

# 改进量子交叉遗传算法在 TSP 问题中的应用

杨 玉 李 慧 戴红伟

(淮海工学院 计算机工程学院, 江苏 连云港 222005)

**[摘要]** 为提高遗传算法求解旅行商问题的效率, 提出了一种改进量子交叉算子遗传算法. 与经典量子全干扰交叉算子中城市的选择完全依赖于其位置的选择策略相比, 新算子在选择城市时加入了父代优质解的有用信息, 从而在维持解的多样性的同时, 提高交叉所产生新解的质量. 仿真算例结果表明, 改进交叉算子遗传算法有着良好的全局搜索和局部挖掘能力, 针对 TSP 问题的最优解、平均解均优于传统算法.

**[关键词]** 旅行商问题, 遗传算法, 改进量子交叉, 优化问题

**[中图分类号]** TP301.6 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-4292(2012)03-0043-06

## Improved Quantum Crossover Based GA and Its Application to Traveling Salesman Problem

Yang Yu, Li Hui, Dai Hongwei

(School of Computer Engineering, Huaihai Institute of Technology, Lianyungang 222005, China)

**Abstract:** In order to improve the efficiency of Genetic Algorithm (GA) to Traveling Salesman Problem (TSP), an improved quantum crossover is proposed in this paper. Compared with the traditional quantum crossover in which a city is selected according to the position, the new crossover selects a city depending on the distance comparing. The new crossover can maintain the diversity of population and generate higher quality solutions. Simulation result shows that the improved quantum crossover based GA has good ability in global exploration and local exploitation. The best solution and the average solutions on TSP are all superior to those of traditional algorithm.

**Key words:** traveling salesman problem (TSP), genetic algorithm (GA), improved quantum crossover, optimization problem

量子计算(Quantum Computing, QC)作为信息科学与量子力学相结合的交叉科学,自20世纪80年代提出后,以其独特的计算方式引起了学者们的广泛关注和研究.量子计算主要包含量子计算机和量子算法两方面内容.量子计算机的概念虽然在量子计算概念出现之时就已提出,但直到20世纪90年代才得以迅猛发展,并在具体问题的求解中显示出其明显优于数字计算机的能力.在量子算法方面,Shor的求解大数质因子分解算法、Deutsch-Josza算法和Grover的随机数据库量级的加速搜索算法等,已广泛应用于公开密钥系统RSA、量子神经网络、量子算法模拟系统等领域<sup>[1-2]</sup>.

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的自适应全局优化概率搜索算法<sup>[3]</sup>.在求解组合优化问题中具有独特的优势.融合量子计算和遗传算法的量子遗传算法自20世纪末提出之后,也日益引起人们的关注.量子遗传算法主要有两类模型:一类是基于量子比特和量子态叠加特性的遗传算法,在该类模型中利用量子旋转门对个体进行变换;另一种是基于量子宇宙特性的多宇宙量子遗传算法,该类算法主要利用多宇宙的并行搜索,增大搜索范围,利用不同宇宙间的信息交流,提高整体算法的搜索效率<sup>[4-6]</sup>.虽然两类算法都能较好地平衡全局搜索与局部探索之间的关系,但后者形式更为简单,易于实现,且已有研究者将类似算法应用于多播路由问题并取得了较好的效果<sup>[7]</sup>.与

收稿日期: 2012-05-20.

基金项目: 淮海工学院自然科学基金(Z2011033, Z2011139).

通讯联系人: 杨 玉, 讲师, 研究方向: 人工神经网络、软件外包. E-mail: yangyuy@ hotmail. com

传统遗传算法相比,多宇宙量子遗传算法有着更好的种群多样性和全局寻优能力.但由于多宇宙量子交叉算子采取了基于位置的交叉操作,在求解旅行商问题时虽然保持了较好的种群多样性,但不能很好地发挥局部寻优能力,导致算法整体性能的下降.因此,本文提出了一种基于距离的多宇宙交叉算子,在维持种群多样性的同时,使交叉产生的新解具有更好的竞争力.仿真结果表明,改进量子交叉算子在维持种群多样性的同时提高了算法的寻优能力.

## 1 基于量子交叉算子的遗传算法

GA 是一类模拟自然界自然选择和遗传机制进行搜索寻优的方法,是具有导向的全局搜索算法,具有较强的鲁棒性. GA 本质是一个种群迭代过程,将求解问题的解表示成染色体,从一个由随机染色体组成的初始种群出发,依据自然竞争、优胜劣汰的原则,通过竞争、选择、繁殖、变异等遗传优化作用不断进行演化,产生性能更优的新群体,直到满足环境约束的优良个体或合乎具体的应用准则为止<sup>[8-9]</sup>.

基于量子交叉的遗传算法描述如下:

### 1.1 编码方法

设计遗传算法的一个重要步骤是对所解问题的编码表示,编码表示方案取决于问题的性质和遗传算子的设计.本算法采用整数编码,染色体  $S_x = (C_1, C_2, C_3, \dots, C_N)$  表示一个  $N$  城市旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 的一个候选解,即从城市  $C_1$  出发,遍历城市  $C_2, C_3, \dots, C_N$  后返回出发城市  $C_1$ .  $C_i (i = 1, 2, \dots, N)$  为  $1 \sim N$  之间的整数且互不相同.

### 1.2 解码

计算染色体中相邻城市的距离并求和,依此评价染色体的适应度,即:

$$D(x) = \sum_{i=1}^{N-1} d(C_i, C_{i+1}) + d(C_1, C_N). \quad (1)$$

其中  $d(C_i, C_j)$  表示城市  $C_i, C_j$  之间的距离.

### 1.3 种群初始化

随机生成  $M$  个个体作为初始群体  $S(0) = \{S_{10}, S_{20}, \dots, S_{M0}\}$ . 为平衡种群规模过大所引起的编码时间过长和过小规模种群会增加有效基因缺失的问题,  $M$  取值为所求 TSP 问题的规模,即  $M = N$ .

### 1.4 选择策略

选择操作的主要目的是为了避免基因缺失、提高全局收敛性和计算效率.在对个体的适应度进行评价的基础上进行增量选择:对  $M$  个个体进行排序,选择其中  $N$  个优质个体作为精英群体,根据不同适配度对不同精英个体进行扩容.扩容原则如下:

$$P_i = \text{round}(S^* (N - i) / N). \quad (2)$$

其中  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $P_i$  为精英个体  $i$  的扩容量;  $S$  为扩容因子,本算法中  $S = 50$ ;  $\text{round}()$  为取整函数.

### 1.5 交叉算子

相对于变异运算,交叉运算是产生新个体的主要方法,交叉算子的效率决定了遗传算法的全局搜索能力.本算法采用量子交叉算子,它既能较好地保持个体编码串中表示优良性状的模式,同时又能够有效地产生出一些较好的新个体模式.

### 1.6 变异运算

变异操作是产生新个体的辅助方法,它的性能影响了遗传算法的局部搜索能力.使用变异算子主要有两个目的<sup>[10]</sup>:一是改变遗传算法的局部搜索能力;二是维持群体的多样性,防止出现早熟现象.随机选择当前个体中的两个不同位置,对调所选位置上的两个城市.此变异运算操作简单,并能保证产生的新解是可行解.

### 1.7 终止准则

通常迭代的次数越多,算法搜索的结果越好,但是所花费的时间也越长.实际应用中常规的随机变异并不能避免有效基因缺失,同时算法的运行时间也不能无限制.据实验经验,按照所求 TSP 问题规模的不同取迭代次数  $1\,000 \sim 5\,000$ .

## 2 经典量子交叉算子与改进型量子交叉算子

为简便起见,以 6 城市 TSP 为例对量子全干扰交叉算子进行介绍. 假设有如图 1 所示的含有 6 个染色体  $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  的当前种群,经典量子全干扰交叉算子描述如下:

从第一个候选解(染色体)序列  $S_0$  中选择该序列的第一个城市(基因)(为便于理解,本文将染色体称为候选解,基因称为城市,以下相同),从第二个候选解序列  $S_1$  中选择该序列的第二个城市,以此类推,直到遍历所有候选解群体并构成一个可行解. 在构建过程中,如果序列中出现重复城市,则选择下一个还没有出现过的城市.

显然,经典量子交叉算子是一种基于位置信息的交叉措施,虽然能够提升不同染色体间的信息交流,但有一定的盲目性. 虽然能够较好地维持种群的多样性,但产生的新解没有竞争力.

为克服基于位置选择的盲目性,本文在位置交叉算子的基础上引入了竞争措施,即交叉产生的新解的每个城市来自当前种群的不同解,但是城市的选择则是通过距离比较进行,提高了构建优质解的可能性.

图 2 给出了改进型量子交叉模型示意图. 具体过程描述如下:

(1) 选择  $S_0$  为中心解,选取  $S_0$  中的第一个城市  $C_1$  为新解的第一个城市,在辅助解  $S_1$  中查找城市  $C_1$  的左相邻和右相邻城市,即  $C_5$  和  $C_2$ .

在  $S_0$  中以第二个城市  $C_2$  为起点,以  $S_1$  中城市  $C_1$  左右相邻城市  $C_5, C_2$  为终点构成了两个子片段,分别翻转子片段( $C_2-C_2$ )、( $C_2-C_3-C_4-C_5$ ),假设后者所产生的解优于中心解,则选择城市  $C_5$  为新解的第二个城市.

(2) 以  $S_0$  为中心解,  $S_2$  为辅助解. 在  $S_2$  中定位当前新解的最后一个城市,即  $C_5$ . 查找  $C_5$  在  $S_2$  中的左右相邻城市  $C_1, C_2$ .

在  $S_0$  中以第三个城市  $C_3$  为起点,以  $S_2$  中城市  $C_5$  的左右相邻城市  $C_1, C_2$  为终点构成了两个子片段,分别翻转子片段( $C_3-C_2$ )、( $C_3-C_2-C_1$ ),假设前者所产生的解优于中心解,则选择城市  $C_2$  为新解的第三个城市.

(3) 以  $S_0$  为中心解,  $S_3$  为辅助解. 在  $S_3$  中定位当前新解的最后一个城市,即  $C_2$ . 查找  $C_2$  在  $S_3$  中的左右相邻城市  $C_4, C_1$ .

在  $S_0$  中以第四个城市  $C_4$  为起点,以  $S_3$  中城市  $C_2$  的左右相邻城市  $C_4, C_1$  为终点构成两个子片段,分别翻转子片段( $C_4-C_4$ )、( $C_4-C_3-C_2-C_1$ ). 假设后者能产生更优的解,即  $C_1$  作为当前新解的最新城市. 由于  $C_1$  已经在当前新解的路径中出现过,所以按照顺序选择还没有出现过的城市  $C_3$  为当前新解的最新城市,此时构成新解的城市序列为:  $C_1-C_5-C_2-C_3$ .

(4) 以  $S_0$  为中心解,  $S_4$  为辅助解. 按照上述规则选择新解的下一个城市.

(5) 选择剩余的最后一个城市加入新解,构成一个可行解.

(6) 重复上述过程(1)~(5),构建出所有 6 个交叉新解.

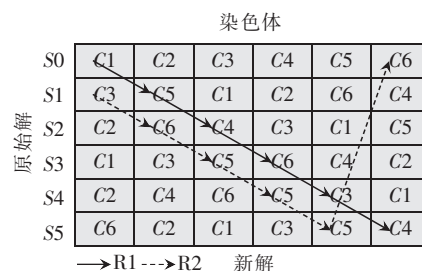
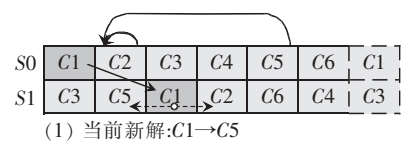
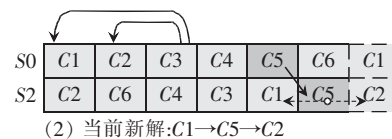


图 1 基于位置的经典量子交叉算子

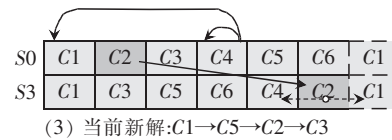
Fig.1 Position based classical quantum crossover operator



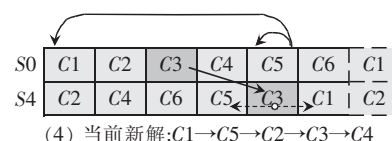
(1) 当前新解:  $C_1 \rightarrow C_5$



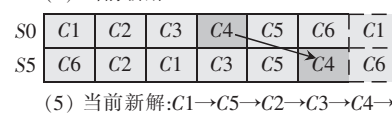
(2) 当前新解:  $C_1 \rightarrow C_5 \rightarrow C_2$



(3) 当前新解:  $C_1 \rightarrow C_5 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3$



(4) 当前新解:  $C_1 \rightarrow C_5 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$



(5) 当前新解:  $C_1 \rightarrow C_5 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4 \rightarrow C_6$

图 2 改进型量子交叉模型

Fig.2 Improved quantum crossover model

### 3 仿真分析

为了验证本文提出的改进型量子交叉遗传算法的性能,本文以 TSP 问题为求解对象进行了分析测试. 算法程序在 VC6.0 环境下由 C++ 编程实现. 硬件环境为: Pentium Dual-Core CPU 2.20 GHz, 内存 2.0 GB. 所有运行结果均是 10 次运行的平均结果.

#### 3.1 TSP 问题

TSP 问题是一个典型的组合优化难题,描述简单,但无确定的算法能够在多项式时间内得到问题的最优解,是典型的 NP 完全问题. 目前求解 TSP 问题的主要方法有启发式优化算法(包括临近启发式、最接近插入启发式和几何启发式)、模拟退火算法、遗传算法、Hopfield 神经网络算法、思维进化算法和几何分块算法等. 但是几乎每种算法都有一定的适用范围和不足. 本文提出的改进型量子交叉遗传算法能较好地平衡算法收敛速度和维持种群多样性,使得最终搜索结果更接近最优解.

表 1 为通用测试 TSP 问题的相关信息(来自: <ftp://ftp.zib.de/pub/Packages/mp-testdata/tsp/lib/tsp/index.html>),所有问题均为 EUC\_2D 类型,且为整数距离.

#### 3.2 算例分析

相关参数的意义及设定值如表 2 所示.

为准确把握遗传算法收敛过程,本文采用如下种群多样性定义:

$$d(i, t) = (N - Ne(i)) / N. \quad (3)$$

其中  $d(i, t)$  为解  $S(i)$  在  $t$  世代时与当前最优个体的差异度,  $Ne(i)$  为解  $S(i)$  与当前世代中最优个体的相同子片段的数量. 显然,  $Ne(i)$  越大,两个解的差异性越小,群体多样性越小. 种群中所有个体差异度的平均值就是  $t$  世代时的群体多样性  $D(t)$ .

种群多样性丧失是算法早熟收敛的一个重要因素. 为分析种群多样性与算法性能之间的关系,分别用基于经典量子交叉算子和改进型量子交叉算子遗传算法,对 eil76 问题进行对比实验. 图 3 和图 4 分别给出了两种算法的群体多样性和整体收敛过程.

表 1 通用 TSP 问题

Table 1 TSP instances

问题	规模	最优解	世代数 $T$
eil51	51	426	1 000
berlin52	52	7 542	1 000
st70	70	675	1 000
eil76	76	538	1 000
rd100	100	7910	1 000
eil101	101	629	1 000
lin105	105	14 379	1 000
pr107	107	44 303	1 000
pr124	124	59 030	1 000
bier127	127	118 282	2 000
pr136	136	96 772	2 000
pr152	152	73 682	2 000
rat195	195	2 323	2 000
kroA200	200	29 368	5 000

表 2 参数及设定值

Table 2 Parameters and values

参数	含义	设定值
$N$	城市数	各 TSP 对应城市数
$M$	初始染色体数	$N$
$S$	扩容因子	50
$T$	最大进化世代数	参考表 1 世代数
$P_c$	交叉概率	1.0
$P_m$	变异概率	*

\* 不同于经典 GA 中设定的固定变异概率,本算法中随机选取染色体中的两个基因,然后对调彼此位置,每个染色体在每一次进化迭代中执行一次变异操作.

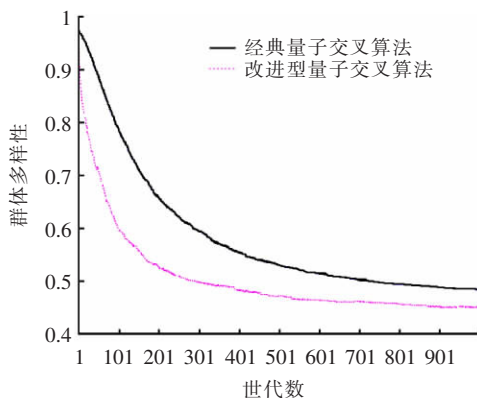


图 3 群体多样性变化过程(eil76)

Fig.3 Population diversity of eil76

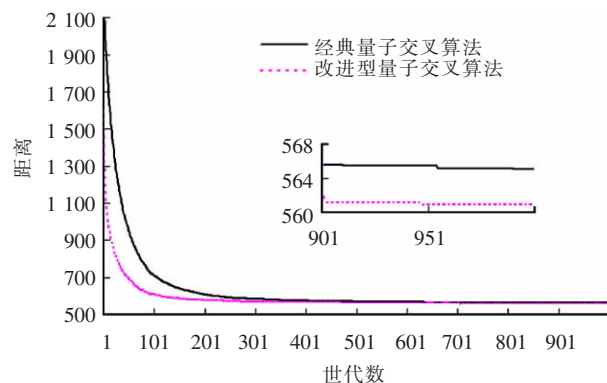


图 4 算法收敛过程(eil76)

Fig.4 Convergence process of algorithm (eil76)

综合图 3、图 4 可以看出,经典量子交叉遗传算法确实能较好地维持群体多样性,而改进型量子交叉算法的种群多样性丧失相对较快. 然而经典量子交叉算法的多样性并没能有效提升算法的搜索能力,相

反,其最终搜索结果不如改进型量子交叉算法.这个结果也很好地说明了改进型量子交叉算子在平衡广度搜索和深度搜索方面的优良能力.

图 5 给出了经典量子交叉算子和改进型量子交叉算子在求解不同规模 TSP 问题时交叉成功的次数(交叉成功即通过交叉产生的解优于当前世代的最优解).很明显,改进型量子交叉算子有着更高效的交叉操作,从而提升了算法的整体性能.

表 3 为两种算法的仿真结果对比.仿真对象为 TSP 算例 eil51 到 kroA200,所有结果均为 10 次运行结果的平均值.其中“规模”为城市数量,“最优距离”为该 TSP 问题的最短巡回路径,“时间”为算法的运行时间,“最长”、“最短”和“平均”为算法在 10 次运行中求得巡回路径的最大长度、最小长度和平均值.“偏差”为平均值相对于最优距离的百分比偏差.

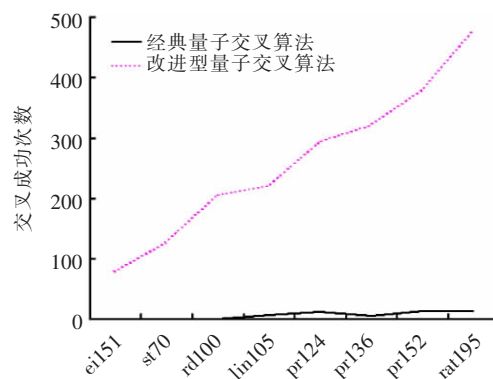


图 5 经典和改进型交叉算子交叉成功次数对比

Fig.5 Success times of crossover operator of two algorithms

表 3 仿真计算结果比较

Table 3 Comparison of simulation results of two algorithms

问题	规模	最优 距离	经典量子交叉 GA					改进量子交叉 GA				
			时间/s	最长	最短	平均	偏差/%	时间/s	最长	最短	平均	偏差/%
eil51	51	426	2.44	442	432	437	2.54	3.70	441	430	435	2.16
berlin52	52	7542	2.50	7888	7542	7746	2.70	3.85	7878	7618	7739	2.61
st70	70	675	4.14	697	676	688	1.87	7.07	699	681	687	1.81
eil76	76	538	4.81	573	557	566	5.15	8.38	563	552	559	3.87
rd100	100	7910	7.77	8445	8177	8327	5.27	15.85	8400	8208	8286	4.75
eil101	101	629	8.00	677	667	672	6.85	16.14	670	659	665	5.72
lin105	105	14379	8.64	15298	14811	15002	4.33	17.73	15214	14690	14918	3.75
pr107	107	44303	9.44	46426	45446	45902	3.61	18.56	46034	45191	45548	2.81
pr124	124	59030	12.99	62845	60528	62046	5.11	26.90	60938	59762	60211	2.00
bier127	127	118282	29.41	125264	123284	124362	5.14	55.39	124724	121688	123546	4.45
pr136	136	96772	28.00	103857	100555	102762	6.19	64.66	103054	99735	101620	5.01
pr152	152	73682	33.76	77312	75044	76106	3.29	85.82	76380	74645	75671	2.70
rat195	195	2323	54.80	2657	2609	2630	13.22	165.70	2581	2502	2553	9.92
kroA200	200	29368	142.57	31693	30709	31359	6.78	429.88	31514	30948	31271	6.48

## 4 结语

基于经典量子交叉算子的遗传算法针对 TSP 问题求解时的种群多样性并未能带来良好的搜索结果,为改善算法平衡全局搜索和局部挖掘的能力,本文提出了改进型多宇宙量子交叉算子.该算子主要利用多宇宙的并行搜索,增大搜索范围,利用不同宇宙间的信息交流,提高整体算法的搜索效率,并在位置交叉算子的基础上引入了距离比较的竞争措施,克服了经基于位置选择的盲目性,提高了构建优质解的可能性.针对通用 TSP 算例的仿真计算结果也验证了改进型量子交叉遗传算法的有效性.

## [参考文献] (References)

- [1] 李盼池,宋考平,杨二龙.基于受控旋转门的量子神经网络模型算法及应用[J].控制与决策,2011,26(6):898-901.  
Li Panchi, Song Kaoping, Yang Erlong. Controlled-rotating gate-based quantum neural networks model algorithm with application[J]. Control and Decision, 2011, 26(6): 898-901. (in Chinese)
- [2] 王凌,吴昊,唐芳,等.混和量子遗传算法及其性能分析[J].控制与决策,2005,20(2):156-160.

- Wang Ling , Wu Hao , Tang Fang , et al. Hybrid quantum genetic algorithms and performance analysis [J]. Control and Decision , 2005 , 20( 2 ) : 156-160. ( in Chinese)
- [3] 周明 孙树栋. 遗传算法原理及应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.  
Zhou Ming , Sun Shudong. Genetic Algorithms: Theory and Applications [M]. Beijing: National Defence Industrial Press , 1999. ( in Chinese)
- [4] 封安辉 苏宏升. 一种改进的量子遗传算法及应用 [J]. 计算机工程 , 2011 , 37( 5 ) : 199-201.  
Feng Anhui , Su Hongsheng. Improved quantum genetic algorithm and its application [J]. Computer Engineering , 2011 , 37( 5 ) : 199-201. ( in Chinese)
- [5] 李英华 王宇平. 有效的混和量子遗传算法 [J]. 系统工程理论与实践 , 2006 , 26( 11 ) : 116-124.  
Li Yinghua , Wan Yuping. An effective hybrid quantum genetic algorithm [J]. Systems Engineering—Theory and Practice , 2006 , 26( 11 ) : 116-124. ( in Chinese)
- [6] Narayanan A , Moore M. Quantum-inspired genetic algorithms [C]//Proceeding of the IEEE International Conference Evolutionary Computation. Nagoya , 1996: 61-66.
- [7] 李阳阳 焦李成. 量子克隆多播路由算法 [J]. 软件学报 , 2007 , 18( 9 ) : 2 063-2 069.  
Li Yangyang , Jiao Licheng. Quantum clonal algorithm for multicast routing problem [J]. Journal of Software , 2007 , 18( 9 ) : 2 063-2 069. ( in Chinese)
- [8] 董春龙 刘希玉. 基于遗传算法的家具造型创新设计 [J]. 南京师范大学学报: 工程技术版 , 2010 , 10( 3 ) : 78-81.  
Dong Chunlong , Liu Xiyu. Creative design of furniture configuration based on genetic algorithm [J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition , 2010 , 10( 3 ) : 78-81. ( in Chinese)
- [9] 殷新春 杨洁. 基于遗传算法的 S 盒的构造 [J]. 计算机应用研究 , 2007 , 24( 3 ) : 91-93.  
Yin Xinchun , Yang Jie. Construction of S-boxes based on genetic algorithm [J]. Application Research of Computers , 2007 , 24( 3 ) : 91-93. ( in Chinese)
- [10] 雷秀娟 史忠科 王来军 等. 遗传算法多目标优化及其在决策支持系统中的应用 [J]. 计算机应用研究 , 2006 , 23( 7 ) : 176-177.  
Lei Xiujuan , Shi Zhongke , Wang Laijun , et al. Multi-objective optimization of genetic algorithm and its application in DSS [J]. Application Research of Computers , 2006 , 23( 7 ) : 176-177. ( in Chinese)

[责任编辑: 严海琳]