

四阶蔡氏电路的数值仿真分析与电路实现

邵书义, 闵富红, 王恩荣

(南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 详细地分析了四阶非线性蔡氏电路系统的动力学性质, 给出系统的 Lyapunov 指数图、分岔图和功率谱等, 确定了相应的混沌运动和周期运动区域, 从而为电路模拟提供了依据. 此外, 基于 Multisim 电路仿真软件, 设计出四阶蔡氏系统的电路模型, 获得了单涡卷和双涡卷的混沌吸引子, 验证了数值仿真的有效性.

[关键词] 四阶蔡氏电路, Lyapunov 指数, 分岔, 功率谱

[中图分类号] TP391.9 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-4292(2012)03-0006-04

Numerical Simulation Analysis and Circuit Implementation of Four-Order Chua's System

Shao Shuyi, Min Fuhong, Wang Enrong

(School of Electrical and Automatic Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract: In this paper, the dynamics analysis of four-order Chua's circuit was investigated through the Lyapunov exponent, bifurcation and power spectrum, which developed the corresponding domain for chaotic motion and periodic motion. Furthermore, the four-order Chua's circuit was designed through the Multisim circuit simulation software, and then the single or two-scroll chaotic attractors were given. The results are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: four-order Chua's circuit, Lyapunov exponent, bifurcation, power spectrum

近年来, 许多学者通过非线性电路对混沌行为进行了广泛的研究^[1-4]. 其中, 最典型的是蔡氏电路系统, 它是能产生混沌行为的最简单的三阶自治电路. 王晓辉等^[5]研究了三阶非线性常微分系统的数值仿真分析. 高娟等^[6]研究了单管放大电路的电路仿真分析. 本文将以一种四阶蔡氏电路系统为研究对象, 通过 Lyapunov 指数图、分岔图和功率谱等, 详细地分析其动力学特性. 此外, 设计电路原理图, 利用 Multisim 电路软件, 实现四阶蔡氏系统的电路模拟, 从而为以后研究其他模型提供系统的研究方案.

1 四阶蔡氏电路系统描述

四阶蔡氏电路^[7]是在典型蔡氏电路的基础上建立的, 它是在蔡氏电路的 L 臂上加入 R_0 、 C_3 并联电路, 使电路方程由三维提高到四维. 四阶蔡氏电路由 4 个储能元件和一个分段线性电阻组成, 如图 1 所示. 四阶蔡氏电路分为线性和非线性两大部分, 其中线性部分包括电阻 R 、 R_0 、电感 L 和电容 C_1 、 C_2 和 C_3 , 非线性部分是一个分段线性电阻 N .

根据 Kirchhoff 定律, 四阶蔡氏电路的状态方程为:

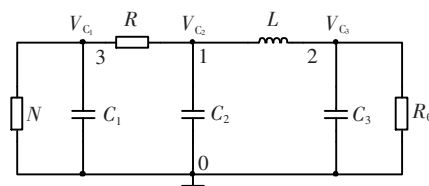


图 1 四阶蔡氏电路

Fig.1 The four-order Chua's circuit

收稿日期: 2012-07-06.

基金项目: 国家自然科学基金(51075272)、江苏省普通高校自然科学基金计划(08KJB510006).

通讯联系人: 闵富红, 博士, 副教授, 研究方向: 混沌系统同步与控制. E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn

$$\begin{cases} RC_1 \frac{dV_{C_1}}{d\tau} = V_{C_2} - V_{C_1} - Rf(V_{C_1}), \\ RC_2 \frac{dV_{C_2}}{d\tau} = V_{C_1} - V_{C_2} + Ri_L, \\ \frac{di_L}{d\tau} = \frac{V_{C_3}}{L} - \frac{V_{C_2}}{L}, \\ R_0 C_3 \frac{dV_{C_3}}{d\tau} = -R_0 i_L - V_{C_3}, \end{cases} \quad (1)$$

式中, $f(V_{C_1})$ 为流过分段线性电阻 N 的电流 I_N , 伏安关系为:

$$I_N = f(V_{C_1}) = G_1 V_{C_1} + 0.5(G_0 - G_1)(|V_{C_1} + 10E| - |V_{C_1} - 10E|). \quad (2)$$

上面(1)式为无量纲状态方程, 每一物理量都有单位, 为了研究的方便, 将其转换成无量纲状态方程.

令 $t = \tau/RC_2$, $x = V_{C_1}/E$, $y = V_{C_2}/E$, $z = Ri_L/E$, $w = V_{C_3}/E$, 系统参数 $a = \frac{C_2}{C_1}$, $b = \frac{R^2 C_2}{L}$, $\gamma_2 = \frac{C_2}{C_3}$, $\gamma_1 = \frac{R}{R_0}$,

那么(2)式变换为以下形式:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = a[y - h(x)], \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z, \\ \frac{dz}{d\tau} = -b(y - w), \\ \frac{dw}{d\tau} = -\gamma_2(z + \gamma_1 w), \end{cases} \quad (3)$$

其中,

$$h(x) = m_1 x + 0.5(m_0 - m_1)(|x + 10| - |x - 10|), \quad (4)$$

上式中 $m_0 = RG_0$, $m_1 = RG_1$.

2 四阶蔡氏系统仿真分析

根据(4)式的四阶蔡氏电路无量纲状态方程, 利用 Matlab 软件, 进行数值仿真. 设初始值为 $[0.01, 0.02, 0.03, 0.04]$, 步长取为 0.005, 选取 $m_0 = -1.246$, $m_1 = -0.6724$, $b = 15$, $\gamma_1 = 27.333$, $\gamma_2 = 0.0497$, 获得随着参数变化的 Lyapunov 指数谱和分岔图, 如图 2 和图 3 所示. 在图 2 中, 当参数 $a \in [6, 7.5]$ 时, 四阶蔡氏系统处于不动点; 当参数 $a \in (7.5, 8.5]$ 时, 系统处于周期运动; 当参数 $a \in (8.5, 8.9]$ 时, 系统为单涡卷混沌运动; 当参数 $a \in (8.9, 10]$ 时, 系统为双涡卷混沌运动. 在图 3 中, 当 Lyapunov 指数谱都为负时, 四阶蔡氏系统为周期运动或者不动点; 当 Lyapunov 指数谱有一个为正时, 系统为混沌运动; 当有两个正的 Lyapunov 指数谱时, 系统为超混沌运动. 可见, 通过 Lyapunov 指数谱和分岔图的对应关系, 可以直观地反映出系统的运动特性.

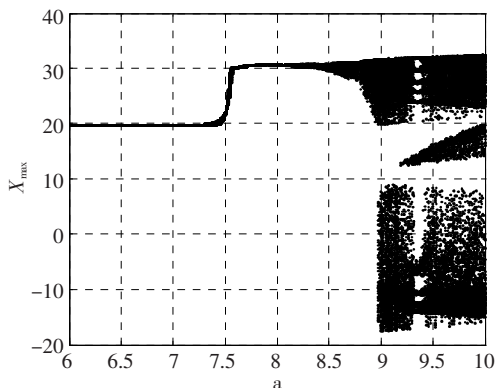


图 2 四阶蔡氏电路分岔图

Fig.2 The bifurcation diagram

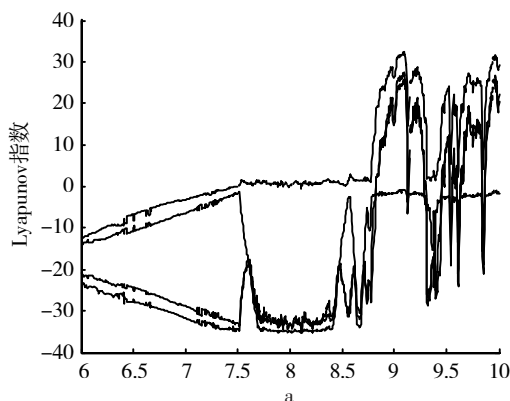


图 3 Lyapunov 指数谱

Fig.3 Lyapunov exponential spectrum

根据图 2 和 3,可知当选取参数 $a = 8.7$ 时,四阶蔡氏电路处于单涡卷混沌运动.当参数 $a = 10$ 时,四阶蔡氏电路为双涡卷超混沌运动.进行数值仿真,对应的相位图和功率谱图如图 4 所示.显然,超混沌运动的功率谱图具有更宽的频带,随机性更强,对于信息保密更有利,进一步验证了分岔图和 Lyapunov 指数谱分析四阶蔡氏系统运动行为的有效性.

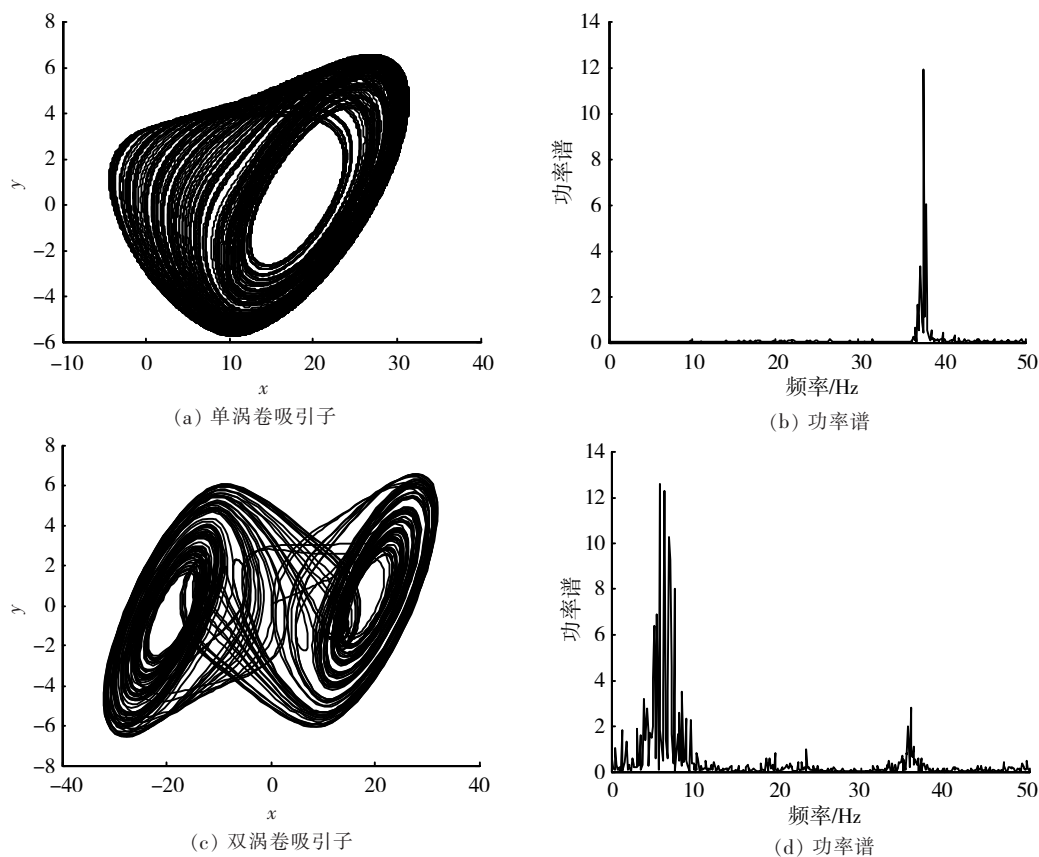


图 4 四阶蔡氏电路吸引子和功率谱

Fig.4 The chaotic attractors and power spectrum of four-order Chua's circuit

3 四阶蔡氏电路的电路实现

基于 Multisim 电路软件,设计新型的四阶蔡氏系统的电路图,如图 5 所示.各个元器件的参数如图所示,图中所有运放均采用 TL082.运放 N_1 和外围电阻 R_3 、 R_{12} 组成反相放大器.运放 N_2 和外围电阻 R_4 组成电压电流转换器,运放 N_3 作为缓冲器.反相放大器、电压电流转换器、缓冲器共同组成的部分,等效于产生四阶 Chua 系统的非线性部分.

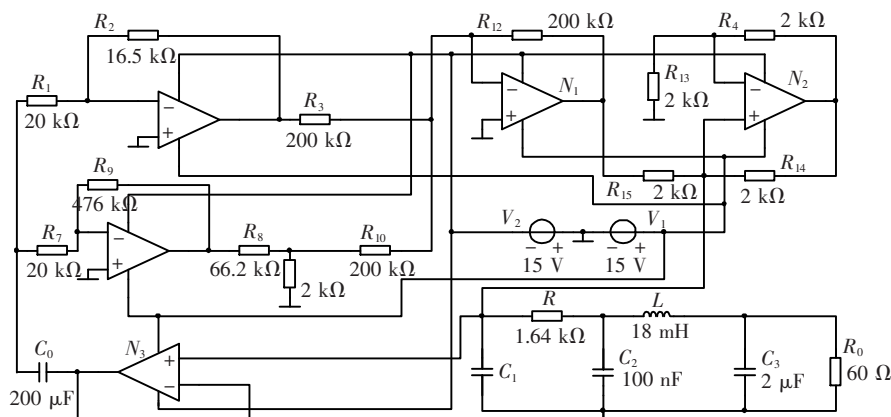


图 5 四阶蔡氏系统的电路模拟图

Fig.5 The four-order Chua's circuit

根据前面无量纲方程的推导, 有 $a = C_2/C_1$, 这里固定电容 C_2 的值, 改变电容 C_1 的值, 从而改变参数 a 大小. 当选取参数 $a = 8.7$ 时, 求得 $C_1 = 11.5 \text{ nF}$, 通过电路模拟, 得到如图 6(a) 所示的四阶蔡氏电路的单涡卷吸引子. 当参数 $a = 10$ 时, 同理求得 $C_1 = 10 \text{ nF}$, 四阶蔡氏电路的双涡卷混沌双涡卷吸引子如图 6(b) 所示. 可见, 电路模拟得到的图 6 所示的混沌运动, 与基于 matlab 软件数值仿真获得的图 4 所示结果相吻合.

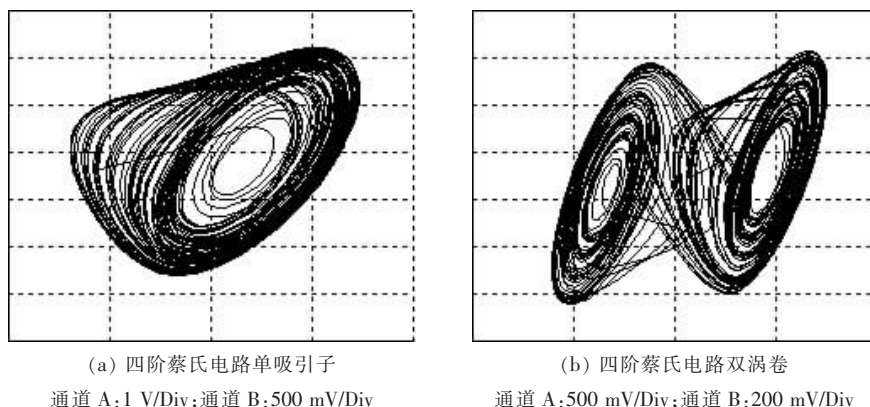


图 6 电路模拟仿真图

Fig.6 The simulation results of the Chua's circuit

4 结论

本文研究了四阶蔡氏电路系统的分岔图、Lyapunov 指数谱、功率谱等, 直观地展示出非线性系统的动力学特性. 并且, 通过 Multisim 电路仿真软件, 设计出合理的四阶蔡氏电路模拟图, 通过示波器更为直接的观察到四阶蔡氏电路随元器件变化的特性, 证实了电路模拟分析与数值仿真的一致性. 这里的研究方案为进一步研究四阶蔡氏电路同步控制与保密通信打下了坚实的基础.

[参考文献] (References)

- [1] 闵富红, 吴薛红, 曹弋. 分数阶混沌系统的追踪同步与电路实现[J]. 南京师范大学学报: 工程技术版, 2011, 11(2): 13-18.
Min Fuhong, Wu Xuehong, Cao Yi. Circuit realization and tracking of new fractional-order chaotic system[J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering Technology Edition, 2011, 11(2): 13-18. (in Chinese)
- [2] 闫明媚, 满丰泉, 王忠林. 一个新的四维混沌系统性质分析与电路实现[J]. 数学通信, 2009, 49(4): 68-70.
Yan Mingmei, Man Fengquan, Wang Zhonglin. Analysis and circuit implementation of a new four dimension chaotic system[J]. Digital Communication, 2009, 49(4): 68-70. (in Chinese)
- [3] Xian Liu, Jinzhi Wang, Lin Huang. Chaos control of a Four-order chua's circuit[C]// 25th Chinese Control Conference, CCC 2006. Harbin, 2006: 227-232.
- [4] Anshan H. A study of the chaotic phenomena in chua's circuit[C]// 1988 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. New York, 1988: 273-276.
- [5] 王晓辉, 谢胜曙, 张志伟. 基于 Matlab 的混沌系统仿真与分析[J]. 现代电子技术, 2006, 46(10): 105-107.
Wang Xiaohui, Xie Shengshu, Zhang Zhiwei. Simulation and analysis of chaotic system with matlab[J]. Modern Electronics Technique, 2006, 46(10): 105-107. (in Chinese)
- [6] 高娟, 李峰. 基于 Multisim 的电子电路仿真研究[J]. 青岛职业技术学院学报, 2006, 19(2): 63-65.
Gao Juan, Li Feng. A research on simulation of electronic circuits based on multisim[J]. Journal of Qingdao Vocational Technical College, 2006, 19(2): 63-65. (in Chinese)
- [7] 禹思敏. 混沌系统与混沌电路 - 原理、设计及其在通信中的应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2011: 609.
Yu Simin. Chaotic Systems and Chaotic Circuits-Principle, Design and its Application in communications[M]. Xi'an: Xidian University Publishing House, 2011: 609. (in Chinese)

[责任编辑: 刘 健]