高等院校教师人才流动的 Markov-chain预测模型

昝　欣[1], 宗　鹏[2], 吴祈宗[1]

(1. 北京理工大学 管理与经济学院,北京 100081; 2. 唐山师范学院 数学系,河北 唐山 063000)

[摘要] 介绍并解析随机过程理论中的马尔科夫过程与马尔科夫链;针对高等院校教师人才流动变化过程,利用马尔科夫过程分析方法建立描述人员流动变化趋势的 Markov-chain预测模型,详细阐述了模型的算法步骤. 以某所高等院校教师人才流动的状态转移数据作为算例,运用新建立的预测模型,对该院校教师人才的流动趋势做出了预测分析. 最后,将教师进修状态纳入分析范围,进行了教师职业生涯和职务发展趋势预测的深入分析. 应用模型对实际算例的求解结果表明:Markov-chain预测模型及算法,叙述简洁、运算方便,为高等院校教师人才流动,乃至其他行业人才流动的预测提供了一种新的、有效的思路和方法.

[关键词] 人才流动,马尔科夫过程,马尔科夫链,Markov-chain预测模型,人力资源

[中图分类号] F273　[文献标识码] A　[文章编号] 1672-1292(2006)03-0075-04

Markov-chain Forecasting Model for Talents Flowage in Institutions of Higher Education

ZAN Xin[1], ZONG Peng[2], WU Qizong[1]

(1. School of Administration and Economy, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2. Department of Mathematics, Tangshan Teacher's College, Tangshan 063000, China)

Abstract: This paper introduces and analyzes Markov process and Markov chain of stochastic process theory firstly. Then, aiming at the process of talents flowage in institutions of higher education, it presents a forecasting model named Markov-chain forecasting model which can describe the tendency of the talents flowage, and elaborates the algorithm step in detail. With the dada of state - transfer of teachers of one college as an example, it makes the tendency forecast analysis by means of the model. Finally, it also takes the state of teachers taking advanced courses into consideration, carries on thorough analysis of the teacher profession and development tendency forecast. Operation result indicates that the Markov-chain forecasting model and the algorithm is succinct and convenient, which offers a new idea for forecasting the trend of talents flowage in organizations.

Key words: talents flowage, markov process, markov chain, markov-chain forecasting model, human resources

当前,在“科教兴国”方针的指导下,高等院校的教育工作受到了党内外人士的普遍关注. 作为高等教育竞争要素之一的高等院校教师人才,其流动情况也日益成为高等院校中从事人力资源管理人员开展业务的重要指标和依据. 本文根据马尔科夫过程和马尔科夫链 (Markov - chain)的基本原理与方法,建立了高等院校教师人才流动的 Markov - chain预测模型,目的是为高等院校教师人才流动趋势的预测提供一种新的思路和方法.

1　马尔科夫过程与马尔科夫链

当给定了过程现在所处的状态,如果过程将来发展的概率规律与过程的历史无关,那么这一过程称为马尔科夫过程. 若状态空间为离散的则称为马尔科夫链. 马尔科夫链的有限状态空间中的状态可以分为吸收态和非吸收态两大类. 过程一旦进入吸收态就永远停留在该状态. 从状态 i出发经过一步转移到达状态 j的概率称为马尔科夫链的一步转移概率 p_{ij},记 $P = (p_{ij})$为一步转移概率矩阵. 根据线性代数的理论,若状

收稿日期: 2006-02-12.
作者简介: 昝　欣 (1978-),女,博士研究生,主要从事运筹与管理、决策理论与方法等方面的学习与研究. E-mail: zanxin@bit.edu.cn

态空间中含有吸收态,则矩阵 P可以分块如下:

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Q & R \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}$$

,其中 Q中元素为由非吸收态到非吸收态的一步转移概率;R中元素为由非吸收态经过一步转移到达吸收态的概率;而 I为单位阵,表示由吸收态到吸收态的一步转移概率矩阵.根据全概率公式及 C - K方程,由状态 i出发经过 n步转移的 n步转移概率矩阵为:$P^{(n)}=\begin{bmatrix} Q^n & (I-Q)^{-1}(I^n-Q^n)R \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}$,而当 $n\to\infty$时,$Q^n\to 0$(因为 Q中元素都小于 1).故上式变为:$P^{(n)}=\begin{bmatrix} Q^n & (I-Q)^{-1}R \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}$.

上式表示过程全被吸收,而 $(I-Q)^{-1}R$的元素表示过程目前处于非吸收态最终进入吸收态的概率.若令 $B=(I-Q)^{-1}R$,则 B中的元素为由非吸收态出发最终到达吸收态的概率,称矩阵 B为全转移概率矩阵.记 $C=(c_{ik})$为一步转移条件概率矩阵,其中 c_{ik}表示由状态 i出发在最终到达某一吸收态 j的条件下,在到达吸收态 j之前一步转移到状态 k的概率.由条件概率公式 $C_j=\tilde{B}_j^{-1}Q\tilde{B}_j$,其中 $\tilde{B}_j=\mathrm{diag}[b_{1j},b_{2j},\cdots]$.由非吸收状态 i出发在最终到达吸收态的条件下,访问各非吸收态的平均时间可由公式 $T_j=(t_{ij})=\sum_{n=0}^{\infty}c_{ij}(n)=\sum_{n=0}^{\infty}c_{ij}^{n}(1)=(I-c_j)^{-1}$来确定.

2　Markov-chain预测模型及算法步骤

高等院校教师人才流动变化过程可以近似看作一个马尔科夫链,因此可以使用马尔科夫过程分析方法建立描述人员流动变化趋势的 Markov-chain预测模型.设高等院校教师的状态可以划分为初级教师、中级教师、高级教师、离职进修(指当年人事档案留在该校而外出进修的人员)、调离和退休 6种状态,其中前 4种为非吸收态,后两种为吸收态,其状态转移示意图如图 1所示.

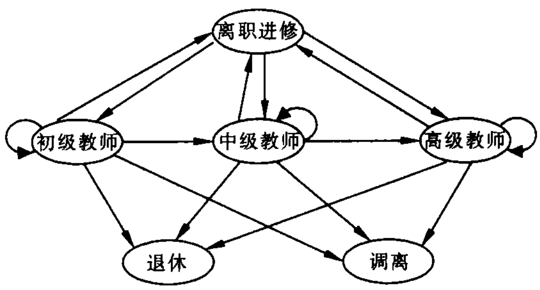

图 1　高等院校教师流动状态转移示意图

图 1直观地表达了各状态间的转移规律.例如由状态初级教师出发可到达初级教师、中级教师、高级教师、离职进修、调离、退休 6种状态.而状态调离或退修却不能到达任何其他状态,由初、中、高级教师状态分别转移到离职进修状态的人员在进修结束的当年仍然返回到原状态.例如由某初级教师外出进修几年后在返回该校的当年仍然是初级教师(暂不考虑其在进修期间的职称变动).运用马尔科夫链模型预测高等院校教师人才流动变化趋势的算法步骤如下:

第一步:确定高等院校教师流动的一步状态转移概率矩阵 P,$P=(p_{ij})=\begin{pmatrix} Q & R \\ \mathbf{0} & I \end{pmatrix}$,其中 Q为由非吸收态到非吸收态的一步转移概率矩阵;R为由非吸收态到吸收态的一步转移概率矩阵;I为 2 ×2阶方阵.

第二步:计算全转移概率矩阵 B,$B=(I-Q)^{-1}R=\begin{bmatrix} b_{15} & b_{25} & b_{35} & b_{45} \\ b_{16} & b_{26} & b_{36} & b_{46} \end{bmatrix}^{T}$,其中 b_{ij}表示由非吸收状态 i出发经过 n步转移最终到达吸收态的概率.

第三步:确定一步转移条件概率矩阵 c_j,

令 $\tilde{B}_j=\begin{bmatrix} b_{1j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{2j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{3j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{4j} \end{bmatrix}$,则 $c_j=\tilde{B}_j^{-1}Q\tilde{B}_j$.

第四步:计算平均访问时间 $T_j, T_j = (t_{ij}) = \sum_{n=1}^{6} c_{ij}(n) = \sum_{n=1}^{6} c_{ij}^{n}(1) = (I - c_j)^{-1}$,这里 t_{ij}表示某教师由状态 i出发在到达调离及退休两状态之前到达其他各状态的平均时间.

3　算例

在获得高等院校 A人事处 2000～2003年教师人才的流动统计数据的基础上,按照"初级教师、中级教师、高级教师、离职进修、调离、退休"6种状态之间的状态转移情况,列出状态转移数据表如表 1所示.

表 1　高等院校 A教师人才状态转移数据表　　单位 /人

年份	教师状态	初级教师	中级教师	高级教师	离职进修	调离	退休	总人数
2001	初级教师	105	29	0	15	2	0	151
	中级教师	0	141	47	34	5	1	228
	高级教师	0	0	118	7	6	5	136
	离职进修	12	22	4	18	0	0	56
2002	初级教师	97	29	0	15	5	2	148
	中级教师	0	109	32	26	1	2	170
	高级教师	0	0	154	8	0	3	165
	离职进修	12	17	4	16	0	0	49
2003	初级教师	85	40	0	14	1	0	140
	中级教师	0	79	32	21	4	2	138
	高级教师	0	0	166	9	4	7	186
	离职进修	11	14	5	14	0	0	44

表中数据是指每年处于某状态的教师在上一年某类人员总数的基础上当年转到其他状态的人数.如 2001年在 2000年共有 151名初级教师的基础上,有 105人继续停留在初级教师的位置,有 29人转成中级教师,有 15人离职进修,有 2人调离.

如前所述,由初、中、高级教师状态分别转移到离职进修状态的人员在进修结束的当年仍然返回到原状态,因此,结合实际问题,当不考虑离职进修这一状态时,教师状态转移情况如图 2所示.

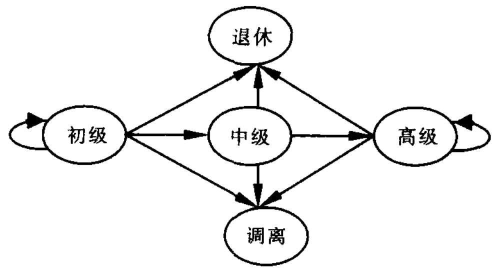

图 2　高等院校 A教师状态转移示意图

从而,该高等院校教师人才流动的一步状态转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.777 & 0.202 & 0 & 0.017 & 0.004 \\ 0 & 0.801 & 0.175 & 0.016 & 0.008 \\ 0 & 0 & 0.949 & 0.021 & 0.03 \end{bmatrix},$$

其中 $Q = \begin{bmatrix} 0.777 & 0.202 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.175 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{bmatrix}$, $R = \begin{bmatrix} 0.017 & 0.004 \\ 0.016 & 0.008 \\ 0.021 & 0.03 \end{bmatrix}$.

经计算得 $B = \begin{bmatrix} 0.477 & 0.523 \\ 0.443 & 0.557 \\ 0.412 & 0.588 \end{bmatrix}$, $C_4 = \begin{bmatrix} 0.777 & 0.187 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.163 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{bmatrix}$, $C_5 = \begin{bmatrix} 0.777 & 0.215 & 0 \\ 0 & 0.801 & 0.185 \\ 0 & 0 & 0.949 \end{bmatrix}$,

$$T_4 = \begin{bmatrix} 4.484 & 4.222 & 13.481 \\ 0 & 5.025 & 16.045 \\ 0 & 0 & 19.608 \end{bmatrix} \text{及 } T_5 = \begin{bmatrix} 4.484 & 4.853 & 17.57 \\ 0 & 5.025 & 18.194 \\ 0 & 0 & 19.608 \end{bmatrix}.$$

由矩阵 T_4、T_5可知,高等院校 A教师最终到达调离、退休两个吸收状态之前的平均年限.例如,某初级教师最终调离该校之前,担任初级、中级、高级教师的平均年限分别为:4.484、4.222、13.481年;又如,某中级教师最终退休之前,担任中级、高级教师的平均年限分别为:5.025、18.194年.

4　问题解析

在以上研究中,应用 Markov-chain预测模型对高等院校 A的人员流动变化趋势做出预测,但是没有考

虑由于教师进修学习而发生的人员流动的变化,若把教师进修状态加以考虑,则由表 1及图 1可得各状态间的一步状态转移概率矩阵:

$$P=\begin{bmatrix}0.652 & 0.225 & 0 & 0.1 & 0.018 & 0.005\\ 0 & 0.61 & 0.21 & 0.151 & 0.019 & 0.01\\ 0 & 0 & 0.898 & 0.049 & 0.022 & 0.031\\ 0.236 & 0.353 & 0.089 & 0.322 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

应用矩阵 P可预测该校某教师处于某种状态下经过若干年的变化情况. 例如应用矩阵 P来预测 2003年该校某进修教师在 2003年后的状态转移情况. 该进修教师在 2003年所处的状态向量为 $\pi_0=(0, 0, 0, 1, 0, 0)$,则 2003年之后的 10年间该教师所处的状态向量经计算为:

$\pi_1=\pi_0 P=(0.236, 0.353, 0.089, 0.322, 0, 0)$,

$\pi_2=\pi_1 P=(0.23, 0.382, 0.183, 0.185, 0.013, 0.007)$,

$\pi_3=\pi_2 P=(0.194, 0.35, 0.261, 0.149, 0.028, 0.018)$,

$\pi_4=\pi_3 P=(0.161, 0.31, 0.321, 0.133, 0.044, 0.03)$,

$\pi_5=\pi_4 P=(0.137, 0.272, 0.365, 0.121, 0.06, 0.45)$,

$\pi_6=\pi_5 P=(0.118, 0.24, 0.396, 0.112, 0.06, 0.45)$,

$\pi_7=\pi_6 P=(0.103, 0.212, 0.416, 0.103, 0.091, 0.074)$,

$\pi_8=\pi_7 P=(0.092, 0.189, 0.427, 0.096, 0.106, 0.09)$,

$\pi_9=\pi_8 P=(0.082, 0.17, 0.432, 0.09, 0.121, 0.106)$,

$\pi_{10}=\pi_9 P=(0.075, 0.154, 0.43, 0.084, 0.135, 0.121)$.

以上向量的各元素依次表示在 2003年已知该教师处于进修状态的情况下,进修结束返回学校后直到其调离或退休的概率如图 3所示. 进修结束返校后担任初级教师、中级教师、高级教师的概率如图 4所示.

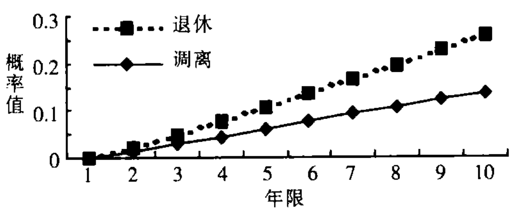

图 3　高等院校 A 单个进修教师职业生涯趋势图

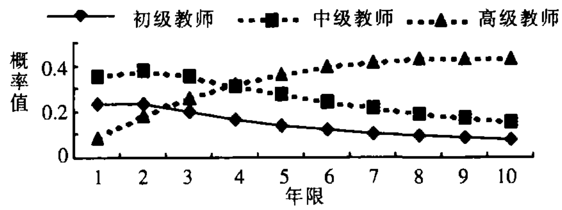

图 4　高等院校 A 单个进修教师职务发展趋势图

5　结语

本文建立的预测模型对趋势预测分析、具体业务环节当中的下个阶段人员招聘等工作具有一定的辅助和借鉴意义. 无论针对高等院校教师人才的流动状况,还是企业集团人才的流动状况,该模型都能够较好地解决组织中人才流动趋势预测的问题,为人力资源管理提供参考与帮助. 但是,模型本身还有待于在不断的实践过程中进一步地修改和完善.

[参考文献] (References)

[1] 李涛,何平林. 基于马尔科夫链的人力资本定价模型[J]. 现代电力, 2003, 20(2): 85−89.
LI Tao, HE Pinglin. Human capital price decision model based on Markov chain [J]. Modern Electric Power, 2003, 20(2): 85−89. (in Chinese)

[2] 夏莉,黄正洪. 马尔科夫链在股票价格预测中的应用[J]. 商业研究, 2003, 270(10): 62−65.
XIA Li, HUANG Zhenghong. Application of markov chain on stock price forecast [J]. Commerce Research, 2003, 270(10): 62−65. (in Chinese)

[3] 曹晋华,程侃. 可靠性数学引论[M]. 北京:北京科学出版社, 1986.
CAO Jinhua, CHENG Kan. Reliable Mathematics Introduction [M]. Beijing: Beijing Science Press, 1986. (in Chinese)

[4] 赵达纲,朱迎善. 应用随机过程[M]. 北京:机械工业出版社, 1993.
ZHAO Dagang, ZHU Yingshan. Applied Stochastic Process [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1993. (in Chinese)

[5] 陆大金. 应用随机过程[M]. 北京:清华大学出版社, 1986.
LU Dajin. Applied Stochastic Process [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1986. (in Chinese)

[责任编辑:刘　健]