中立型模糊时滞系统的非易碎保成本控制

王 彤[1], 朱 伟[2]

(1. 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042;
2. 国网电力科学研究院, 江苏 南京 210003)

[摘要] 研究一类中立型 T-S模糊时滞系统的非易碎保成本控制问题, 目的是设计非易碎状态反馈模糊控制器, 使得对所有容许的控制器增益扰动, 闭环系统是渐近稳定的且成本函数具有有限的上界. 以 LMI的形式给出了所考虑的控制器的存在条件, 同时提供了所求控制器的设计方法. 算例和仿真验证了设计方法的有效性.

[关键词] 模糊系统, 中立型时滞系统, 非易碎控制, 保成本控制
[中图分类号] TP273.4 [文献标识码] A [文章编号] 1672-1292(2010)01-0005-07

Non-Fragile Guaranteed Cost Control for Neutral Fuzzy Time-Delay Systems

Wang Tong[1], Zhu Wei[2]

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China;
2. State Grid Electric Power Research Institute, Nanjing 210003, China)

Abstract The problem of non-fragile guaranteed cost control for a class of neutral T-S fuzzy time-delay systems is studied. The purpose is to design non-fragile state-feedback fuzzy controllers such that for all admissible controller gain perturbations, the closed-loop system is asymptotically stable and the cost function has a finite upper bound. Conditions for the existence of desired controllers are presented in terms of LMIs, and a design method is also developed. The effectiveness of the proposed design method is demonstrated by a numerical example and simulation results.

Key words fuzzy systems, neutral time-delay systems, non-fragile control, guaranteed cost control

T-S模糊模型可以有效地描述许多非线性系统, 同时, 该类模型由一些线性的子系统组成, 易于分析. 因此, 近十余年来, T-S模糊系统得到了广泛深入的研究, 取得了一系列有意义的研究成果, 参见综述文献[1]. 时滞是自然界中广泛存在的一种物理现象, 对象的固有时滞给系统分析和控制器设计带来了很大困难. 文献[2, 3]分别对连续时间和离散时间的 T-S模糊系统进行了稳定性分析和镇定问题的研究; 文献[4]研究了一类带有变时滞的不确定模糊系统的输出反馈H_∞控制问题, 给出了相应的输出反馈模糊控制器的设计方法. 文献[5]将中立型线性时滞系统的分析与控制研究方法与模糊控制理论相结合, 提出了中立型模糊时滞系统的镇定与H_∞控制问题, 并采用 LMI方法初步解决了这些问题, 得到了稳定性判据、镇定控制器和H_∞控制器的存在条件, 提供了相应控制器的设计方法. 文献[6]则进一步研究了同时带有状态时滞和分布时滞的中立型模糊系统的镇定和H_∞控制问题.

非易碎控制问题是指: 在设计控制器的同时考虑控制器中的不确定因素, 使得对满足一定条件的控制器增益扰动, 所设计的控制器都能保证闭环系统稳定或具有某种性能. 这类问题有着很强的应用背景. 近年来许多研究人员致力于该方面的研究. 在文献[7]中, 中立型线性时滞系统的非易碎正实控制问题得到了研究, 作者利用 LMI方法给出了带有加性和乘性控制器增益扰动的非易碎正实控制器的存在条件, 并进一步给出了该类控制器的设计方法. 文献[8]对非时滞模糊系统的非易碎H_∞控制问题作了研究, 以 LMI的形式给出了期望控制器的存在条件.

另一方面, 保成本控制的概念由文献[9]给出后, 引起了中外学者的广泛关注, 本文针对中立型模糊

收稿日期: 2009-11-17.
通讯联系人: 王 彤, 讲师, 研究方向: 自动化理论. E-mail: wangtong1@njnu.edu.cn

时滞系统的保成本控制问题进行了研究,基于LMI处理方法,导出了非易碎模糊保成本控制律存在的充分条件,保证了对所有允许的不确定闭环系统是稳定的,而且对于一个给定的二次型成本函数,能保证闭环成本值具有一个成本上界.最后通过数值算例和仿真验证了结果的正确性和设计方法的有效性.

1　问题描述

考虑一类中立型T-S模糊时滞系统,第i条模糊规则如下:

模糊规则i　If $\theta_1(t)$ is Γ_1^i and… and $\theta_n(t)$ is Γ_n^i, Then

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{hi}\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{A}_{di}\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{u}(t), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{x}(t)=\varphi(t),\quad t\in[-\tau,0],\quad i=1,2\cdots r, \tag{2}$$

其中,$\theta_j(t)$和Γ_j^i分别是前件变量和模糊集;$\boldsymbol{x}(t)\in\boldsymbol{R}^n$是系统的状态向量;$\boldsymbol{u}(t)\in\boldsymbol{R}^m$是系统的控制输入向量;$\boldsymbol{A}_i$,$\boldsymbol{A}_{hi}$,$\boldsymbol{A}_{di}$以及$\boldsymbol{B}_i$是具有适当维数的已知常数矩阵;$r$是这个模糊模型的模糊规则数;$\tau>0$表示定常时滞;$\varphi(t)$是定义在$[-\tau,0]$上的实值连续向量初始函数.去模糊化后,系统(1)的全局模糊模型为:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}(h)\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{\rm h}(h)\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{A}_{\rm d}(h)\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)+\boldsymbol{B}(h)\boldsymbol{u}(t), \tag{3}$$

其中,$[\boldsymbol{A}(h)\quad \boldsymbol{A}_{\rm h}(h)\quad \boldsymbol{A}_{\rm d}(h)\quad \boldsymbol{B}(h)]=\sum_{i=1}^{r}\boldsymbol{h}_i(\boldsymbol{x}(t))[\boldsymbol{A}_i\quad \boldsymbol{A}_{hi}\quad \boldsymbol{A}_{di}\quad \boldsymbol{B}_i]$,

$$\mu_i(\boldsymbol{x}(t))=\prod_{j=1}^{n}\Gamma_j^i(\boldsymbol{x}_j(t)),\qquad h_i(\boldsymbol{x}(t))=\frac{\mu_i(\boldsymbol{x}(t))}{\sum_{i=1}^{r}\mu_i(\boldsymbol{x}(t))}.$$

这里,$\Gamma_j^i(\boldsymbol{x}_j(t))$是$\boldsymbol{x}_j(t)$在集合$\Gamma_j^i$中的隶属度函数,$\mu_i(t)$具有如下属性:

$$\mu_i(\boldsymbol{x}(t))\geqslant 0,\ \sum_{i=1}^{r}\mu_i(\boldsymbol{x}(t))>0,\ i=1,2,\cdots,r.$$

由此可以得到$h_i(\boldsymbol{x}(t))\geqslant 0$,$\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))=1$,$i=1,2,\cdots,r$.

本文考虑如下状态反馈模糊控制器律:

控制器规则i　If $\theta_1(t)$ is Γ_1^i and… and $\theta_n(t)$ is Γ_n^i, Then

$$\boldsymbol{u}(t)=(\boldsymbol{K}_i+\Delta\boldsymbol{K}_i)\boldsymbol{x}(t),\qquad i=1,2,\cdots,r. \tag{4}$$

其中,$\boldsymbol{K}_i$是待求的控制器增益,$\Delta\boldsymbol{K}_i$表示参数不确定性且假设其具有如下结构:

$$\Delta\boldsymbol{K}_i=\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{F}_i(t)\boldsymbol{H}_i, \tag{5}$$

这里,$\boldsymbol{E}_i$和$\boldsymbol{H}_i$是具有适当维数的已知常数矩阵,$\boldsymbol{F}_i(t)$是未知函数矩阵且满足:

$$\boldsymbol{F}_i(t)^{\rm T}\boldsymbol{F}_i(t)\leqslant\boldsymbol{I}. \tag{6}$$

式中,$\boldsymbol{I}$为具有适当维数的单位矩阵.如果不确定性$\Delta\boldsymbol{K}_i$满足条件(5)和(6),则称其是容许的.状态反馈模糊控制器(4)的全局模型为:

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_\Delta(h)\boldsymbol{x}(t). \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{K}_\Delta(h)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))(\boldsymbol{K}_i+\Delta\boldsymbol{K}_i)$.将控制器(7)代入系统(3)得到闭环系统如下:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_{\rm c}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{\rm h}\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{A}_{\rm d}\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau), \tag{8}$$

其中,$\boldsymbol{A}_{\rm c}(h)=\boldsymbol{A}(h)+\boldsymbol{B}(h)K_\Delta(h)$.

对系统(3)定义二次型性能指标函数:

$$\boldsymbol{J}=\int_0^\infty[\boldsymbol{x}(t)^{\rm T}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{u}(t)^{\rm T}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{u}(t)]\,{\rm d}t \tag{9}$$

其中$\boldsymbol{S}_1$和$\boldsymbol{S}_2$是给定的对称正定加权矩阵.

我们引入以下定义:

定义1　对系统模型(3)和性能指标(9),如果存在一个形如(7)的非易碎控制律$\boldsymbol{u}(t)$和一个正数$\boldsymbol{J}^*$,使得对所有允许的不确定性,闭环系统(8)是渐近稳定的,且闭环性能指标满足$\boldsymbol{J}\leqslant\boldsymbol{J}^*$,则$\boldsymbol{J}^*$称为系统(3)的一个性能上界,$\boldsymbol{u}(t)$称为系统(3)的一个非易碎保成本控制律.

本文的主要任务是:给出系统模型(3)的非易碎保成本控制律的存在条件,进一步设计该控制器并给

出系统模型(3)的性能上界的算法.

2　主要结果

我们首先给出下面的分析结果, 然后在此基础上给出线性矩阵不等式形式的设计结果.

定理 1　如果存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}>0$, $\boldsymbol{Q}>0$, $\boldsymbol{R}>0$, 有下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{c}(h)+\boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{h}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{d}(h) & \boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ * & -\boldsymbol{Q} & 0 & \boldsymbol{A}_{h}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ * & * & -\boldsymbol{R} & \boldsymbol{A}_{d}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ * & * & * & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix} < 0. \tag{10}$$

则 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)\boldsymbol{x}(t)$ 是系统(3)的一个非易碎保成本控制器, 相应的一个系统性能上界是:

$$\boldsymbol{J}^{*}=\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\int_{-\tau}^{0}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm{d}s+\int_{-\tau}^{0}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm{d}s. \tag{11}$$

证明　构造 Lyapunov 泛函:

$$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}(t))=\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t)+\int_{t-\tau}^{t}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm{d}s+\int_{t-\tau}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm{d}s.$$

则 $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x}(t))$ 沿闭环系统(8)的全导数为:

$$\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{x}(t))=\eta(t)^{\mathrm{T}}\phi(h)\eta(t). \tag{12}$$

其中

$$\eta(t)=[\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{x}(t-\tau)^{\mathrm{T}}\quad \dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\phi(h)=\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{c}(h)+\boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{h}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{d}(h) \\ * & -\boldsymbol{Q} & 0 \\ * & * & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{h}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{d}(h)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\boldsymbol{R}\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{h}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{d}(h)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

利用 Schur 补引理, 由(10)得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{c}(h)+\boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{h}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{d}(h) \\ * & -\boldsymbol{Q} & 0 \\ * & * & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{h}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{d}(h)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\boldsymbol{R}\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{c}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{h}(h)^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{A}_{d}(h)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}<0. \tag{13}$$

由此进一步可得

$$\phi(h)<\begin{bmatrix} -\boldsymbol{S}_1-\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}<0. \tag{14}$$

因为 $\boldsymbol{S}_1>0$ 及 $\boldsymbol{S}_2>0$, 所以 $-\boldsymbol{S}_1-\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)<0$, 故 $\phi(h)<0$. 再由(12)得 $\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{x}(t))<0$, 所以系统(8)是渐近稳定的.

将 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)\boldsymbol{x}(t)$ 代入(9)得:

$$\boldsymbol{J}=\int_{0}^{\infty}\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)]\boldsymbol{x}(t)\,\mathrm{d}t. \tag{15}$$

由(12)和(14)得: $\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{x}(t))\leqslant-\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)]\boldsymbol{x}(t)$,

即 $\boldsymbol{x}(t)^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)]\boldsymbol{x}(t)\leqslant-\dot{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{x}(t))$.

从而, $\boldsymbol{J}\leqslant\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\int_{-\tau}^{0}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm{d}s+\int_{-\tau}^{0}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm{d}s$

即 $\boldsymbol{J}\leqslant\boldsymbol{J}^{*}$. 根据定义 1 知 $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)\boldsymbol{x}(t)$ 是系统(3)的一个非易碎保成本控制器, 且 $\boldsymbol{J}^{*}$ 是相应的一个系统性能上界. (证毕)

定理 2　如果存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}>0$, $\boldsymbol{Y}>0$, $\boldsymbol{Z}>0$, $\{\boldsymbol{M}_i\}_{i=1}^{r}$, 以及正的实标量 $\varepsilon_{ij}>0$, $1\leqslant i\leqslant r$, $1\leqslant j\leqslant r$, 使得下面的线性矩阵不等式对 $1\leqslant i\leqslant j\leqslant r$ 成立,

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^{ij} & (\boldsymbol{A}_{hi}+\boldsymbol{A}_{hj})\boldsymbol{X} & (\boldsymbol{A}_{di}+\boldsymbol{A}_{dj})\boldsymbol{Z} & \Omega_2^{ij} & 2\boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \Omega_3^{ij} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}} \\ * & -2\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}(\boldsymbol{A}_{hi}+\boldsymbol{A}_{hj})^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -2\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{A}_{di}+\boldsymbol{A}_{dj})^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_4^{ij} & 0 & \Omega_5^{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2\boldsymbol{S}_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Omega_6^{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_{ij}\boldsymbol{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_{ji}\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

那么, $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)\boldsymbol{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))[\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{X}^{-1}+\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{F}_i(t)\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{x}(t)$ 是系统(3)的一个非易碎保成本控制器, 相应的一个系统性能上界是:

$$\boldsymbol{J}^*=\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{x}(0)+\int_{\tau}^{0}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm{d}s+\int_{\tau}^{0}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm{d}s,$$

式(16)中, $\Omega_1^{ij}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}+\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_j+\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{M}_i+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+2\boldsymbol{Y}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}$; $\Omega_2^{ij}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}$; $\Omega_3^{ij}=\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$; $\Omega_4^{ij}=-2\boldsymbol{Z}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{T}}$; $\Omega_5^{ij}=\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$, $\Omega_6^{ij}=-2\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ji}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{E}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$.

证明　对(16)应用 Schur补引理当 $1\leqslant i\leqslant j\leqslant r$, 得:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega}_1^{ij} & (\boldsymbol{A}_{hi}+\boldsymbol{A}_{hj})\boldsymbol{X} & (\boldsymbol{A}_{di}+\boldsymbol{A}_{dj})\boldsymbol{Z} & \Omega_2^{ij} & 2\boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \Omega_3^{ij} \\ * & -2\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}(\boldsymbol{A}_{hi}+\boldsymbol{A}_{hj})^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -2\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{A}_{di}+\boldsymbol{A}_{dj})^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_4^{ij} & 0 & \Omega_5^{ij} \\ * & * & * & * & -2\boldsymbol{S}_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Omega_6^{ij} \end{bmatrix} < 0. \tag{17}$$

其中, $\bar{\Omega}_1^{ij}=\Omega_1^{ij}+\varepsilon_{ij}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_j\boldsymbol{X}+\varepsilon_{ji}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_i\boldsymbol{X}$. 记:

$$\Lambda_{ij}=\begin{bmatrix} \Omega_1^{ij} & \boldsymbol{A}_{hi}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{Z} & \Omega_2^{ij} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \Omega_3^{ij} \\ * & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{hi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Omega_4^{ij} & 0 & \Omega_5^{ij} \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Omega_6^{ij} \end{bmatrix}.$$

其中, $\Omega_1^{ij}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_j+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ij}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_j\boldsymbol{X}$; $\Omega_2^{ij}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}$, $\Omega_3^{ij}=\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$; $\Omega_4^{ij}=-\boldsymbol{Z}+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}$, $\Omega_5^{ij}=\varepsilon_{ij}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$, $\Omega_6^{ij}=-\boldsymbol{S}_2+\varepsilon_{ij}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2$.

则(17)可等价地改写为:

$$\Lambda_{ij}+\Lambda_{ji}<0, \quad (1\leqslant i\leqslant j\leqslant r). \tag{18}$$

注意到 $h_i(\boldsymbol{x}(t))\geqslant 0$, $\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))=1$, 我们有

$$\sum_{i=1}^{r}h_i^2(\boldsymbol{x}(t))\Lambda_{ii}<0, \quad \sum_{1\leqslant i<j\leqslant r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))(\Lambda_{ij}+\Lambda_{ji})<0.$$

从而有:

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))\Lambda_{ij}=\sum_{i=1}^{r}h_i^2(\boldsymbol{x}(t))\Lambda_{ii}+\sum_{1\leqslant i<j\leqslant r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))(\Lambda_{ij}+\Lambda_{ji})<0. \tag{19}$$

又

$$
\Pi(h)=\begin{bmatrix}
\boldsymbol{A}_c(h)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_c(h)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{A}_h(h)\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_d(h)\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_c(h)^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\\
* & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_h(h)^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}\boldsymbol{A}_d(h)^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & * & -\boldsymbol{Z} & 0 & 0\\
* & * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0\\
* & * & * & * & * & -\boldsymbol{S}_2
\end{bmatrix}=
$$

$$
\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))\Pi_{ij},\tag{20}
$$

其中:

$$
\Pi_{ij}=\begin{bmatrix}
\Pi_{ij} & \boldsymbol{A}_{hi}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{Z} & \bar{\Pi}_{ij} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2+\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_j(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\\
* & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{hi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & * & -\boldsymbol{Z} & 0 & 0\\
* & * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0\\
* & * & * & * & * & -\boldsymbol{S}_2
\end{bmatrix}.
$$

式中:

$$
\Pi_{ij}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{K}_j\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\boldsymbol{F}_j(t)\boldsymbol{H}_j\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_j(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y},
$$

$$
\bar{\Pi}_{ij}=\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{K}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_j(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}.
$$

注意到 $\boldsymbol{K}_j\boldsymbol{X}=\boldsymbol{M}_j$, $\boldsymbol{F}_i(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_i(t)\leqslant\boldsymbol{I}$, 有

$$
\Pi_{ij}=\begin{bmatrix}
\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_j+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{A}_{hi}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\\
* & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{hi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & * & -\boldsymbol{Z} & 0 & 0\\
* & * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0\\
* & * & * & * & * & -\boldsymbol{S}_2
\end{bmatrix}+
$$

$$
\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\\0\\0\\\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\\0\\\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{E}_j\end{bmatrix}\boldsymbol{F}_j(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{H}_j^{\mathrm{T}}\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\boldsymbol{F}_j(t)^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\\0\\0\\\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_j\\0\\\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{E}_j\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\leqslant
$$

$$
\begin{bmatrix}
\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{M}_j+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{A}_{hi}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{di}\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_i^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{M}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_2\\
* & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{hi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{Z}\boldsymbol{A}_{di}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\
* & * & * & -\boldsymbol{Z} & 0 & 0\\
* & * & * & * & -\boldsymbol{S}_1 & 0\\
* & * & * & * & * & -\boldsymbol{S}_2
\end{bmatrix}+
$$

$$\varepsilon_{ij}\begin{bmatrix}B_iE_j\\0\\0\\B_iE_j\\0\\S_2E_j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B_iE_j\\0\\0\\B_iE_j\\0\\S_2E_j\end{bmatrix}^{\mathrm T}+\varepsilon_{ij}^{-1}\begin{bmatrix}XH_j^{\mathrm T}\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}XH_j^{\mathrm T}\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm T}=\Lambda_{ij}.$$

再由(19)和(20)知, $\Pi(h)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))\Pi_{ij}\leqslant\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))h_j(\boldsymbol{x}(t))\Lambda_{ij}<0$

应用Schur补引理得:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)^{\mathrm T}+\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{S}_1\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{\mathrm h}(h)\boldsymbol{X} & \boldsymbol{A}_{\mathrm d}(h)\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)^{\mathrm T}\\ * & -\boldsymbol{Y} & 0 & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{\mathrm h}(h)^{\mathrm T}\\ * & * & -\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_{\mathrm d}(h)^{\mathrm T}\\ * & * & * & -\boldsymbol{Z}\end{bmatrix}<0,$$

并令 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{X}^{-1}$, $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{X}^{-1}$, $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{Z}^{-1}$, 则由上式可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)+\boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}_1+\boldsymbol{K}_{\Delta}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{S}_2\boldsymbol{K}_{\Delta}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm h}(h) & \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_{\mathrm d}(h) & \boldsymbol{A}_{\mathrm c}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{R}\\ * & -\boldsymbol{Q} & 0 & \boldsymbol{A}_{\mathrm h}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{R}\\ * & * & -\boldsymbol{R} & \boldsymbol{A}_{\mathrm d}(h)^{\mathrm T}\boldsymbol{R}\\ * & * & * & -\boldsymbol{R}\end{bmatrix}<0$$

从而根据定理1知 $\boldsymbol{u}(t)=\sum_{i=1}^{r}h_i(\boldsymbol{x}(t))[\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{X}^{-1}+\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{F}_i(t)\boldsymbol{H}_i]\boldsymbol{x}(t)$ 是系统(3)的一个非易碎保成本控制器, 相应的一个系统性能上界是:

$$J^*=\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm T}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\int_{-\tau}^{0}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm T}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm ds+\int_{-\tau}^{0}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm T}\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm ds=$$
$$\boldsymbol{x}(0)^{\mathrm T}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{x}(0)+\int_{-\tau}^{0}\boldsymbol{x}(s)^{\mathrm T}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{X}^{-1}\boldsymbol{x}(s)\,\mathrm ds+\int_{-\tau}^{0}\dot{\boldsymbol{x}}(s)^{\mathrm T}\boldsymbol{Z}^{-1}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\,\mathrm ds$$

结论得证. (证毕)

3 数值举例与仿真

考虑如下具有两条模糊规则的时滞系统:

模糊规则1 If $\boldsymbol{x}_1(t)$ is Γ_1^1(e.g. small), Then

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{\mathrm h1}\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{A}_{\mathrm d1}\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(t).$$

模糊规则2 If $\boldsymbol{x}_1(t)$ is Γ_1^2(e.g. big), Then

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{A}_{\mathrm h2}\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{A}_{\mathrm d2}\dot{\boldsymbol{x}}(t-\tau)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}(t).$$

系统参数如下:

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}0.5&-0.3\\0.1&0.2\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}0.8&0\\-0.2&0.6\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_{\mathrm h1}=\begin{bmatrix}0.3&0.2\\-0.5&0.1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_{\mathrm h2}=\begin{bmatrix}0.6&0.2\\0&-0.3\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm d1}=\begin{bmatrix}-0.2&0.8\\0.6&0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{A}_{\mathrm d2}=\begin{bmatrix}0.5&-0.2\\-0.3&0.2\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}1&0\\0.3&0.6\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}0.6&-0.8\\0.2&0.5\end{bmatrix},\ \tau=3.6$$

选取隶属度函数如下:

$$\mu_1(x(t))=\begin{cases}\dfrac{1}{3}, & \text{for } x_1<-1,\\[2mm] \dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}x_1, & \text{for } |x_1|\leqslant 1,\\[2mm] 1, & \text{for } x_1>1,\end{cases}\qquad \mu_2(x(t))=\begin{cases}\dfrac{2}{3}, & \text{for } x_1<-1,\\[2mm] \dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}x_1, & \text{for } |x_1|\leqslant 1,\\[2mm] 0, & \text{for } x_1>1,\end{cases}$$

注意到 $\mu_1(x(t))+\mu_2(x(t))=1$ 以及 $h_i(x(t))=\mu_i(x(t))/(\mu_1(x(t))+\mu_2(x(t)))$, 所以

$h_i(x(t)) = \mu_i(x(t))$. 假设控制器增益扰动 (7) 中的已知参数为 $\boldsymbol{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{E}_2 = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{H}_1 = [0.3 \quad 0.1]$, $\boldsymbol{H}_2 = [0.2 \quad 0]$. 取 $\boldsymbol{S}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\boldsymbol{S}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. 用 Matlab LMI 控制工具箱求解 LMI (18) 可得一组可行解如下:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 0.0325 & 0.0035 \\ 0.0035 & 0.0213 \end{bmatrix} > 0, \ \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 0.1074 & 0.0240 \\ 0.0240 & 0.0490 \end{bmatrix} > 0, \ \boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} 0.8338 & 0.4737 \\ 0.4737 & 1.0282 \end{bmatrix} > 0,$$

$$\boldsymbol{M}_1 = \begin{bmatrix} -0.6015 & -0.1468 \\ 0.0958 & -0.4798 \end{bmatrix}, \boldsymbol{M}_2 = \begin{bmatrix} -0.4059 & -0.3106 \\ 0.1828 & -0.2935 \end{bmatrix},$$

$$\varepsilon_{11} = 5.3071, \ \varepsilon_{12} = 4.3822, \ \varepsilon_{21} = 4.0513, \ \varepsilon_{22} = 3.3862$$

进一步, 根据定理 2得到所求的控制器增益为:

$$\boldsymbol{K}_1 = \begin{bmatrix} -18.0707 & -3.9511 \\ 5.4392 & -23.4024 \end{bmatrix}, \boldsymbol{K}_2 = \begin{bmatrix} -11.1196 & -12.7663 \\ 7.2112 & -14.9467 \end{bmatrix}.$$

下面给出该算例的仿真结果. 取初值为 $\varphi(t) = [0.8 \quad -0.8]^{\mathrm{T}}$, $t \in [-3.6, 0]$. 图 1是开环系统 (即 $\boldsymbol{u}(t) = 0$) 的状态曲线. 由该图可以发现, 开环系统是不稳定的. 图 2是由上面所得控制器反馈后的闭环系统的状态曲线, 不难看出, 闭环系统是稳定的. 该仿真结果验证了本文所给设计方法的有效性.

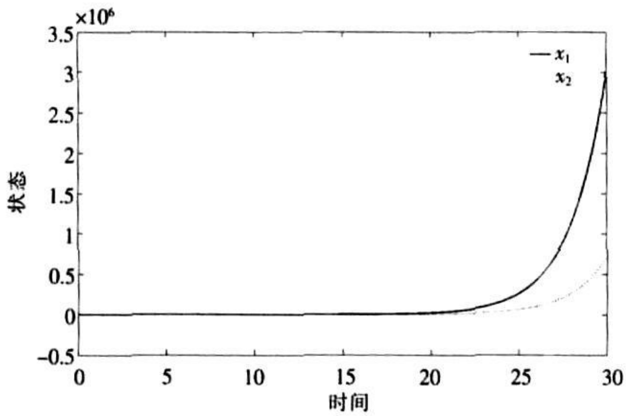

图 1 开环系统的状态响应曲线

Fig.1 State responses of open-loop system

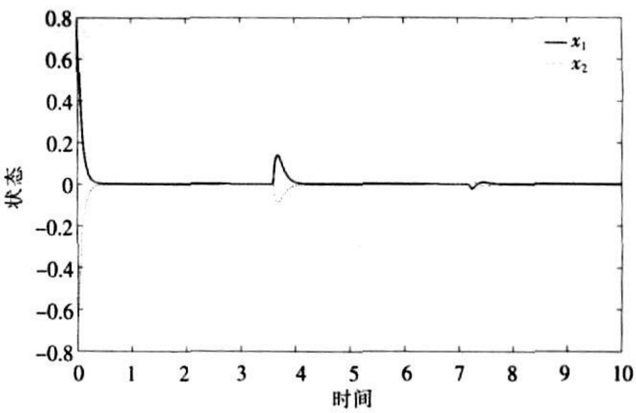

图 2 闭环系统的状态响应曲线

Fig.2 State responses of closed-loop system

4 小结

本文研究了一类中立型模糊时滞系统的非易碎保成本控制问题, 以 LMI的形式得到了非易碎保成本控制律的存在条件, 进一步给出了相应控制器的设计方法和系统性能上界的计算方法.

[参考文献] (References)

[1] Feng G. A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2006, 14(5): 676-697.

[2] Cao Y Y, Frank P M. Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2000, 8: 200-211.

[3] Zhou S, Li T. Robust stabilization for delayed discrete-time fuzzy systems via basis-dependent Lyapunov—Krasovskii function[J]. Fuzzy Sets Systems, 2005, 151: 139-153.

[4] Lee K R, Kim J H, Jeung E T, et al. Output feedback robust H_∞ control of uncertain fuzzy dynamic systems with time-varying delay[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2000, 6: 657-664.

(下转第 26页)

[参考文献](References)

[1] Dhaouadi R, Mohan N, Norum L. Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1991(6): 491-497.

[2] Bolognani S, Zigliotto M, Zordan M. Extended-range PMSM sensorless speed drive based on stochastic filtering[J]. IEEE Trans Power Electronics, 2001, 16(1): 110-117.

[3] Bolognani S, Oboe R, Zigliotto M. Sensorless full-digital PMSM drive with EKF estimation of speed and rotor position[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1999, 46(1): 184-191.

[4] Salvatore L, Stasi S. Application of EKF to parameter and state estimation of PMSM drive[J]. IEE Proceedings-B, 1992, 139(3): 155-164.

[5] Kim Y H, Kook Y S. High performance IPMSM drives without rotational position sensors using reduced-order EKF[J]. IEEE Transactions Energy Conversion, 1999, 14(4): 868-873.

[6] Cernat M, Comnac V, Cernat R M. Sensorless control of interior permanent magnet synchronous machine using a Kalman filter[J]. Industrial Electronics, 2000, 2(4): 401-406.

[7] 张猛, 肖曦, 李永东. 基于扩展卡尔曼滤波器的永磁同步电机转速和磁链观测器[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(36): 36-40.

Zhang Meng, Xiao Xi, Li Yongdong. Speed and flux linkage observer for permanent magnet synchronous motor based on EKF[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(36): 36-40. (in Chinese)

[8] 陈镇, 刘向东, 靳永强, 等. 采用扩展卡尔曼滤波磁链观测器的永磁同步电机直接转矩控制[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(33): 75-81.

Chen Zhen, Liu Xiangdong, Jin Yongqiang, et al. Direct torque control of permanent magnet synchronous motors base on extended kalman filter observer of flux linkage[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(33): 75-81. (in Chinese)

[9] 孙频东. 基于EKF算法的交流永磁无刷同步电机参数辨识[J]. 电气自动化, 2008, 30(3): 17-20.

Sun Pindong. Parameters identification of brushless PMSM based on EKF[J]. Proceeding of Electrical Automation, 2008, 30(3): 17-20. (in Chinese)

[10] 宋丹, 胡春华, 孙承波, 等. 基于滑模观测器的永磁同步电机控制系统研究[J]. 电力电子技术, 2007, 41(3): 9-11.

Song dan, Hu Chunhua, Sun Chengbo, et al. Research of PMSM control based on sliding mode observer[J]. Proceeding of Power Electronics, 2007, 41(3): 9-11. (in Chinese)

[责任编辑: 刘　健]

(上接第11页)

[5] Xu S, Lam J, Chen B. Robust H_∞ control for uncertain fuzzy neutral delay systems[J]. European Journal of Control, 2004, 10: 365-380.

[6] Li Y, Xu S, Zhang B, et al. Robust stabilization and H_∞ control for uncertain fuzzy neutral systems with mixed time delays[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159: 2730-2748.

[7] Xu S, Lam J, Wang J, et al. Non-fragile positive real control for uncertain linear neutral delay systems[J]. Systems and Control Letters, 2004, 52: 59-74.

[8] Zhang B, Zhou S, Li T. A new approach to robust and non-fragile H_∞ control for uncertain fuzzy systems[J]. Information Sciences, 2007, 117: 5118-5133.

[9] Chang S S L, Peng T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. IEEE Trans Automatic Control, 1972, 17(3): 474-483.

[责任编辑: 刘　健]