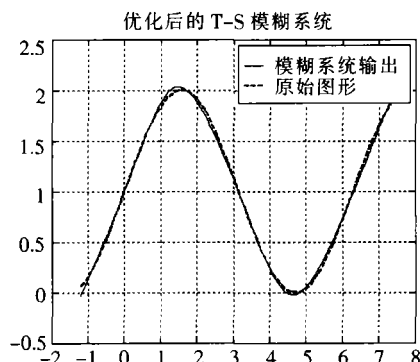


图 5 优化 200 次后的图形输出

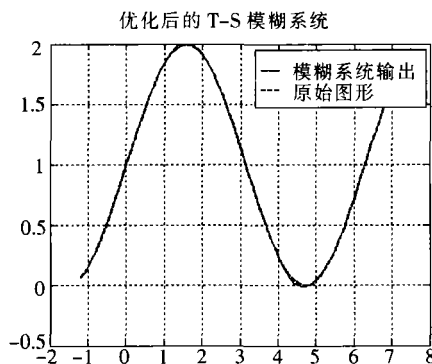


图 6 运行 10000 次后的结果

化系统参数提高了优化效率. 仿真结果显示了方法的有效性.

[参考文献] (References)

- [1] 王立新. 模糊系统: 挑战与机遇并存——十年研究之感悟 [J]. 自动化学报, 2001, 27 (4): 585-590
WANG Lixin. Fuzzy system: opportunity coexisting with challenge——digestion of ten-year research [J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(4): 585-590 (in Chinese)
- [2] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1992, 3(5): 807-814
- [3] WANG L X, MENDEL J M. Generating fuzzy rules by learning from examples [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1992, 22(6): 1414-1427
- [4] ABE S, LAN M S. Fuzzy rules extraction directly from numerical data for function approximation [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1995, 25: 119-129
- [5] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132
- [6] ROJAS I, POMARESH, ORTEGA J, et al. Self-organized fuzzy system generation from training examples [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2000, 8: 23-36
- [7] POMARESH, ROJAS I, ORTEGA J, et al. A systematic approach to a self-generating fuzzy rule-table for function approximation [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 2000, 30: 431-447
- [8] HONG T, LEE C. Induction of fuzzy rules and membership functions from training examples [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 84: 33-37
- [9] SHIGEO ABE, LAN MINGSHONG. Fuzzy rules extraction directly from numerical data for function approximation [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 2000, 25(1): 119-129
- [10] WU TZUPING, CHEN SHYMING. A new method for constructing membership functions and fuzzy rules from training examples [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Part B Cybernetics, 1999, 29(1): 25-40
- [11] ROJAS I, POMARESH, FERNANDEZ F J, et al. A new methodology to obtain fuzzy systems autonomously from training data [C] // IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings FUZZ-IEEE'99, Seoul [S. N.], 1999, 1: 527-532

- [12] HECTOR POMARES, IGNACIO ROJAS, JESÚS GONZÁLEZ, et al. Structure identification in complete rule-based fuzzy systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2002, 10(3): 349–359
- [13] JANETTE C. CANO, PATRICIA A. Nava. A fuzzy method for automatic generation of membership function using fuzzy relations from training examples [C] //Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS-FLINT 2002). New Orleans, 2002. 158–162
- [14] 李洪兴. 变论域自适应模糊控制器 [J]. 中国科学 (E 辑), 1999, 29(1): 32–42
LI Hongxing. Self-adaptive fuzzy controller with changing universe of discourse [J]. Science in China (Series E), 1999, 29(1): 32–42 (in Chinese)
- [15] SUDKAMPAT, HAMMELL R J. Interpolation, completion and learning fuzzy rules [J]. IEEE Trans Syst Man Cybern, 1994, 24: 332–342
- [16] 边肇祺. 模式识别 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 234–241.
BIAN Zhaoqi. Pattern Recognition [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 234–241. (in Chinese)
- [17] 高新波. 模糊聚类分析及其应用 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004
GAO Xinbo. Fuzzy Cluster Analysis and Its Applications [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2004. (in Chinese)
- [18] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks 1995. 1942–1948
- [19] EBERHART R, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory [C] // Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science, Nagoya, IEEE Service Center, 1995. 39–43
- [20] 刘靖明, 韩丽川, 侯立文. 一种新的聚类算法——粒子群聚类算法 [J]. 计算机工程与应用, 2005(20): 183–185.
LIU Jingming, HAN Lichuan, HOU Liven. A new cluster algorithm——particle swarm cluster algorithm [J]. Computer Engineering and Applications, 2005(20): 183–185 (in Chinese)

[责任编辑: 刘 健]

(上接第 51 页)

[参考文献] (References)

- [1] SCOLNICK H, ECHEBEST N, GUARDARUCCI M T, et al. A class of optimized row projection methods for solving large non-symmetric linear systems [J]. Appl Numer Math, 2002, 41(4): 499–513
- [2] CMMINO G. Calcolo approssimato per le soluzioni dei sistemi di equazioni lineari [J]. Ricerca Sci II 1938, 9: 326–333
- [3] LIU CHANGWEN. An acceleration scheme for row projection methods [J]. Jour Comp Appl Math, 1995, 57: 363–391
- [4] AHARONIR, CENSOR Y. Block-iterative projection methods for parallel computation of solutions to convex feasibility problems [J]. Linear Algebra Appl 1989, 120: 165–175
- [5] GUBN LG, POLYAK B T, RAKEV. The method of projections for finding the common point of convex sets [J]. USSR Comput Math Phys 1967, 7: 1–24
- [6] FLETCHER R. Practical Methods of Optimization [M]. 2nd ed. New York: Wiley, 1987: 199–202
- [7] GOLUB G H, VAN LOAN C F. Matrix Computations [M]. 3rd ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996. 223–606

[责任编辑: 刘 健]