

利用 FDTD 与传输方程混合计算散射系数的方法

周百新, 王思聪

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 利用 FDTD (Finite-Difference Time-Domain) 方法分析天线等无耗传输线馈电问题的散射系数时, 为了得到输入电压和反射电压的时域信号, 必须将 FDTD 仿真程序重复运行两遍. 这对计算域较大的问题来说要花费很长的仿真时间和占用较大的存储容量, 而实际散射系数中用到的端口输入电压与激励信号在时域波形上必须完全一致, 只不过因为输入端口取样位置的不同, 输入电压相对于激励信号在时间上有所延迟. 对于无耗传输线其反射电压的最大值与输入电压的最大值应该相等. 因此, 利用已知的输入电压取样位置和电磁波的传输速度, 并结合无耗传输线的波动方程(电报方程), 可以从理论上推导出输入电压的时域波形和表示方程. 这样在计算散射参数时就不需要用 FDTD 仿真来获得输入信号, 而只需要进行一次 FDTD 运算获得所需的反射信号即可. 在此不仅推导出了无耗传输线上任意一点电压、电流的时域表达式, 还利用它计算出了微带线馈电的矩形贴片天线和低通滤波器的散射参数, 并与二次 FDTD 仿真获得的结果进行了对比, 二者结果完全一致. 但使用此方法使仿真时间和存储量都节约了一倍.

[关键词] FDTD(时域有限差分), 传输方程, 散射系数, 存储量, 仿真时间

[中图分类号] O441.5 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2006)03-0014-04

A Method to Calculate Scattering Parameters in Combination with FDTD Simulation and Transmission Equation

ZHOU Baixin, WANG Sicong

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract The FDTD simulation procedure must be run twice when it is used to calculate the scattering parameters of the antenna and other objects fed with the lossless transmission line in order to obtain the time domain input voltage and output voltage distribution. Therefore, the larger the FDTD computational domain is, the larger the simulation time and storage space is required. However, the input voltage distribution is only the voltage excitation source delayed in time. On the lossless transmission line, the reflection voltage is equal to the input voltage in the amplitude, so a formulation and the distribution of the input voltage in time domain can be found in theory by using the distance from the observe point to the excitation source, electromagnetic field propagating speed and the transmission equation (or telegraph equation). The FDTD simulation program needn't been run to obtain the input voltage when the scattering parameters are calculated. In this method, the FDTD program is only run once to obtain the reflection voltage distribution in time. This paper not only gives out the time domain equation of the input voltage and current on a point of the lossless transmission line, but also calculates the scattering parameters of a patch antenna and a low-pass filter with the method. The numerical experiments have shown that the method in this paper is in good agreement with that from the twice's FDTD simulation. The storage space and the simulation time are all reduced even to a half as usual.

Key words FDTD (Finite-Difference Time-Domain), transmission equation, scattering parameters, storage space, simulation time

收稿日期: 2006-03-12

基金项目: 南京师范大学“211”学科建设经费资助项目(1843202529).

作者简介: 周百新(1957-), 女, 副教授, 主要从事电子技术应用和电磁场的数值计算等方面的教学与研究.

E-mail: zhoubaixin@njnu.edu.cn

0 引言

自从 1966 年 YEE 提出 FDTD^[1] 方法以来, 它已经被广泛用于解决电磁问题^[2-4]. 在用常规 FDTD 计算天线等无耗传输线馈电问题的散射系数时, 往往需要进行二次 FDTD 仿真运算: 一次是要得到无耗传输线上时域输入电压信号, 另一次是要得到时域反射信号或透射电压信号, 如散射系数公式 $S_{11} = \frac{V_r(t)}{V_{li}(t)}$;

$S_{12} = \frac{V_t(t)}{V_{2i}(t)}$ 中的入射电压 $V_i(t)$ 和反射电压 $V_r(t)$ 、透射电压 $V_t(t)$.

在计算域较大时, 二次 FDTD 计算将要占用较多的存储容量和计算时间. 实际散射参数中用到的无耗传输线上端口输入电压与激励信号在时域波形上必须完全一致, 只不过因为输入端口取样位置的不同, 输入电压相对于激励信号在时间上有所延迟. 对于无耗传输线其反射电压的最大值与输入电压的最大值应该相等. 因此, 利用已知的输入电压取样位置和电磁波的传输速度, 并结合无损传输线的波动方程 (电报方程) 和一次 FDTD 仿真结果, 可以从理论上推导出输入电压的时域波形和表示方程. 这样在计算散射参数时就不需要用 FDTD 仿真来获得输入信号, 而只需要进行一次 FDTD 运算获得所需的反射信号即可.

本文提出了一种基于理论计算求出输入电压 V_i 的方法. 它根据所加的宽频脉冲激励源用无耗线波动方程推导出了输入电压, 而不是用 FDTD 仿真计算输入电压 V , 这样只需进行一次 FDTD 运算得到反射或透射信号, 就可以求得反射或透射等散射系数. 这对于计算域较大或网格数较多时, 将会大大节约存储量和运算时间.

1 输入电压的理论推导

已知均匀传输线的波动方程为:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial i}{\partial x} &= G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \\ -\frac{\partial u}{\partial x} &= R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

对于无损传输线, 令 $R_0 = 0$ $G_0 = 0$ 然后将式 (1) 两边分别对 x 、 t 求导, 经整理可得:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= C_0 L_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

对式 (2) 两边同取拉氏变换:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U(X, S)}{dX^2} &= L_0 C_0 [S^2 U(X, S) - SU(X, 0) - U'(X, 0)] \\ \frac{d^2 I(X, S)}{dX^2} &= L_0 C_0 [S^2 I(X, S) - SI(X, 0) - I'(X, 0)] \end{aligned} \quad (3)$$

若电路为零状态, 则 $U(X, 0) = U'(X, 0) = 0$ $I(X, 0) = I'(X, 0) = 0$ 所以, 有:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 U(X, S)}{dX^2} &= L_0 C_0 S^2 U(X, S) \\ \frac{d^2 I(X, S)}{dX^2} &= L_0 C_0 S^2 I(X, S) \end{aligned} \quad (4)$$

对式 (4) 求解得: $U(X, S) = U^+(S) e^{-xs/v} + U^-(S) e^{xs/v}$, $I(X, S) = I^+(S) e^{-sx/v} - I^-(S) e^{sx/v}$. 式中, $v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ 为波动速度. 在零状态下, 对式 (1) 两边同取拉普拉斯变换, ($R_0 = 0$ $G_0 = 0$) 有:

$$\begin{aligned} -\frac{dI(X, S)}{dX} &= C_0 U(X, S) \\ -\frac{dU(X, S)}{dX} &= L_0 I(X, S) \end{aligned} \quad (5)$$

对 (5) 式求解, 可得: $I(X, S) = \frac{U(X, S)}{\sqrt{L_0/C_0}}$ 令 $Z_c = \sqrt{L_0/C_0}$ 为传输线的特性阻抗. 则:

$$U(X, S) = U^+(S) e^{-xs/v} + U^-(S) e^{sx/v}$$
$$I(X, S) = [U^+(S) e^{-sx/v}] / Z_c - [U^-(S) e^{sx/v}] / Z_c$$

其中, $U^+(S) e^{-sx/v}$ 为入射电压的拉普拉斯变换; $U^-(S) e^{sx/v}$ 为反射电压的拉普拉斯变换. 如果无反射时: $U(X, S) = U^+(S) e^{-sx/v}$, 对其进行拉普拉斯反变换, 得 $u(x, t) = U_s \cdot 1(t - x/v)$, 即为入射电压 U_i 与位置 x 和时间 t 及源电压 U_s 的函数.

若假设 U_s 为高斯源, 则:

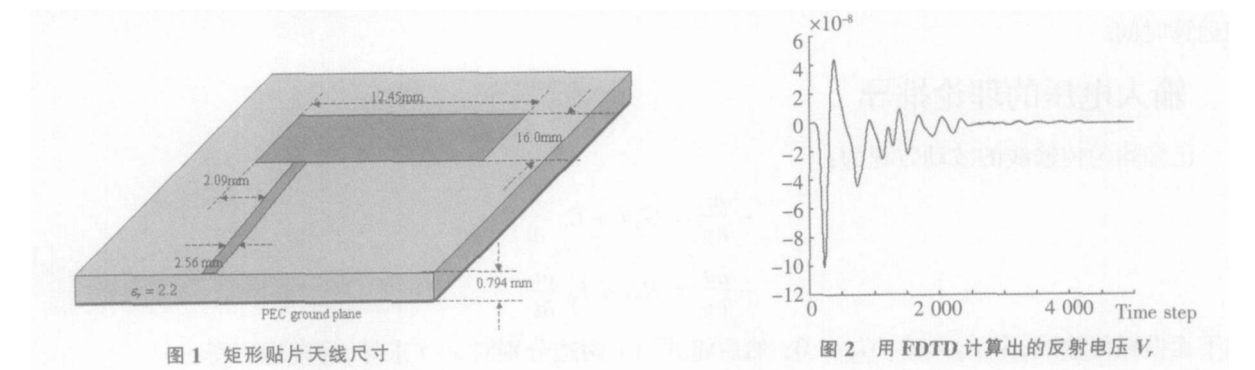
$$U_s = A e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2}$$
$$u(x, t) = A e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2} \cdot 1(t - x/v) = A e^{-\left(\frac{t-t_0-t_p}{\tau}\right)^2}$$

式中, $t_p = x/v$ 为从源 U_s 到传输线上计算点 (x, y) 处的传输时间 (设波沿 x 方向传输); A 为入射电压的幅值. 对于无耗传输线, 且激励源为瞬时信号时, A 值应等于 FDTD 计算得到的反射电压最大值.

2 实例计算

2.1 贴片天线

采用微带线馈电的矩形贴片天线, 其尺寸如图 1 所示^[4].



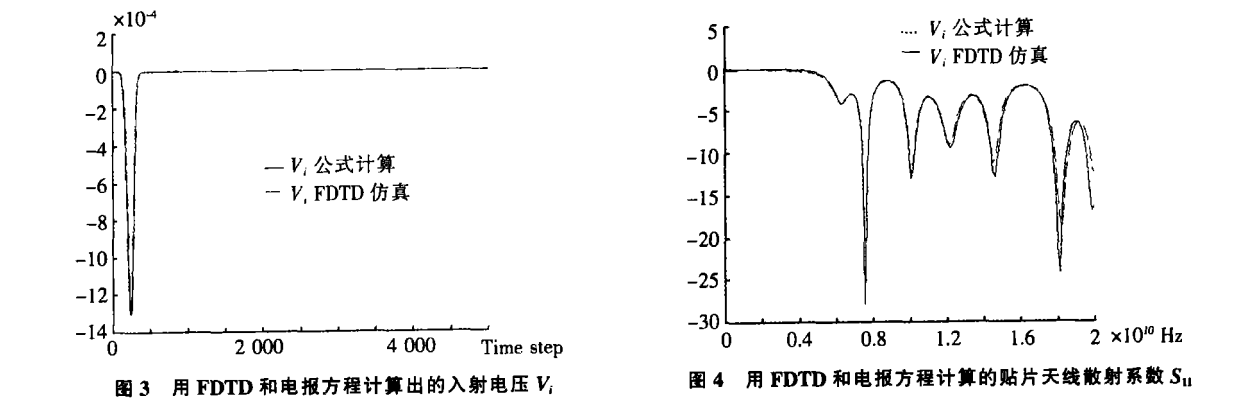
(1) 用 FDTD 方法计算反射电压 U_r .

FDTD 参数: $\Delta x = 0.389\text{ mm}$ $\Delta y = 0.400\text{ mm}$ $\Delta z = 0.265\text{ mm}$ $\Delta t = 0.441\text{ ps}$ $\tau = 26.46\text{ ps}$ $t_0 = 2.5\tau$ 计算域为 $60 \times 100 \times 16$ 计算 5000 时间步长. 激励源采用瞬时高斯波 $U_s = e^{(t)} = e^{-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2}$. 反射电压 U_r 的波形如图 2 所示.

(2) 用式 (7) 计算输入电压 U_i .

为了避免干扰, 使只有 TEM 波在其中传播, 选取反射面距源面 20 个网格, 即 $y = 20\Delta y$. 则 $t_p = y/v$, $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$. v 为电磁波在基片介质 ϵ_r 中的传播速度, $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$ 为自由空间中的光速.

用式 (9) 计算输入电压 U_i 与 FDTD 计算出的入射电压几乎完全一致 (如图 3 所示). 并由此计算出的散射系数 S_{11} (如图 4 所示).



2.2 低通滤波器

低通滤波器尺寸如图 5 所示^[4]. FDTD 参数: $\Delta x = 0.406$ 4 mm, $\Delta y = 0.423$ 3 mm, $\Delta z = 0.265$ mm, $\Delta t = 0.441$ ps, $\tau = 26.46$ ps, $t_0 = 2.5\tau$. 计算域为 $80 \times 100 \times 16$. 计算 5000 时间步长. 反射面选在离源 $y_1 = 20\Delta y$ 处, 透射面选在 port2 的 $y_2 = 20\Delta y + yp_2$ 处. 则 $t_{p1} = \frac{y_1}{v}$; $t_{p2} = \frac{y_2}{v}$. 代入式 (9) 计算出输入电压 U_{i1} 、 U_{i2} , 并与 FDTD 计算出的反射、透射电压一起, 计算出散射系数 S_{11} 、 S_{12} 如图 6 图 7 所示. 其结果与二次 FDTD 计算所得到的参数曲线非常一致.

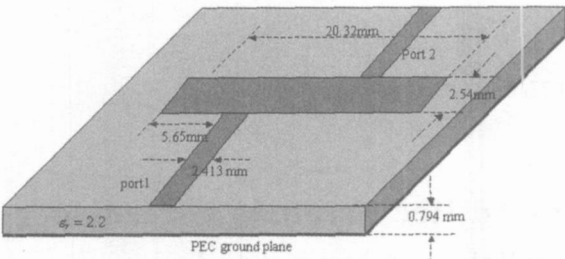


图 5 低通滤波器的尺寸

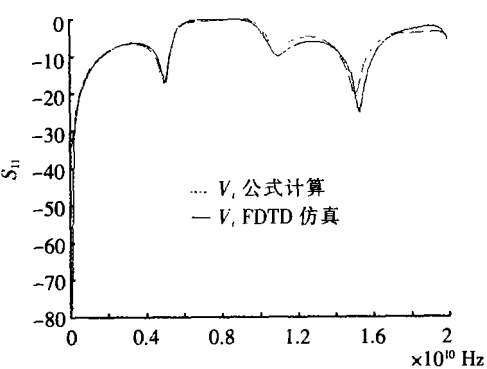


图 6 用 FDTD 和传输方程计算的低通滤波器 S_{11}

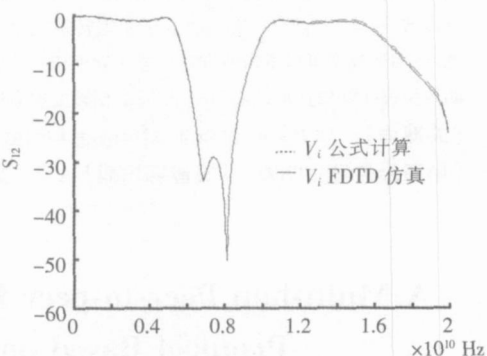


图 7 用 FDTD 和传输方程计算的低通滤波器 S_{12}

3 结论

本文利用无耗传输线的波动方程 (电报方程), 推导出了传输线上任意一点电压、电流的时域表达式. 并利用它计算了微带线馈电的矩形贴片天线和低通滤波器的散射参数. 在只进行一次 FDTD 运算得到反射、透射电压后, 利用 Matlab 仿真软件计算、画出入射电压和散射系数 S_{11} 、 S_{12} , 其结果与使用二次 FDTD 仿真计算得到的参数曲线非常一致. 但本文提出的方法节约了一倍的存储量和计算时间.

[参考文献] (References)

[1] YEE K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equation in isotropic media[J]. IEEE Trans Antennas Propagat. 1966, AP-14: 302-307.

[2] TAFLOVE A, UMASHANKAR K R. The finite difference time domain method for electromagnetic scattering and interaction problems[J]. J Electromagn Waves and Appl. 1987, 1(3): 243-267.

[3] CANGELLARIS A C, LIN C C, MEIK K. Pointmatched time domain finite element methods for electromagnetic radiation and scattering[J]. IEEE Trans Antennas Propagat. 1987, AP-35: 1160-1173.

[4] SHEEN D M, SAMIM ALL. Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Tech. 1990, 38(7): 849-857.

[责任编辑: 刘健]