

# 量化非线性网络控制系统的建模与分析

褚红燕<sup>1,2</sup>, 夏春梅<sup>1</sup>, 费树岷<sup>2</sup>

(1 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

2 东南大学 自动化学院, 江苏 南京 210096)

[摘要] 研究了一类量化非线性网络控制系统. 将网络控制系统的时延看成是分段时变的网络时延, 利用  $T-S$  模糊模型的方法来设计非线性网络控制系统的模型, 并在模型建立过程中考虑传感器与控制器以及控制器与执行器之间两个量化器的影响. 系统的稳定性条件可以表示成一组线性矩阵不等式的形式. 最后通过数值例子来例证所述方法的有效性.

[关键词] 量化, 非线性网络控制系统,  $T-S$  模糊模型

[中图分类号] TP 273 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2009)03-0022-06

## Modeling and Analysis of Nonlinear NCSs With Quantization

Chu Hongyan<sup>1,2</sup>, Xia Chunmei<sup>1</sup>, Fei Shumin<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

2. School of Automation, South and East University, Nanjing 210096, China)

**Abstract** This paper is concerned with a problem of quantized control for a class of nonlinear NCSs, which can be represented by a  $T-S$  fuzzy model with interval time-varying network delay. The influence between sensor and controller and that between controller and implementor are taken into consideration during the process of model building. The conditions for the system stability can be represented by a set of LMIs. To illustrate the effectiveness of the proposed method, a numerical example is provided.

**Key words** quantization, nonlinear networked control system,  $T-S$  fuzzy model

通过网络闭环的反馈控制系统称为网络控制系统(NCSs). 网络控制系统是计算机技术、通讯技术和控制技术相结合的产物, 是控制系统发展的必然趋势. 一方面, 网络的引入使得控制系统结构灵活, 便于安装维护, 可靠性高, 从而节约了系统成本, 因此, NCSs得到了广泛应用<sup>[1-3]</sup>; 另一方面, 网络的引入也带来了一些问题, 如通信延时、数据包丢失、误码与错序等, 从而给控制系统的分析带来了新的挑战.

近年来, 关于网络控制系统的稳定性研究和控制器设计已形成了一个研究热点. 文献[4]中假设网络诱导时延小于一个采样周期, 并假设不存在数据包丢失和错序的情况下, 利用混杂系统技术研究了网络控制系统的稳定性. 文献[5]在同时考虑网络延迟、数据丢包的情况下, 建立了一种新型 NCS模型, 并进行了稳定性分析和稳定化设计. 文献[4-8]对线性网络控制系统进行分析研究. 然而, 许多实际的工业控制系统中存在非线性, 所以非线性网络控制系统的研究为 NCS在工业中的应用提供了重要的理论基础. 目前对非线性网络控制系统的研究很少. 文献[9]给出了非线性系统的保成本控制, 但没有用到网络控制系统中. 文献[10]给出了一种基于  $T-S$  模型的非线性网络控制的设计方法, 该方法将系统的不确定性分段线性化, 然后以线性系统的方式来处理非线性问题, 但处理过程中进行了许多放大处理, 所得结果保守性大, 且未考虑量化问题.

在经典的反馈控制理论中, 通常假设系统的输出能够直接传送到控制器, 控制信号能够直接传送到驱动器, 而且还假设这种传输是无损传输, 也就是说, 输出信号、状态信号或者输入信号可以以无穷的精度传送到控制器. 而这样的假设通常由于下列一些原因在实际中并不成立: 首先, 采样器和控制器之间、控制器

收稿日期: 2008-12-18

基金项目: 国家自然科学基金(60835001)资助项目.

通讯联系人: 褚红燕, 博士研究生, 实验师, 研究方向: 非线性网络控制系统的研究与教学. E-mail: 63054@njnu.edu.cn

和执行器 (Actuator) 之间存在一些附加的信息处理装置, 如计算机控制中的 A/D 或 D/A 转换, 势必会导致数据的截断, 从而产生误差; 其次, 由于各个控制节点 (采样器、控制器和执行器) 之间的传输介质或者传输环境的限制, 使得传输信道的传输能力有限, 这必然会对控制系统的控制性能产生影响. 例如, 文献 [10] 研究了由许多水下装置组成的广义系统的控制问题, 由于在水下通讯时, 通讯带宽会变得非常低, 这样传输介质的有限传输能力对闭环系统的影响就变得不可忽略. 因此在网络控制系统中, 考虑到网络传输能力的限制, 数据的量化处理是必要的, 也是通常采用的处理方法之一. 最近, Yue 和 Peng 等人研究了具有量化的网络控制系统的保成本控制和  $H_\infty$  控制<sup>[11, 12]</sup>, 但他们的研究结果仅适用于线性系统, 并没有对非线性系统进行分析. 对具有量化的非线性网络控制系统的建模与分析, 在国内外尚没有相关研究. 本文将参考前人的方法, 建立非线性网络控制系统的模型, 并在传感器和控制器以及控制器与执行器之间分别设置量化器, 将量化对系统的影响加入到模型中去, 然后对所建系统进行稳定性分析. 系统模型如图 1 所示.

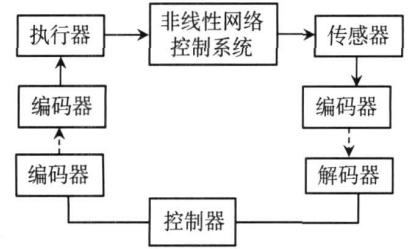


图 1 量化非线性网络控制系统结构图  
Fig.1 Structure of quantized nonlinear networked control system

## 1 非线性网络控制系统描述

将非线性 NCS 的状态量表示成  $T$ - $S$  模糊模型得<sup>[9 13 14]</sup>:

(1) 状态规则  $i$

若  $\theta_1(t) = F_1^i \dots$ , 且  $\theta_s(t) = F_s^i$ , 则

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t). \quad (1)$$

式 (1) 中,  $x(t) \in R^n$  为状态向量,  $u(t) \in R^m$  为控制输入向量. 分别为状态量和控制输入量;  $A_i, B_i$  为一定维数的常数矩阵;  $F_g^i$  为模糊数组 ( $g = 1, 2, \dots, s$ );  $\theta_1(t), \dots, \theta_s(t)$  为给定变量. 根据模糊推理, 中间平均反模糊化, 式 (1) 可表示为:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)], \quad x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-T_d, 0], \quad i = 1, 2, \dots, r. \quad (2)$$

式中,  $h_i(\theta(t)) = \frac{\mu_i(\theta(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t))}$ , 且  $\mu_i(\theta(t)) = \prod_{g=1}^s F_g^i(\theta_g(t))$ ;  $F_g^i(\theta_g(t))$  为  $\theta_g(t)$  对应的  $F_g^i$  的值;

$h_i(\theta(t))$  满足  $h_i(\theta(t)) > 0$  且  $\sum_{i=1}^r h_i(\theta(t)) = 1$

为了对控制器进行设计, 做出如下一般假设:

假设 1 传感器为时间驱动方式, 进行周期采样, 采样周期为  $h$ , 控制器和执行器为事件驱动方式, 即数据包到达时间即为其动作时间.

假设 2 在第一个控制信号达到之前  $u(t) = 0$

根据以上假设, 得如下控制规则:

(2) 控制规则  $i$

若  $\theta_1(t) = F_1^i \dots$ , 且  $\theta_s(t) = F_s^i$ , 则  $u(t) = K_i x(t - \tau_k)$ ,  $t \in [i_k h + \tau_k, (i_k + 1)h + \tau_{k+1})$ . 式中,  $h$  表示采样周期;  $i_k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) 为正整数;  $K_i$  为状态反馈增益;  $\tau_k$  为  $k$  时刻的时延, 假设包括控制器时延和网络时延.

定义  $\tau(t) = t - i_k h$ ,  $t \in [i_k h + \tau_k, (i_k + 1)h + \tau_{k+1})$ , 则  $x(i_k h) = x(t - (t - i_k h)) = x(t - \tau(t))$ .

因此模糊控制器可以表示成:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\theta(t - \tau(t))) K_i x(t - \tau(t)), \quad t \in [i_k h + \tau_k, (i_k + 1)h + \tau_{k+1}). \quad (3)$$

## 2 具有两个量化器的非线性网络控制系统模型

考虑到网络传输通道的通讯能力的限制, 也为了减少网络中的数据传输率, 本文在传感器与控制器之

间和控制器与执行器之间分别设置两个量化器, 下面对其模型进行分析<sup>[11, 12]</sup>.

本文所采用的时变量化器具有如下性质. 假设存在正实数  $F$  和  $\Delta$  使得下列条件满足:

- (1) 当  $\|z\| \leq F$  时,  $\|q(z) - z\| \leq \Delta$ ;
- (2) 当  $\|z\| > F$  时,  $\|q(z)\| > F - \Delta$ .

称  $F$  及  $\Delta$  分别为  $q$  的量化范围及量化误差. 假设当  $z$  在原点的某个区域时,  $q(z) = 0$  在以后的设计中选择量化器为  $\mu_q(\mu^{-1}z)$ , 其中  $\mu > 0$  是一个缩放变量, 增加  $\mu$  或减少  $\mu$  将得到不同量化范围和量化误差的量化器. 通过调节缩放变量  $\mu$  所设计的量化控制能保证系统收敛到平衡点. 假设传感器到控制器的传输延时为  $\tau_1(t)$ , 控制器到执行器的传输延时为  $\tau_2(t)$ , 则控制器的输入为:  $x(t) = \mu_{1k} q_1(\mu_{1k}^{-1} x(t - \tau_1(t)))$ ,  $t \in [i_k h + \tau_{1k}, i_{k+1} h + \tau_{1(k+1)})$ .

系统的输入为:

$$u(t) = \mu_{2k} q_2(\mu_{2k}^{-1} K \mu_{1k} q_1(\mu_{1k}^{-1} x(t - \tau_1(t) - \tau_2(t)))) = \mu_{2k} q_2(\mu_{2k}^{-1} K \mu_{1k} q_1(\mu_{1k}^{-1} x(t - \tau(t))))$$
$$t \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1} h + \tau_{k+1}). \tag{4}$$

将式 (4) 代入式 (3) 得:

$$u(t) = \sum_{j=1}^r h_j [K_j x(t - \tau(t)) - \mu_{2k} \delta(\mu_{1k}, \mu_{2k})]. \tag{5}$$

式中,  $h_j = h_j(\theta(t - \tau(t)))$ ;  $\delta(\mu_{1k}, \mu_{2k}) = \mu_{2k}^{-1} K_j x(t - \tau(t)) - q_2(\mu_{2k}^{-1} K_j \mu_{1k} q_1(\mu_{1k}^{-1} x(t - \tau(t))))$ .

将式 (5) 代入式 (2) 中, 则闭环模糊量化系统为:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [A_i x(t) + B_i (K_j x(t - \tau(t)) - \mu_{2k} \delta(\mu_{1k}, \mu_{2k}))], x(t) = \varphi(t), t \in [-\tau_m, 0]. \tag{6}$$

### 3 稳定性分析

为了对系统进行分析, 需用到如下引理:

引理 1 对于任何适当维数的矩阵  $X, Y_i (1 \leq i \leq r)$  及  $S > 0$  则

$$2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{p=1}^r \sum_{l=1}^r h_i h_j h_p h_l X_{ij}^T S Y_{pl} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r (X_{ij}^T S X_{ij} + Y_{ij}^T S Y_{ij}).$$

引理 2  $\Xi_1, \Xi_2$  为适当维数的矩阵, 且  $0 \leq \tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M$ , 则  $(\tau(t) - \tau_m) \Xi_1 + (\tau_M - \tau(t)) \Xi_2 + \Omega < 0$  与下列不等式等价:  $(\tau_M - \tau_m) \Xi_1 + \Omega < 0$   $(\tau_M - \tau_m) \Xi_2 + \Omega < 0$

定理 1 对于标量  $\tau_m, \tau_M$ , 常量  $d > 0$  及矩阵  $K_j (j \in s)$ , 若存在适当维数的矩阵  $P > 0, Q_i (i = 1, 2, 3) > 0, R_l > 0, N_{lij}, M_{lij}, V_{lij} (l = 1, 2, \dots, 5; i, j \in s)$ , 且  $S_i (i = 1, 2, 3)$  使得下列 LMs (7) 和 (8) 成立, 则系统 (6) 渐近稳定.

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}^{ii} + Q & * & * \\ \Gamma_{21}^{ii} & -\tau_m R_1 & * \\ \Gamma_{31}^{ii}(l) & 0 & -(\tau_M - \tau_m) R_2 \end{bmatrix} < 0, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}^{jj} + \Gamma_{11}^{ii} + Q & * & * \\ \Gamma_{21}^{ij} + \Gamma_{21}^{ii} & -2\tau_m R_1 & * \\ \Gamma_{31}^{jj}(l) + \Gamma_{31}^{ii}(l) & 0 & -2(\tau_M - \tau_m) R_2 \end{bmatrix} < 0. \tag{8}$$

式中,  $l = 1, 2$  且  $i, j \in s$

$$\Gamma_{11}^{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & * & * & * & * \\ N_{2j} - N_{1j}^T + M_{1ij}^T & \Omega_3 & * & * & * \\ \Omega_2 & -N_{3ij} + M_{3j} - M_{2ij}^T + V_{2ij}^T & \Omega_4 & * & * \\ N_{4j} - V_{1ij}^T & -N_{4j} + M_{4ij} - V_{2j}^T & -M_{4j} + V_{4ij} - V_{3ij}^T & -Q_3 - V_{4ij} - V_{4ij}^T & * \\ P + N_{5ij} - S_3 A_i + S_1^T & -N_{5ij} + M_{5j} & \Omega_5 & -V_{5ij} & \Omega_6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{21}^{\bar{g}} &= [\tau_m N_{1\bar{j}}^T \quad \tau_m N_{2ij}^T \quad \tau_m N_{3ij}^T \quad \tau_m N_{4\bar{j}}^T \quad \tau_m N_{5\bar{j}}^T], \\
\Gamma_{31}^{\bar{g}}(1) &= [(\tau_m - \tau_n)M_{1ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)M_{2ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)M_{3ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)M_{4ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)M_{5ij}^T], \\
\Gamma_{31}^{\bar{g}}(2) &= [(\tau_m - \tau_n)V_{1ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)V_{2ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)V_{3ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)V_{4ij}^T \quad (\tau_m - \tau_n)V_{5ij}^T], \\
\Omega_1 &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + N_{1\bar{j}} + N_{1\bar{j}}^T - S_1 A_i - A_i^T S_1^T \quad \Omega_2 = N_{3\bar{j}} - M_{1ij}^T + V_{1ij}^T - S_2 A_i - K_j^T B_i^T S_1^T, \\
\Omega_3 &= -Q_1 - N_{2ij} - N_{2ij}^T + M_{2ij} + M_{2ij}^T, \\
\Omega_4 &= -(1-d)Q_2 - M_{3ij} - M_{3ij}^T + V_{3ij} + V_{3ij}^T - S_2 B K_j - K_j^T B_i^T S_2^T, \\
\Omega_5 &= -M_{5ij} + V_{5ij} - S_3 B_i K_j + S_2^T, \\
\Omega_6 &= \tau_n R_1 + (\tau_m - \tau_n)R_2 + S_3 + S_3^T.
\end{aligned}$$

且对于  $i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, r$  所选择的量化器参数满足:

- (1) 量化器  $\mu_{1k}$  满足  $2\Delta \| (SB_i + SB_j) \| \| Q^{-1} \| \leq \mu_{1k}^{-1} \| x(t - \tau(t)) \| \leq F_1$ ;
- (2)  $F_1 > 2\Delta \| (SB_i + SB_j) \| \| Q^{-1} \| F_2 \geq \| K_j \| (\Delta_1 + F_1)$ , 其中  $\Delta = \| K_j \| \Delta_1 + \Delta_2$ ;
- (3)  $\mu_{2k} = \mu_{1k}$ , 对于  $k = 1, 2, \dots, r$

证明 选择 Lyapunov-Krasovskii 函数:  $V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t)$ , 其中:

$$\begin{aligned}
V_1(x_t) &= x^T(t) P x(t), \\
V_2(x_t) &= \int_{\tau_m}^t x^T(s) Q x(s) ds + \int_{\tau(t)}^t x^T(s) Q_2 x(s) ds + \int_{\tau_m}^t x^T(s) Q_3 x(s) ds, \\
V_3(x_t) &= \int_{\tau_m}^t \int_{\tau(t)}^v x^T(s) R_1 x(s) dv ds + \int_{\tau_m}^t \int_{\tau(t)}^v x^T(s) R_2 x(s) dv ds
\end{aligned}$$

对  $V(x_t)$  求导并利用自由权矩阵方法得:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x_t) &\leq \dot{V}_1(x_t) + \dot{V}_2(x_t) + \dot{V}_3(x_t) + 2\xi^T(t) N(t) \left[ x(t) - x(t - \tau_m) - \int_{\tau_m}^t x(s) ds \right] + \\
&\quad 2\xi^T(t) M(t) \left[ x(t - \tau_m) - x(t - \tau(t)) - \int_{\tau(t)}^{\tau_m} x(s) ds \right] + \\
&\quad 2\xi^T(t) V(t) \left[ x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_m) - \int_{\tau_m}^{\tau(t)} x(s) ds \right] + \\
&\quad 2\xi^T(t) S \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r [-A_i x(t) - B_i K_j x(t - \tau(t)) + B_i \mu_{2k} \delta(\mu_{1k}, \mu_{2k}) + x(t)].
\end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\xi^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau_m) \quad x^T(t - \tau(t)) \quad x^T(t - \tau_m) \quad x^T(t)]$ ,

$$\begin{aligned}
N^T(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [N_{1ij}^T \quad N_{2ij}^T \quad N_{3ij}^T \quad N_{4ij}^T \quad N_{5ij}^T], \\
M^T(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [M_{1ij}^T \quad M_{2ij}^T \quad M_{3ij}^T \quad M_{4ij}^T \quad M_{5ij}^T], \\
V^T(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j [V_{1ij}^T \quad V_{2ij}^T \quad V_{3ij}^T \quad V_{4ij}^T \quad V_{5ij}^T], \\
S^T &= [S_1^T \quad 0 \quad S_2^T \quad 0 \quad S_3^T].
\end{aligned}$$

利用引理 1 可得 (为简便起见,  $\tau(t)$  改写成  $\tau$ ):

$$-2\xi^T(t) N(t) \int_{\tau_m}^t x(s) ds \leq \tau_m \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) N_{ij} R_1^{-1} N_{ij}^T \xi(t) - \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \int_{\tau_m}^t (x^T(s) R_1 x(s) ds \quad (10)$$

$$-2\xi^T(t) M(t) \int_{\tau}^{\tau_m} x(s) ds \leq \int_{\tau}^{\tau_m} x^T(s) R_2 x(s) ds + (\tau - \tau_m) \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) M_{ij} R_2^{-1} M_{ij}^T \xi(t), \quad (11)$$

$$-2\xi^T(t) V(t) \int_{\tau_m}^{\tau(t)} x(s) ds \leq \int_{\tau_m}^{\tau(t)} x^T(s) R_2 x(s) ds + (\tau_m - \tau) \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) V_{ij} R_2^{-1} V_{ij}^T \xi(t), \quad (12)$$

将式 (10) ~ (12) 代入式 (9), 得:

$$\dot{V}(x_t) \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \xi^T(t) [\Gamma^{\bar{a}} + \tau_m N_{ii} R_1^{-1} N_{ii}^T + (\tau - \tau_m) M_{ii} R_2^{-1} M_{ii}^T + (\tau_m - \tau) V_{ii} R_2^{-1} V_{ii}^T] \xi(t) +$$

$$2\tilde{\xi}^T(t)SB_i\mu_{2k}\delta(\mu_k, \mu_{2k}) + \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i h_j \{ \tilde{\xi}^T(t) [\Gamma^{ij} + \Gamma^{ji} + \tau_m(N_{ij} + N_{ji})] \frac{R_1^{-1}}{2} (N_{ij}^T + N_{ji}^T) +$$

$$(\tau - \tau_m)(M_{ij} + M_{ji}) \frac{R_2^{-1}}{2} (M_{ij}^T + M_{ji}^T) + (\tau_l - \tau)(V_{ij} + V_{ji}) \frac{R_2^{-1}}{2} (V_{ij}^T + V_{ji}^T) \} \tilde{\xi}(t) +$$

$$2\tilde{\xi}^T(t)(SB_i + SB_j)\mu_{2k}\delta(\mu_k, \mu_{2k}) \}.$$

则根据 Schur 补引理 1 及引理 2 能得出以下结论:

$$V\tilde{x}(t) \leq \sum_{i=1}^r h_i [-\tilde{\xi}^T(t)Q\tilde{\xi}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t)SB_i\mu_{2k}\delta(\mu_k, \mu_{2k})] + 2\tilde{\xi}^T(t)(SB_i + SB_j)\mu_{2k}\delta(\mu_k, \mu_{2k}) +$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i h_j [-\tilde{\xi}^T(t)Q\tilde{\xi}(t) + (\tau_l - \tau(t))V_{ij}R_2^{-1}V_{ij}^T\tilde{\xi}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t)SB_i\mu_{2k}\delta(\mu_k, \mu_{2k})]. \quad (13)$$

其中,  $\delta(\mu_k, \mu_{2k}) = \mu_{2k}^{-1}\mu_{1k}K_j[z_1 - q_1(z_1)] + [z_2 - q_2(z_2)]$ ,  $z_1 = \mu_{1k}^{-1}x(t - \tau(t))$ ,  $z_2 = \mu_{2k}^{-1}K_j\mu_{1k}q_1(\mu_{1k}^{-1}x(t - \tau(t)))$ .

根据量化器的性质, 得  $\|z_1 - q_1(z_1)\| \leq \Delta_1$ ,  $\|z_2 - q_2(z_2)\| \leq \Delta_2$ ,

则由定理 1 及量化器的性质得:

$$\|\delta(\mu_{1k}, \mu_{2k})\| \leq \|K_j\| \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \quad (14)$$

根据式 (13) 和 (14) 得:

$$V\tilde{x}(t) \leq \sum_{i=1}^r h_i [-\tilde{\xi}^T(t)Q\tilde{\xi}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t)SB_i\Delta\mu_{2k}] +$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i h_j [-\tilde{\xi}^T(t)Q\tilde{\xi}(t) + 2\tilde{\xi}^T(t)(SB_i + SB_j)\Delta\mu_{2k}] =$$

$$\sum_{i=1}^r h_i \left\{ -\frac{1}{\|Q^{-1}\|} \tilde{\xi}^T(t) [\tilde{\xi}(t) - 2\mu_{2k}\Delta\|SB_i\|\|Q^{-1}\|] \right\} +$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i h_j \left\{ -\frac{1}{\|Q^{-1}\|} \tilde{\xi}^T(t) [\tilde{\xi}(t) - 2\mu_{2k}\Delta\|(SB_i + SB_j)\|\|Q^{-1}\|] \right\}.$$

由定理 1 得:  $2\Delta\|(SB_i + SB_j)\|\|Q^{-1}\| \leq \mu_{1k}^{-1}\|x(t - \tau(t))\| \leq F_1$ , 且  $\mu_{1k} = \mu_{2k}$ , 则  $2\Delta\|SB_i\|\|Q^{-1}\| \leq \mu_{1k}^{-1}\|x(t - \tau(t))\|$ , 从而  $\|\tilde{\xi}(t)\| \geq 2\mu_{2k}\Delta\|SB_i\|\|Q^{-1}\|$ , 因此  $\|\tilde{\xi}(t)\| \geq 2\mu_{2k}\Delta\|SB_i + SB_j\|\|Q^{-1}\|$ .

则定理 1 得证.

说明 1 在定理 1 中,  $\|Q^{-1}\|$  变小, 则量化器的量化范围也将减小, 从而使得式 (7) 和 (8) 的可解性变小, 因此将导致时延上限减小, 也即, 为了获取一个较大的时延上限, 必须选择一个具有较小特征值的矩阵  $Q$ , 这将使得量化范围变大.

## 4 数值例子

考虑如下的非线性系统:  $\dot{x}_1 = x_2$ ,  $\dot{x}_2 = -0.01x_1 - 0.67x_1^3$ . 其中  $x_1 \in [-1, 1]$ , 选择模糊关系函数为:

$$\mu_1(x_1) = 1 - x_1^2, \mu_2(x_1) = 1 - \mu_1(x_1).$$

选择如下模糊规则来建立非线性系统模型:

规则 1 若  $x_1$  为  $\mu_1$ , 则  $\dot{x} = A_1x + B_1u$

规则 2 若  $x_1$  为  $\mu_2$ , 则  $\dot{x} = A_2x + B_2u$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.68 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{选择 } d = 1, \tau_m = 0.5 \text{ 且 } Q = I, K_1 =$$

$[0.4174 \quad 0.0247]$ ,  $K_2 = [0.7838 \quad 1.1207]$ , 求解 (7)、(8) 所表示的 LM Is 得  $\tau_l = 1.206$  远远大于文献 [14] 中的  $\tau_l = 0.045$  大大降低了保守性. 且  $\|K_1\| = 0.4181$ ,  $\|K_2\| = 1.3677$ , 则根据定理 1 得  $q_1$  的量化范围  $F_1 \geq 1.1277 \times 10^{-4}\Delta$ ,  $q_2$  的量化范围  $F_2 \geq 0.4715 \times 10^{-4}\Delta + 0.4181\Delta_1$ , 其中  $\Delta = 0.4181\Delta_1 + \Delta_2$  且  $\mu_k$  的选择满足  $\left\| \frac{x(t - \tau(t))}{\mu_k} \right\| = \frac{1}{2}(F_1 + 1.1277 \times 10^{-4}\Delta)$ , 这样能保证定理 1 所要求的条件.

## 5 结论

本文建立具有量化的非线性网络控制系统的模型, 并分析了该系统的稳定性, 给出了稳定性条件, 所考虑的网络时延为分段时变函数. 从数值例子可以看出, 本文的结论大大减少了结果的保守性, 本文的主要贡献包括:

- (1) 非线性网络控制系统建模成具有分段时变延时的  $T$ - $S$  模型;
- (2) 利用两个量化器对状态输入信号和控制器输出信号分别进行量化, 从而改善网络的传输能力;
- (3) Lyapunov-Krasovskii 函数应用于分析和设计过程中, 利用矩阵函数的凸性, 可以改善由于构建自由权矩阵带来的保守性.

下一步, 可以研究具有量化的非线性网络控制系统的鲁棒控制器的设计、保成本控制、输出反馈控制以及滤波等等.

### [参考文献] (References)

- [1] Ogren P, Fiorelli E, Leonard N E. Cooperative control of mobile sensor networks: adaptive gradient climbing in a distributed environment[ J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49( 8): 1 292-1 302.
- [2] Matveev A S. Optimal control of networked systems via asynchronous communication channels with irregular delays[ C] // Proceedings of the 40th Conference on Decision and Control Orlando, FL, USA, 2001: 2 327-2 332.
- [3] Meng C, Wang T. Remote surgery case: robot-assisted teleneuro surgery[ J]. IEEE Int Conf Robot and Auto, 2004, 1: 819-823.
- [4] Zhang W, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems[ J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21: 84-99.
- [5] Yue D, Han Q L, Chen P. State feedback controller design of networked control systems[ J]. IEEE Trans Circuits and Systems-II, 2004, 51(11): 640-644.
- [6] Yue D, Han Q L. Network-based robust  $H_{\infty}$  control of systems with uncertainty[ J]. Automatica, 2005, 41: 999-1 007.
- [7] Walsh G, Ye H, Bushnell L. Stability analysis of networked control systems[ J]. IEEE Trans Control Systems Technology, 2002, 10: 438-446.
- [8] Nesic D, Teel A. Input-to-state stability of networked control system[ J]. Automatica, 2004, 40: 2 121-2 128.
- [9] Guan X P, Chen C L. Delay-dependent guaranteed cost control for  $T$ - $S$  fuzzy systems with time delays[ J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2004, 12(2): 236-249.
- [10] Stilwell D J, Bishop B E. Platoons of underwater vehicles[ J]. IEEE Control Systems Mag, 2000, 20: 45-52.
- [11] Yue D, Peng C, Tang G Y. Guaranteed cost control of linear systems over networks with state and input quantizations[ J]. IEEE Proceedings of Control Theory and Applications, 2006, 153: 658-664.
- [12] Peng C, Tian Y. Networked  $H_{\infty}$  control of linear systems with state quantization[ J]. Information Sciences, 2007, 177: 5 763-5 774.
- [13] Takagi K, Sugeno M. Fuzzy identification of its applications to modeling and control[ J]. IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics, 1985, 15: 116-132.
- [14] Zhang H, Yang J.  $T$ - $S$  fuzzy-model-based robust  $H_{\infty}$  design for networked control systems with uncertainties[ J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2007, 3: 289-301.

[责任编辑: 严海琳]