带有输入滞后和状态滞后的一类不确定系统的鲁棒控制

辛云冰[1,3], 张 潜[2], 费树岷[1]

(1. 东南大学 自动控制系,江苏 南京 210096;
2. 淮南职业技术学院 工程技术系,安徽 淮南 233001;
3. 集美大学理学院,福建 厦门 321021)

[**摘要**] 主要研究了具有状态和输入均带有时滞的线性不确定系统的鲁棒镇定问题,进而导出了系统可以用一个无记忆的状态反馈控制率鲁棒镇定的充分条件,最后提出了一个鲁棒稳定化控制器的设计方法. 在系统的不确定部分满足模有界性条件下,采用 Lyapunov 泛函法和线性矩阵不等式(LMIs)方法,给出了该控制系统与时滞大小无关的鲁棒二次可镇定的充分条件与控制器的设计方案. 最后通过引入引理3,又给出如何求出满足条件的无记忆控制器的增益矩阵 K 的计算步骤.

[**关键词**] 不确定性,时滞,鲁棒镇定,线性矩阵不等式(LMIs)

[**中图分类号**] TP273$^+$.4 [**文献标识码**] A [**文章编号**] 1672-1292(2006)02-0008-05

The Robust Control for a Class of Uncertain Systems with Delayed State and Input

XIN Yunbing[1,3], ZHANG Qian[2], FEI Shumin[1]

(1. Department of Automation Control, Southeast University, Nanjing 210096, China;
2. Department of Engineering Technology, College of Huainan Vocational Technology, Huainan 233001, China;
3. College of Sciences, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: The paper is concerned with the robust stabilization of uncertain systems with delayed state and input, a sufficient condition for the stablization of the system is derived by using a memoryless linear state feedback control law. Based on that, a method for designing the robust stabilzing controllers is presented. And also in the paper, under the condition that the uncertainties of the system are norm-bounded, then by Lypunov V-functional and LMIs, a sufficient condition for the system's delay-independent robust quadratic stabilization and the method of its controller's design are offered. Finally, by introducing the Lemma 3, the steps of how to carry out the matrix K of the memoryless controller are also given.

Key words: uncertianty, time delay, robust stabilization, linear matrix inequalities(LMIs)

0 引言

时滞系统的控制问题一直是控制领域研究的热点之一,近年来取得了很多重要的进展[1-7],对于有时滞的线性时滞系统镇定性和鲁棒性研究主要在以下两个方面取得进展:一方面是研究与时滞大小无关(Delay-independent)的系统分析与控制器设计的问题[1,2,4,6]. 与时滞大小无关的控制器设计问题本质上是将系统时滞的影响作为系统扰动来处理的,处理方式的不一样和使用的技术方法的不同,所得的结果也不一样,保守性也难以估计,这样得到的条件只是充分的. 另一方面是研究与时滞相关(Delay-dependent)的系统分析与控制器设计[3,5]. 时滞大小相关的问题本质上利用了时滞对系统状态及状态变化率的影响,通过系统状态的积分变换和不等式放大技术达到对时滞信息的提取. 虽然在本质变换后的系统与原系统不完全等价,但大多数情况下是等价的,它的优势是所得结果减少了系统的保守性,特别对时滞参数较小的

收稿日期: 2005-04-10.
基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(A0440005)和福建省教育厅科技资助项目(JA03130).
作者简介: 辛云冰(1960-),副教授,主要从事泛函微分方程、非线性控制理论的研究. E-mail: xyb60@mail.hf.ah.cn

系统,它的控制器的存在性范围就会扩大很多.

对线性时滞系统而言,通常所用的系统分析与设计方法有:Lyapunov 函数法、Lyapunov-Krasovskii 泛函法、Razumikhin-Lyapunov 函数法以及 Riccati 方程(或不等式)方法和线性矩阵不等式(LMIs)方法等等.由于 LMIs 的求解具有其调节量少、易于计算的优点,在近 10 年来在很多方面都有广泛的应用[1,2,5,8].在前人研究基础上,本文采用 LMIs 方法,考虑带有控制输入时滞和状态时滞同时存在的不确定线性时滞系统,分析与设计它的无记忆状态反馈控制.因为考虑的参数多,系统不确定性范围广,为了体现我们的思想,本文仅考虑与时滞大小无关的系统鲁棒镇定问题.

1 问题描述

本文考虑如下的时滞微分系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [\boldsymbol{A} + \Delta \boldsymbol{A}(t)]x(t) + [\boldsymbol{A}_1 + \Delta \boldsymbol{A}_1(t)]\boldsymbol{x}(t-\tau_1) + \\ \qquad [\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t)]u(t) + [\boldsymbol{B}_d + \Delta \boldsymbol{B}_d(t)]\boldsymbol{u}(t-\tau_2) \\ \boldsymbol{x}(t) = \varphi(t),\ t \in [-\tau, 0],\ \tau = \max\{\tau_1, \tau_2\} \end{cases} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^n$ 是系统状态;$\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{R}^m$ 是系统控制输入;$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{B}_d$ 是具有适当维数的已知常数矩阵;$\Delta\boldsymbol{A}(t), \Delta\boldsymbol{A}_1(t), \Delta\boldsymbol{B}(t), \Delta\boldsymbol{B}_d(t)$ 是具有相应维数的未知实值矩阵,代表系统的时变参数不确定性;$\tau_1, \tau_2 \geqslant 0$ 分别表示系统的状态滞后和控制输入滞后常数;$\varphi \in C_n[-\tau, 0]$ 为系统初始函数并且在区间$[-\tau, 0]$上连续.

针对系统不确定性项 $\Delta\boldsymbol{A}(t), \Delta\boldsymbol{A}_1(t), \Delta\boldsymbol{B}(t), \Delta\boldsymbol{B}_d(t)$,通常假定它具有一定的结构,本文假定它具有如下模有界性条件,即:

$$[\Delta\boldsymbol{A}(t), \Delta\boldsymbol{B}(t)] = \boldsymbol{H}\boldsymbol{F}(t)[\boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2] \tag{2}$$

$$[\Delta\boldsymbol{A}_1(t), \Delta\boldsymbol{B}_d(t)] = \boldsymbol{H}_d\boldsymbol{F}(t)[\boldsymbol{E}_{1d}, \boldsymbol{E}_{2d}] \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}_d, \boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \boldsymbol{E}_{1d}, \boldsymbol{E}_{2d}$ 是具有适当维数的已知常数矩阵,$\boldsymbol{F}(t)$ 是具有适当维数并且关于 t 为勒贝格可测的实值矩阵函数,同时满足:

$$\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t) \leqslant \boldsymbol{I},\ \forall t \in [0, +\infty) \tag{4}$$

显然,式(4)代表的是系统不确定性的有界特性,是规格化的形式.如果存在实数 $\sigma > 0$ 使 $\boldsymbol{F}(t)$ 满足 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{F}(t) \leqslant \sigma^2\boldsymbol{I},\ \forall t \in [0, +\infty)$,只要用 $\sigma^{-1}(\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}_d, \boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \boldsymbol{E}_{1d}, \boldsymbol{E}_{2d})$ 代替 $\boldsymbol{H}, \boldsymbol{H}_d, \boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \boldsymbol{E}_{1d}, \boldsymbol{E}_{2d}$ 就有 $\boldsymbol{F}(t)$ 满足(4)式.以下对任何满足(2)-(4)的不确定性,一般称为系统容许不确定性.

对给定的不确定时滞系统(1),本文的任务是设计一个无记忆状态反馈控制律:

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{K}x(t) \tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{K} \in \boldsymbol{R}^{m\times n}$是反馈增益矩阵.使对系统任何容许不确定性及任意时滞参数 $\tau_1, \tau_2 \geqslant 0$,闭环系统(1)的零解是二次稳定的(二次稳定的定义见下节).

在叙述主要结果之前,首先介绍几个有用的引理,它们的证明可以参考文献[5]和[9].

引理 1 对任意的同维向量 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ 以及任意适当维数正定矩阵 $\boldsymbol{M} > 0$ 使得(6)成立:

$$2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \leqslant \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{y} \tag{6}$$

引理2(Schur补引理) 对给定的对称矩阵 $\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_{11} & \boldsymbol{s}_{12} \\ \boldsymbol{s}_{21} & \boldsymbol{s}_{22} \end{bmatrix}$,其中 $\boldsymbol{s}_{11}, \boldsymbol{s}_{22}$为方阵,则下面条件是等价的:

(1) $\boldsymbol{s} < 0$

(2) $\boldsymbol{s}_{11} < 0,\quad \boldsymbol{s}_{22} - \boldsymbol{s}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}_{11}^{-1}\boldsymbol{s}_{12} < 0$;

(3) $\boldsymbol{s}_{22} < 0,\quad \boldsymbol{s}_{11} - \boldsymbol{s}_{12}\boldsymbol{s}_{22}^{-1}\boldsymbol{s}_{12}^{\mathrm{T}} < 0$.

引理 3 设对称矩阵 $\boldsymbol{M}$ 可以表示为下面的形式:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{L}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_2^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{L}_2\boldsymbol{K}\boldsymbol{L}_1 \tag{7}$$

则 $\boldsymbol{M} < 0 \Leftrightarrow (\boldsymbol{L}_1^{\perp})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\boldsymbol{L}_1^{\perp} < 0$ 且 $\boldsymbol{L}_2^{\perp}\boldsymbol{L}(\boldsymbol{L}_2^{\perp})^{\mathrm{T}} < 0$,其中 $\boldsymbol{L}_1^{\perp}, \boldsymbol{L}_2^{\perp}$ 为 $\boldsymbol{L}_1, \boldsymbol{L}_2$ 的垂直矩阵.

该引理的证明参见文献[9] 定理2.4.1.

2 主要结果

将(2)-(5)式代入(1)式,可以得到下面的闭环系统:

$$\dot{x}(t)=(A+BK)x(t)+A_1x(t-\tau_1)+B_dKx(t-\tau_2)+ \\ HF(t)(E_1+E_2K)x(t)+H_dFE_{1d}x(t-\tau_1)+H_dFE_{2d}Kx(t-\tau_2) \tag{8}$$

定义1 给定系统(1),如果使得对于任何容许的不确定性,存在 Lyapunov 函数 $V(x)$ 沿着自由系统(1)($u=0$)解的导函数,满足

$$\dot{V}(x)<0,\ x\neq 0,\ \forall(x,t)\in R^n\times R$$

则称系统(1)是二次稳定的;如果存在一个无记忆状态反馈控制律(5),使得闭环系统(8)是二次型稳定的,则称系统(1)是鲁棒二次可镇定的,此时控制器(5)是系统(1)的一个无记忆状态反馈鲁棒镇定控制器.

定理1 对于系统(1),如果存在正定对称矩阵 P,反馈增益矩阵 K,使得(9)成立:

$$(A+BK)^TP+P(A+BK)+PA_1A_1^TP+PB_dKK^TB_d^TP+PHH^TP+ \\ (E_1+E_2K)^T(E_1+E_2K)+2PH_dH_d^TP+E_{1d}^TE_{1d}+K^TE_{2d}^TE_{2d}K+2I<0 \tag{9}$$

则对所有任何容许的不确定性,系统(1)是鲁棒可镇定的.

证明 如果存在矩阵 $P>0$, K 使得(9)式成立,可以取闭环系统(8)的 Lyapunov 泛函为:

$$V(x_t)=V_1(x_t)+V_2(x_t)+V_3(x_t)$$

其中, $V_1(x_t)=x^TPx$, $V_2(x_t)=\int_{t-\tau_1}^{t}x^T[I+E_{1d}^TE_{1d}]x\mathrm{d}\theta$, $V_3(x_t)=\int_{t-\tau_2}^{t}x^T[I+K^TE_{2d}^TE_{2d}K]x\mathrm{d}\theta$,则 V 沿闭环系统(8)解的导数为: $\dot{V}(x_t)=\dot{V}_1(x_t)+\dot{V}_2(x_t)+\dot{V}_3(x_t)$,

由引理(1),可以得到 $\dot{V}_i$, $i=1,2,3$,满足以下不等式:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(x_t)=\ &\dot{x}^TPx+x^TP\dot{x}\leqslant \\ &x^T(t)[(A+BK)^TP+P(A+BK)]x(t)+x^T(t)PA_1A_1^TPx(t)+ \\ &x^T(t-\tau_1)x(t-\tau_1)+x^T(t)PB_dKK^TB_d^TPx(t)+x^T(t-\tau_2)x(t-\tau_2)+ \\ &x^T(t)PHH^TPx(t)+x^T(t)(E_1+E_2K)^T(E_1+E_2K)x(t)+ \\ &x^T(t)PH_dH_d^TPx(t)+x^T(t-\tau_1)E_{1d}^TE_{1d}x(t-\tau_1)+ \\ &x^T(t)PH_dH_d^TPx(t)+x^T(t-\tau_2)K^TE_{2d}^TE_{2d}Kx(t-\tau_2)\end{aligned}$$

$$\dot{V}_2(x_t)=x^T(t)[I+E_{1d}^TE_{1d}]x(t)-x^T(t-\tau_1)[I+E_{1d}^TE_{1d}]x(t-\tau_1)$$

$$\dot{V}_3(x_t)=x^T(t)[I+K^TE_{2d}^TE_{2d}K]x(t)-x^T(t-\tau_2)[I+K^TE_{2d}^TE_{2d}K]x(t-\tau_2)$$

可见,

$$\begin{aligned}\dot{V}(x_t)=\ &\dot{V}_1(x_t)+\dot{V}_2(x_t)+\dot{V}_3(x_t)\leqslant \\ &x^T(t)[(A+BK)^TP+P(A+BK)+PA_1A_1^TP+PB_dKK^TB_d^TP+PHH^TP+ \\ &(E_1+E_2K)^T(E_1+E_2K)+2PH_dH_d^TP+E_{1d}^TE_{1d}+K^TE_{2d}^TE_{2d}K+2I]x(t)\end{aligned}$$

由(9)可知, $\forall x\neq 0$ 有 $\dot{V}(x_t)<0$.

由定理1可知,设计的主要目的就是寻求矩阵 $P>0$ 及控制器的增益 K 使(9)式成立. 然而如何根据(9)式来求解矩阵 $P>0$ 和 K 呢?所以给出下面的结论:

定理2 如果存在对称矩阵 $X>0$ 使不等式(10)成立,那么一定存在矩阵 K 可以使整个闭环系统(8)的解是二次稳定的

$$\Sigma^{\perp}\Phi(\Sigma^{\perp})^T<0 \tag{10}$$

其中, $\sum$ 的定义由(13)式给出.

证明 显然不等式(9)中求出矩阵 P,K 是很困难的,但是由引理2可知式(9)等价于式(11):

$$\begin{pmatrix} P(A+BK)+(A+BK)^{\mathrm{T}}P+S & (E_1+E_2K)^{\mathrm{T}} & PB_dK & PH & \sqrt{2}PH_d & PA_1 & (E_{2d}K)^{\mathrm{T}} \\ (E_1+E_2K) & -I & & & & & \\ (PB_dK)^{\mathrm{T}} & & -I & & & & \\ (PH)^{\mathrm{T}} & & & -I & & & \\ \sqrt{2}(PH_d)^{\mathrm{T}} & & & & -I & & \\ (PA_1)^{\mathrm{T}} & & & & & -I & \\ (E_{2d}K) & & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (11)$$

其中,$S = 2I + E_{1d}^{\mathrm{T}}E_{1d}$,对(11)两边同时乘 $\mathrm{diag}(P^{-1},I,I,I,I,I,I)$,同时由引理2,便得不等式(11)等价于

$$M = \begin{pmatrix} (A+BK)X+X(A+BK)^{\mathrm{T}} & X & X(E_1+E_2K)^{\mathrm{T}} & B_dK & H & \sqrt{2}H_d & A_1 & X(E_{2d}K)^{\mathrm{T}} \\ X & -S^{-1} & & & & & & \\ (E_1+E_2K)X & & -I & & & & & \\ (B_dK)^{\mathrm{T}} & & & -I & & & & \\ H^{\mathrm{T}} & & & & -I & & & \\ \sqrt{2}H_d^{\mathrm{T}} & & & & & -I & & \\ A_1^{\mathrm{T}} & & & & & & -I & \\ E_{2d}KX & & & & & & & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (12)$$

其中 $X = P^{-1}$. 记不等式(12)右端矩阵为 M,同时记 Φ,Φ_1:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Theta & X & XE_1^{\mathrm{T}} & 0 & H & \sqrt{2}H_d & A_1 & 0 \\ X & -S^{-1} & & & & & & \\ E_1X & & -I & & & & & \\ 0 & & & -I & & & & \\ H^{\mathrm{T}} & & & & -I & & & \\ \sqrt{2}H_d^{\mathrm{T}} & & & & & -I & & \\ A_1^{\mathrm{T}} & & & & & & -I & \\ 0 & & & & & & & -I \end{pmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{pmatrix} XK^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} & 0 & XK^{\mathrm{T}}E_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & XK^{\mathrm{T}}E_{2d}^{\mathrm{T}} \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ K^{\mathrm{T}}B_d^{\mathrm{T}} & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \end{pmatrix}$$

其中 $\Theta = AX + XA^{\mathrm{T}}$,那么 $M = \Phi + \Phi_1 + \Phi_1^{\mathrm{T}}$,再记:

$$\Pi = \begin{pmatrix} X & & & & & & & \\ & 0 & & & & & & \\ & & 0 & & & & & \\ & & & I & & & & \\ & & & & 0 & & & \\ & & & & & 0 & & \\ & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & 0 \end{pmatrix}, \quad \sum{}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} B^{\mathrm{T}} & 0 & E_2^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{2d}^{\mathrm{T}} \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ B_d & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \\ 0 & & & & & & & \end{pmatrix} \quad (13)$$

则 $\Phi_1 = \Pi K^{\mathrm{T}} \sum^{\mathrm{T}}$,从而得 $M = \Phi + \Pi^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\Sigma^{\mathrm{T}} + \Pi K\Sigma$,同时由引理3知,$M < 0 \Leftrightarrow (\Pi^{\perp})^{\mathrm{T}}\Phi\Pi^{\perp} < 0$ 且 $\Sigma^{\perp}\Phi(\Sigma^{\perp})^{\mathrm{T}} < 0$. 这里 $\Pi^{\perp}$ 可以取下面的形式:

$$\boldsymbol{\Pi}^{\perp}=\begin{pmatrix} \mathbf{0} & & & & & & & \\ \boldsymbol{I} & & & & & & & \\ & \boldsymbol{I} & & & & & & \\ & & \mathbf{0} & & & & & \\ & & \boldsymbol{I} & & & & & \\ & & & \boldsymbol{I} & & & & \\ & & & & \boldsymbol{I} & & & \\ & & & & & \boldsymbol{I} & & \end{pmatrix}\boldsymbol{Y},$$ $\boldsymbol{Y}$ 为适当维数的可逆矩阵.

所以$(\boldsymbol{\Pi}^{\perp})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Pi}^{\perp}<\mathbf{0}$成立,故$\boldsymbol{M}<\mathbf{0}\Leftrightarrow\boldsymbol{\Sigma}^{\perp}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Sigma}^{\perp})^{\mathrm{T}}<\mathbf{0}$. 由$\boldsymbol{\Phi}$的表达式可知,不等式$\boldsymbol{\Sigma}^{\perp}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Sigma}^{\perp})^{\mathrm{T}}<\mathbf{0}$中仅含有未知参数$\boldsymbol{X}$,所以由$\boldsymbol{\Sigma}^{\perp}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Sigma}^{\perp})^{\mathrm{T}}<\mathbf{0}$可解出$\boldsymbol{X}$,然后代入不等式(12),从而求解出控制器增益矩阵$\boldsymbol{K}$. 定理证毕.

由定理2可知,对任意容许的不确定性,系统(1)可鲁棒二次镇定的条件是不等式(10)可解. 于是对系统(1)的控制器设计可遵循以下的设计步骤:

(1) 由线性矩阵不等式(10),求解正定矩阵$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{X}^{-1}$;

(2) 如果有解$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{X}^{-1}$,将$\boldsymbol{X}^{-1}$代入不等式(12),求解出控制器增益矩阵$\boldsymbol{K}$,从而得到满足设计要求的系统(1)的状态反馈控制器(5).

3 结束语

本文针对同时状态与输入都具有时滞的线性不确定时滞系统,研究了它的鲁棒二次可镇定的条件,该条件是由线性不等式的形式给出,易于验证是否有解. 本文的结果是时滞无关型的,保守性是比较大的. 为减少保守性,可研究系统(1)与时滞相关的鲁棒稳定性条件,作者将另文讨论.

[参考文献](References)

[1] 王景成, 苏宏业, 褚健. 一类不确定时滞系统的鲁棒H^{∞}控制器设计[J]. 自动化学报, 1998, 24(4): 566-569.
WANG Jingcheng, SU Hongye, CHU Jian. The robust H^{∞} controllers' design for a class of uncertain systems with time-delay[J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(4): 566-569. (in Chinese)

[2] 俞立, 褚健. 具有滞后输入的不确定系统的鲁棒稳定[J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 277-280.
YU Li, CHU Jian. The robust stability for the uncertain systems with delayed input[J]. Control Theroy and Its Application, 1998, 15(2):277-280. (in Chinese)

[3] 徐簿功. 不确定线性时滞系统的时滞依赖的稳定性[J]. 控制理论与应用, 1996,13(4):426-431.
XU Bugong. Delay-dependent stability for linear uncertain time-delay systems[J]. Control Theory and Its Application, 1996, 13(4): 426-431. (in Chinese)

[4] 田连江, 高为炳. 时滞不确定系统的鲁棒性分析[J]. 自动化学报, 1994, 20(5): 584-588.
TIAN Lianjiang, GAO Weibing. The robust analysis of uncertain systems with time-delay[J]. Acta Automatica Sinica, 1994, 20(5): 584-588. (in Chinese)

[5] 姜偕富, 费树岷. 线性时滞系统依赖于时滞的H^{∞}状态反馈控制[J]. 自动化学报, 2001, 27(1): 108-114.
JIANG Kaifu, FEI Shumin. The delay-dependent H^{∞} state feedback control of linear system with time-delay[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(1): 108-114. (in Chinese)

[6] 杨富文. 时滞系统的H^{∞}状态反馈控制[J]. 控制与决策, 1997, 12(1): 68-72.
YANG Fuwen. The H^{∞} state feedback control for systems with time-delay[J]. Control and Decision, 1997, 12(1): 68-72. (in Chinese)

[7] 田连江, 高为炳. 线性时滞不确定系统的鲁棒性研究[J]. 控制理论与应用, 1993, 10(6):718-723.
TIAN Lianjiang, GAO Weibing. The robust analysis of linear uncertain systems with time-delay[J]. Control Theory and Its Application, 1993, 10(6): 718-723. (in Chinese)

[8] KAME H, KOBAYASHI H, MON T. Robust H^{∞} performance for linear-differential systems with time-varing uncertainties[J]. IEEE Trans Autom Control, 1998, 43(2): 223-226.

[9] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
YU Li. The Robust Control —Linear Matrix Inequalities[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)

[责任编辑:严海琳]