

基于约束三角网的模型叠置算法研究

邓 峤

(东南大学交通学院,江苏 南京 210096)

[摘要] 约束数据域下的 Delaunay 三角剖分是建立高精度数字地面模型的基础,其构建算法目前已得到较深入的研究和广泛的应用,但关于其模型的复合操作及相关算法还不成熟. 本文在约束三角网构建的基础上,重点研究含有大量地形特征线作为约束条件的两个或以上 Delaunay 三角网的相互叠置嵌入算法. 其基本思想是将上层设计模型的边界作为约束线段插入下层地形模型中并将两个模型的散点数据合并后一同进行 CDT 建网,再清除下层模型中上层模型边界内的点和三角形,最后将处理完的下层模型与上层模型一同显示即可. 此算法初步实现了 CDT 模型的嵌入与叠加,支持三维空间数据的处理,可依据需求模拟出理想的模型叠置效果.

[关键词] 不规则三角网,约束 Delaunay 三角网,两步法,射线法,叠加

[中图分类号] P208 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2013)02-0055-08

Research on Algorithms for Model Superposition Based on Triangulation Irregular Net

Deng Yao

(School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: It is the basis of building digital terrain models with high precision that triangulation Delaunay under constrained Data, and the algorithm has been studied in a considerable degree and applied widely, but with immature compound operation and related algorithms on this model. This article focuses on the study of algorithms and their realization about how to embedded into each other for two or more triangulation irregular nets under certain conditions, on the basis of researches on triangulation Delaunay within scattered regions containing a lot of terrain features. The basic idea of algorithms is to construct the CDT networks by inserTING the boundary of the upper models as a constraint into the lower models, and then remove the points and triangles within the boundary of the upper models and the lower model, and finally show the two TIN simultaneously after dealing with them. This Algorithm preliminary achieves the embedding and overlay of CDT model, which supports for data processing of 3D spatial data, and can simulate the desired results of model superimposing based on the needs.

Key words: triangulated irregular network (TIN), constrained Delaunay triangulation, ertriangulation Delaunay, ray method, superposition

目前构建不规则三角网的方法有许多种,其中 Delaunay 三角剖分的理论基础更完备,在地形拟合方面表现最为出色,已成为目前应用最为广泛的三角剖分方法^[1-4]. 而随着研究的深入和更多的实际应用,部分散点之间常常存在着某种制约关系,如对象重建中模型边界、地表模型中的山脊线、山谷线、断裂线等,在对此种数据域进行三角剖分时,三角剖分的结果应保持其原有的约束关系,即形成了目前已得到广泛研究的约束数据域下的 Delaunay 三角剖分(Constrained Delaunay Triangulation, CDT)^[5-8].

DEM 的叠置分析(DEM merge)作为 DEM 的后处理环节,将同一区域内不同层面的 DEM 进行拼合,以形成整体 DEM^[1],这对于保证 DEM 数据的现势性、完整性、灵活性等以及对地表模型的扩展应用起到非常重要的作用. 而在 DEM 模型中相较于精度较低的栅格数据,矢量数据的 TIN 模型更适合用于地表建模与可视化处理,也使 TIN 的叠置分析具有非常实际的研究价值与广泛的应用前景,比如因局部地区地表

模型发生变化,需要对原始数据进行更新以生成新的地表模型以反映最新的地表形态;有时需要把设计的景观或基础设施模型与原地表模型进行叠置组合,其模拟的设计效果可广泛应用于地学分析、交通道路等工程设计、公路 CAD 设计^[9]、土方量计算^[10]、场地平整、3D 城市的地物与地表的无缝集成和局部数据更新、辅助决策等. 在 DEM 的叠置运算中,TIN 的叠置则相对复杂,需要考虑到各个 TIN 自身的约束条件以及相关拓扑结构,目前还没有比较成熟或通用的算法. 本文在公路三维表面模型建立^[9]的基础上,选用固定拓扑结构的道路设计 TIN 模型与含有大量地形特征线作为约束线段的地形 TIN 进行叠置算法研究,其成果因模型的复杂度而更具有普适性与可拓展性.

1 约束 Delaunay 三角网构建

- 如图 1 所示,本算法的技术路线由 4 步组成.
- Step 1 将设计数据按其三角关系建网并单独存储下来,同时将地形数据与设计数据合并通过逐点法构建无约束条件下的 Delaunay 三角网并存储.
- Step 2 提取设计数据中的边界线段形成设计数据边界并存入边表,将此边表加入到地形数据的约束边表,再将此边表中的所有约束线段嵌入之前建好的 Delaunay 三角网并一同重新建 CDT 三角网.
- Step 3 通过提取落在设计数据边界中的地形数据点来删除包含在设计数据边界中的三角形.
- Step 4 将 CDT 三角网和设计数据三角网合并后输出显示.

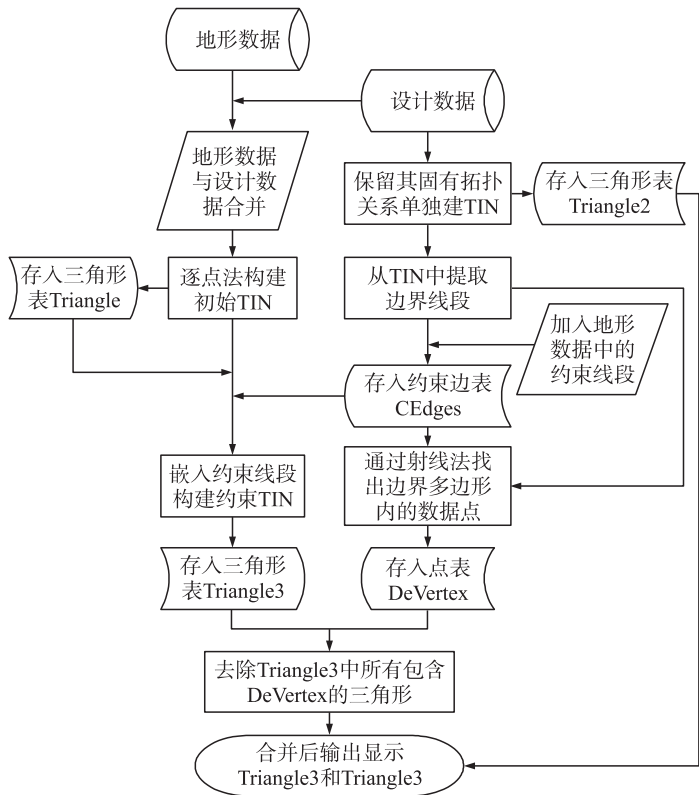


图 1 算法设计与技术路线

Fig.1 Algorithm design and technology roadmap

考虑到在 TIN 叠加时会插入新的点与约束线段参与构网,且在叠加后要保持设计数据的原有构网结构,这使得叠加的步骤需要放在最后进行,故本文选用目前比较成熟的两步法^[6-8]并经过适当改进后进行建网,即先用逐点插入法^[4]对无约束条件的离散点作三角网剖分,通过约束线影响区域重构法^[11]将设计数据的边界作为约束线段嵌入约束边来构建约束三角网.

1.1 初始 Delaunay 三角网构建

1.1.1 数据组织与存储结构

TIN 基本的结构元素有三角形顶点、边和面,其间存在着点与线、点与面、线与面、面与面等拓扑关系,且

由于三角形的不规则性,三角形定义及其与相邻三角形的关系要显式地表达出来,即 TIN 模型不但要存储每个顶点的高程,还要存储三角形顶点的平面坐标、顶点之间的连接关系和邻接三角形等拓扑关系^[1]. 当 TIN 中的拓扑关系足够时便于进行各种空间查找,但当离散点个数达到数万个时,过多的拓扑关系会占用大量内存,且在生成这些拓扑关系时会花费较多时间;拓扑关系较少时基于拓扑关系的个别搜索会受到限制^[12]. 因此,考虑到约束线段的嵌入与拓扑更新,本文选用 TIN 的基本链表结构与边面结构^[1]结合的方法,实质是在基本链表结构的基础上增加一个含有指向三角形编号的指针的边表,其结构关系如图 2 所示.

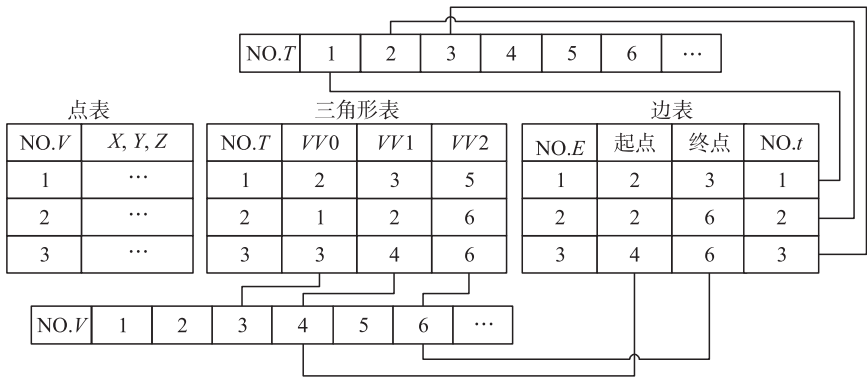


图 2 边面-链表结构
Fig. 2 Edge-Surface linked list structure

1.1.2 逐点插入法建网

分别读取地形数据 and 设计数据的点坐标,并将设计数据中的点坐标加入地形数据中合并为点集 Vertex,设计数据单独存入点集 Vertex2,以合并后数据 Vertex 构建初始 TIN,设点的总数为 tPoints.

先定义包含所有数据点的包容盒,以便从第一个读入的点进行初始三角剖分.一般包容盒有 3 种定义:通过边界搜索算法提取数据域的凸壳,利用数据点的极值坐标形成初始矩形包容盒及包含所有数据的超级三角形^[1,2,4,6]. 本文采用的是一种改进的超级三角形法. 首先遍历所有点,找到 X,Y 的最大最小值 $x_{max}, x_{min}, y_{max}, y_{min}$,并将其差值 $x_{max}-x_{min}$ 与 $y_{max}-y_{min}$ 中的较大者作为阈值 d_{max} . 定义其坐标中点 $x_{mid} = (x_{max} + x_{min})/2, y_{mid} = (y_{max} + y_{min})/2$,算出超级三角形的三个顶点,并将其依次放到点表 Vertex 的最后,顶点的计算代码如下:

```
Vertex[ tPoints+1 ]. x = ( float ) ( xmid - 2 * dmax );  
Vertex[ tPoints+1 ]. y = ( float ) ( ymid - dmax );  
Vertex[ tPoints+2 ]. x = ( float ) xmid ;  
Vertex[ tPoints+2 ]. y = ( float ) ( ymid + 2 * dmax );  
Vertex[ tPoints+3 ]. x = ( float ) ( xmid + 2 * dmax );  
Vertex[ tPoints+3 ]. y = ( float ) ( ymid - dmax );
```

按照此方法建立的超级三角形能较平滑地包容所有点并使其较均匀地分布在三角形中,同时将这三个点作为第一个三角形存入三角形集合 Triangle. 然后开始对所有点进行循环,进行逐点插入构建 Delaunay 三角网^[2,4,12,15]. 最后处理包容盒. 此时 Triangle 中的所有三角形即为构建好的 Delaunay 三角网,但存在与包容盒即超级三角形的顶点连接而成的三角形,只需要遍历所有目前三角形的三个顶点,一旦其中有一点的编号超过原始数据的总点数 tPoints,即可删除此三角形,处理完后便可去除所有包容盒三角形,建网结果如图 3 所示. 对于设计数据,其原始的点数据中已将三角网构成并固定了拓扑关系,故将其按点号顺序存入三角形集合 Triangle2 中待用,三角网结构如图 4 所示.

1.2 设计数据边界提取与数据整合

在初始 Delaunay 三角网构建好的基础上,沿用点集 Vertex 和 Vertex2、三角形集合 Triangle 和 Triangle2. 建立两个边表数组 CEdges 和 WEdges 来分别存储地形数据和设计数据的约束边,同时再建立两个边表数组 Edges1 和 Edges2 来分别存储原始三角网集合 Triangle 和设计数据三角网集合 Triangle2 中的所有边.

设计数据在叠加嵌入前需提取其边界. 基本算法为先将设计数据三角网集合 Triangle2 中的每个三角

形的三边按照逆时针方向全部存入边表 Edges2,之后运用两次嵌套循环将 Edges2 中所有重复出现的边删除,剩下的只存储过一次的边即为设计数据三角网的边界,处理完后将所有边存入边表数组 Wedges,提取效果如图 5 所示.

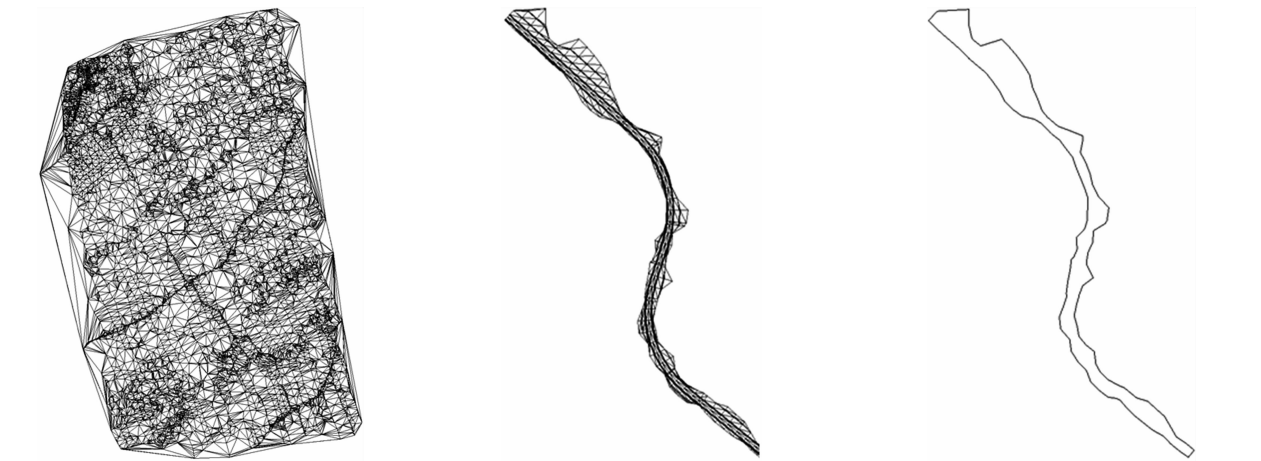


图 3 初始地形 TIN

图 4 设计数据 TIN

图 5 设计数据边界

Fig. 3 TIN of initial terrain

Fig. 4 TIN of design data

Fig. 5 Boundaries of design data

为了统一在后续算法中需要调用的数据集合,需先将约束线数组 CEdges 和 WEedges 合并,把 WEedges 中的约束线添加到 CEdges,保证其中点的编号与合并后的点数据集合 Vertex 中的点一致.最后将已经建好的初始三角网 Triangle 中所有三角形的边按逆时针方向存入边表 Edges1 待用.

1.3 相交区域分区重构

设计模型与地形模型叠加时,设计模型的边界所穿过的三角网区域都需要进行重构以连接组合新的叠加后的模型,这是 CDT 叠加的关键步骤与算法难点之一,其具体步骤如下:

(1)建立外围的循环,遍历约束边数组 CEdges 中的每一条约束边(设当前处理的约束边为 P_1P_2).新建两个点集 L_{Vertex} 、 R_{Vertex} 和与之相对应的三角形集合 $L_{Triangle}$ 、 $R_{Triangle}$,并将此条约束边的两点 P_1 、 P_2 的坐标和点号存入 L_{Vertex} 和 R_{Vertex} 中作为这两个点集的前两个点.新建一个边表数组 DEedges 以存储与约束线相交的边.

(2)遍历初始三角网中的每条边即边表数组 Edges1 中的每个元素,检查 P_1P_2 是否已经存在于初始三角网,若找到则返回第一步进行下一条约束边的处理;若不存在此边,则继续遍历 W_{EDGES} 中所有设计模型边界中的约束边,若有某一条边与 P_1P_2 相交,则计数器+1,当遍历完成后,如果计数器大于等于 2(如图 6 右侧),说明 P_1P_2 跨立了某一段设计模型,但不会在之后的处理中被清除,所以舍弃 P_1P_2 ,返回第一步进行下一条约束边的处理.若计数器等于 1(如图 6 左侧),则含有 P_2 的三角形会在之后的处理中被删除,不会影响到最后的显示,可以继续到下一步.

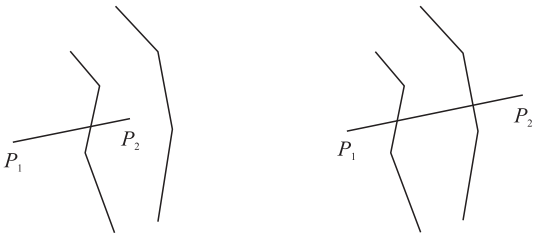


图 6 约束边相交情况处理

Fig. 6 Handle the situation of intersected constrained edge

(3)当确定 P_1P_2 需要嵌入并重新构网后,遍历 Edges1 中的每一条边,找出与 P_1P_2 相交的所有线段并存入 D_{EDGES} .对于判断两线段是否相交或只是交于延长线上,本文采用通过直线方程求解推导的算法,只需提供两线段的 4 个端点坐标即可得出结论.

(4)通过循环嵌套,先遍历相交边表 DEedges 中的每一条边(设当前处理边为 Q_1Q_2),再遍历三角形表 Triangle 中的所有三角形,通过边表中的所在三角形编号找到包含此条边的三角形,并将三角形的 3 个顶点存入 1 个顶点数组 wide 中,同时删除此三角形,即可跳出循环,处理下一条相交边.处理完所有相交边后对顶点数组进行整理,除去重复的点,则剩下的这些点和约束边 P_1P_2 便组成了需要重建的影响区域(如图 7 中的 P_1, P_2, Q_1, Q_2, Q_3).

(5)将区域中除了 P_1, P_2 的点按照线段 P_1P_2 分为左区域和右区域分别存入点集 L_{Vertex} 和 R_{Vertex} . 本文通过点与直线的公式来判断点与线段的左右位置关系,将点的 X 轴坐标代入线段所在的直线公式求得 Y 轴坐标 y_1 ,然后将其与原本点的 Y 轴坐标 y 比较,当直线斜率大于0且 $y > y_1$ 时或者斜率小于0且 $y < y_1$ 时,点在线段的左边,反之则在右边。

(6)将 L_{Vertex} 和 R_{Vertex} 中的点分别构建 Delaunay 三角网,可调用之前的逐点法,但为了避免原先影响区域中可能出现的凹四边形(如图8),需要在新三角形生成后,提取其边界线段,若有线段不是原来的区域边界,则删除这个三角形,将生成的三角形存入 Triangle 末尾即可,建网效果如图9所示。

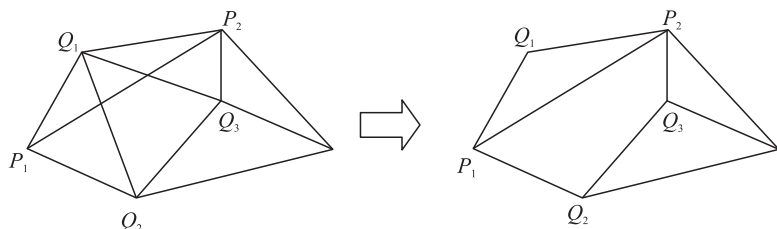


图7 约束边影响区域分区处理

Fig.7 Partition processing for affected area of constrained edge

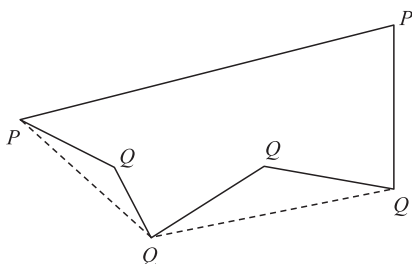


图8 去除凹四边形影响

Fig.8 Remove the impact of concave quadrilateral

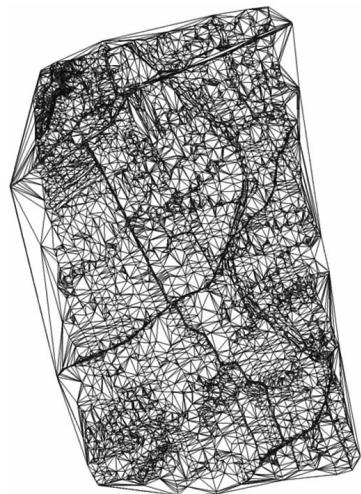


图9 地形数据与设计数据相结合构建的新约束 TIN

Fig.9 The new constraint TIN built on the combination of terrain data and design data

2 TIN 的叠加与显示

在新的下层地形约束 TIN 构建完成后,即可将设计模型的 TIN 嵌入其中以完成叠加,嵌入的关键步骤是将设计模型边界覆盖内的三角形删除,本文采用一种改进的射线法来实现。

2.1 改进的射线法提取边界内的地形数据点

以设计数据边界点为数据集合,建立矩形包容盒.先遍历所有设计数据的边界点,提取出坐标极值 $x_{\max}, x_{\min}, y_{\max}, y_{\min}$.以 $(x_{\max}, y_{\max}), (x_{\max}, y_{\min}), (x_{\min}, y_{\max}), (x_{\min}, y_{\min})$ 这4个点作为矩形顶点.这样在遍历点集 Vertex 时可以对数据进行预处理以加快效率和准确度。

射线法判断点是否在多边形内的基本原理是从此点向 X 轴正方向(即向右)做一条平行于 X 轴的射线,然后根据此射线与多边形边界交点的个数来判断,一般情况下交点数为奇数则点落在多边形内,偶数则在外.但还存在一些特殊情况,本文从此原理出发对可能出现的各种情况做了相应的处理.遍历点集 Vertex 中的所有点,选出落在矩形包容盒内点进行如下几步计算(设当前处理点为 P 点,横纵坐标为 x_p, y_p):

(1)遍历约束边表数组 WEEdges 中的每一条边(设当前处理线段为 Q_1Q_2),先判断点 P 是否与 Q_1 或 Q_2 重合,一旦发现重合则直接返回一开始处理下一个点.若不重合,则进行下一步。

(2)判断此点的 Y 轴坐标是否在线段 Q_1Q_2 之间,即判断 $(y_{Q_2}-y_p)(y_p-y_{Q_1})$ 的符号,为正则说明其落在 Q_1Q_2 之间,继续下一步,否则返回第一步进行下一条边的处理。

(3)当 P 落在 Q_1Q_2 之间时则说明其直线 $Y=y_p$ 与 Q_1Q_2 有交点,但并非从点 P 向右发出的射线,可调用1.3节的第五步来计算,判断 $((k>0$ 且 $y_p>y_1$)或 $(k<0$ 且 $y_p<y_1$))的真假(k 为 Q_1Q_2 斜率),若为真则点在此线段的左边,则说明其向右发出的射线与 Q_1Q_2 有交点,即与边界多边形有交点,此时交点计数器 $n=n+1$.若 $y_p=y$,则说明 P 落在线段 Q_1Q_2 上,可直接返回处理下一个点。

(4)若射线正好经过线段的顶点则会使射线法中奇数在内偶数在外的规律出错,如图 10 左所示, P 点的射线交于 Q_1 和另一点,但它在多边形内. 所以需要先判断 y_p 是否等于 y_{Q_1} 或 y_{Q_2} , 若有一个相等则说明射线过端点,设此点为 Q_1 , 然后遍历边表 WEges 找出连接到 Q_1 的两条边 Q_2Q_1 和 Q_1Q_3 , 判断 $(y_{Q_2}-y_p)(y_p-y_{Q_3})$ 的正负, 若为正则 Q_2, Q_3 在射线的两侧(图 10 右), 此情况不用处理; 若为负则 Q_2, Q_3 在射线同一侧(图 10 左), 则此次计数作废, $n=n-1$. 之后返回第一步进行下一条边的处理.

(5)遍历完边表 WEges 后,判断交点计数器 n , 若为奇数则此点在边界多边形内,继续后续处理; 若为偶数则开始下一个点的处理.

2.2 设计边界内原始三角网清除与输出显示

若当前点 P 落在边界多边形内,则需要删除与之相关的三角形,具体算法与去除包容盒三角形的方法类似,在构建好的约束三角网 Triangle 中去除所有包含此点的三角形即可,清除所有点后的三角网如图 11 所示.

将 Triangle 和 Triangle2 中的所有三角形合并后输出显示,结果如图 12 所示. 将三角形坐标输出到 txt 文本中,可通过 ArcGIS 读取并建 TIN,其在 ArcScene 显示的三维效果如图 13 所示.

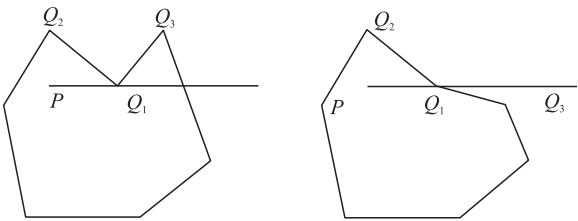


图 10 判断射线法的特殊情况
Fig. 10 Analyzing the special circumstances of the ray method

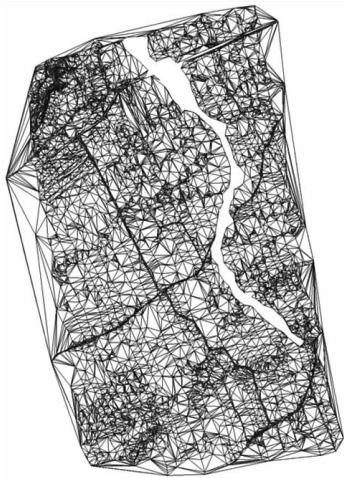


图 11 设计模型边界内 TIN 清除
Fig. 11 Clear the TIN in the boundaries of design model

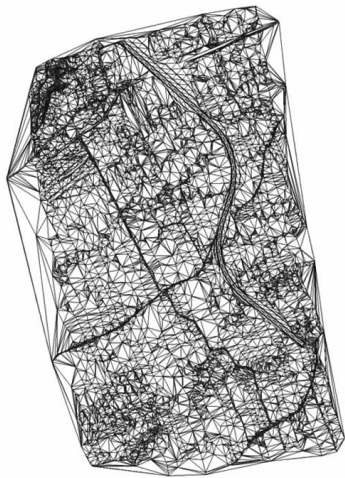


图 12 叠加完成
Fig. 12 Superposition complete

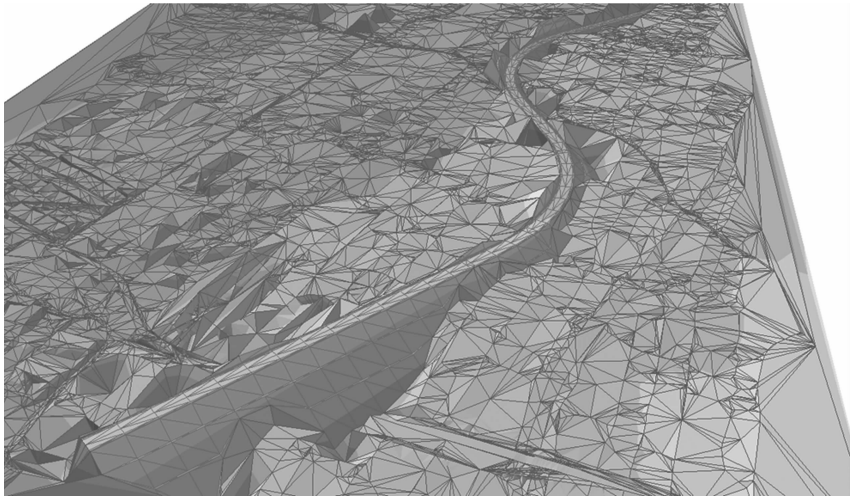


图 13 三维效果展示
Fig. 13 Show of 3D effect

3 结语

本文通过结合约束 TIN 的三角剖分以及计算机图形学中相关算法,实现了在二、三维模式下,对带有不同约束条件的两个 TIN 的叠加,并保持了设计模型的原有拓扑结构.同时本算法从最基本的地形数据入手,具有良好的普适性与兼容性,可满足目前大部分类型 TIN 的叠加需求,若要实现 3 个或更多的 TIN 的叠加,可将前一步叠加完成的 TIN 作为原始 TIN,将新的 TIN 作为设计数据,再重复之前的步骤逐层叠加即可.

总体上本算法结构简单,编程易于实现,扩展与提升空间大,可以封装后嵌入其他程序或软件进行二次开发或进行三维可视化模拟与三维渲染.且在公路 CAD 的道路建模中,经过叠置后的三维效果图可较直观地浏览所规划公路的具体位置、分布以及与周围地形地貌的协调情况、统计分析其所占用的土地情况,或者通过求出叠加前后的数据变化来进行土方量差值的计算等诸多用途.但同时本算法存在时间复杂度较高、批量处理效率较低、耗时较长等一些值得改进的地方,且在数据结构中并没有建立三角形之间的邻接拓扑关系,在三角形查找方面还存在缺陷,使其用途受到限制,这些将在作者的后续研究中进行进一步改进.

[参考文献](References)

- [1] 汤国安,刘学军,闫国年.数字高程模型及地学分析的原理与方法[M].北京:科学出版社,2005:411.
Tang Guoan,Liu Xuejun,Lü Guonian. Principles and Methods of Digital Elevation Model and Geographical Analysis[M]. Beijing:Science Press,2005:411. (in Chinese)
- [2] 周建中,李衷怡,赵新方.三角网格剖切算法的研究[D].武汉:华中科技大学水电与数字化工程学院,2006.
Zhou Jianzhong, Li Zhongyi, Zhao Xinfang. Cutting of Triangular Meshes Method[D]. Wuhan: College of Hydropower & Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 2006. (in Chinese)
- [3] 刘泊,范剑英,王冬梅.三维快速分块 Delaunay 三角剖分算法[C]//2007 北京地区高校研究生学术交流会通信与信息技术会议论文集(上册).北京:电子工业出版社,2007.
Liu Bo, Fan Jianying, Wang Dongmei. Fast 3D block triangulation algorithm Deluanay[C]//2007 Colleges and Universities in Beijing Communications and Information Technology Conference Proceedings (Volume). Beijing: Electronic Industry Press, 2007. (in Chinese)
- [4] 宋晓宇,王守金,王永会.一种改进的 Delaunay 三角剖分快速实现算法[J].计算机科学,2008,35(4):125-127.
Song Xiaoyu, Wang Shoujin, Wang Yonghui. An improved algorithm quickly build Delaunay triangulation[J]. Computer Science, 2008, 35(4):125-127. (in Chinese)
- [5] 刘学军,龚健雅.约束数据域的 Delaunay 三角剖分与修改算法[J].测绘学报,2001,30(1):82-88.
Liu Xuejun, Gong Jianya. Delaunay triangulation of constrained data set[J]. Acta Geodaetica Et Cartographic Sinica, 2001, 30(1):82-88. (in Chinese)
- [6] 刘少华,程朋根,史文中.约束 Delaunay 三角网生成算法研究[J].测绘通报,2004(3):4-7.
Liu Shaohua, Cheng Penggen, Shi Wenzhong. Algorithm study of the constrained delaunay triangulation generation[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2004(3):4-7. (in Chinese)
- [7] 徐道柱,刘海砚.大量约束边条件下 Delaunay 三角网的快速生成[J].测绘工程,2007,16(3):6-10.
Xu Daozhu, Liu Haiyan. The of fast generation constraint delaunay triangulation with constraint lines[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2007, 16(3):6-10. (in Chinese)
- [8] 宋晓眉,张晓东,李建林.一种高准确度的约束 Delaunay 三角网生成算法研究[J].地理与地理信息科学,2009,25(1):100-102.
Song Xiaomei, Zhang Xiaodong, Li Jianlin. Study on a new CDT algorithm based on high accuracy[J]. Geography and Geo-Information Science, 2009, 25(1):100-102. (in Chinese)
- [9] 黄雄,刘学军.基于 TIN 的公路三维表面模型建立方法[J].现代测绘,2006,29(2):6-8.
Huang Xiong, Liu Xuejun. A method of building 3D highway surface model based on TIN[J]. Modern Surveying and Mapping, 2006, 29(2):6-8. (in Chinese)
- [10] 韦廖军,兰度.三角网模型叠加法在土方计算中的应用探讨[J].城市勘测,2007(4):87-90.

- Wei Liaojun, Lan Du. The application research of the superposition method of triangulation network model in the earthwork estimation[J]. Urban Geotechnical Investigation & Surveying, 2007(4):87-90. (in Chinese)
- [11] 刘学军, 赵吉先, 符铎砂. 三角网数字地面模型的动态修改与编辑[J]. 中国公路学报, 2000, 13(4):16-20.
Liu Xuejun, Zhao Jixian, Fu Xinsha. Research on dynamic modification for an existed Triangulation Irregular Net(TIN)[J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 16(3):6-10. (in Chinese)
- [12] 刘永和, 张万昌. 不规则三角网的几种数据结构以及其存储机制研究[J]. 测绘科学, 2010, 35(3):115-117.
Liu Yonghe, Zhang Wanchang. A study of several data structures of triangulated irregular networks and their storage mechanism[J]. Science of Surveying and Mapping, 2010, 35(3):115-117. (in Chinese)
- [13] 谭仁春, 杜清运, 杨品福, 等. 地形建模中不规则三角网构建的优化算法研究[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2006, 31(5):436-439.
Tan Renchun, Du Qingyun, Yang Pinfu, et al. Optimized triangulation arithmetic in modeling terrain[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(5):436-439. (in Chinese)
- [14] 沙月进, 闫国年, 刘学军, 等. 顾及地形特征的不规则三角网二次插值方法[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(3):167-170.
Sha Yuejin, Lü Guonian, Liu Xuejun, et al. The TIN conicoid interpolation method based on the geography characteristic[J]. Journal of Zhengzhou Institute of Surveying and Mapping, 2007, 24(3):167-170. (in Chinese)
- [15] 石松, 陈崇成, 唐丽玉. Delaunay 三角网的交互编辑算法设计与实现[J]. 测绘科学, 2005, 30(6):113-114.
Shi Song, Chen Chongchen, Tang Liyu. Design and implement of the algorithm for editing delaunay triangulation[J]. Science of Surveying and Mapping, 2005, 30(6):113-114. (in Chinese)
- [16] 杨新文, 艾自兴. 可视地形上叠加数字线划图的设计与实现[J]. 四川测绘, 2003, 26(4):160-163.
Yang Xinwen, Ai Zixin. Design and implementation of adding DLG on the visualization topographic maps[J]. Surveying and Mapping of Sichuan, 2003, 26(4):160-163. (in Chinese)
- [17] 李春梅, 景海涛. 基于 ArcGIS 的土方量计算及可视化[J]. 测绘科学, 2010, 35(2):186-187.
Li Chunmei, Jing Haitao. Earthvolume calculation and visualization based on ArcGIS[J]. Science of Surveying and Mapping, 2010, 35(2):186-187. (in Chinese)
- [18] Jiang Yu, Liu Yintian, Zhang Fan. An efficient algorithm for constructing delaunay triangulation[C]//The 2nd IEEE International Conference on Information Management and Engineering(ICIME). Chengdu, 2010:600-603.
- [19] Li Gang, Hao Yanling, Zu Wei. A modified constrained Delaunay triangulation algorithm based on extracted boundary characteristic points[C]//ICMA 2007 International Conference on Mechatronics and Automation. Harbin, 2007:873-878.
- [20] Nguyen Minh Nam, Hoang Van Kiem, Nguyen Vinh Nam. A fast algorithm for constructing constrained Delaunay triangulation[C]//RIVF'09 International Conference on Computing and Communication Technologies. Da Nang, 2009:1-4.

[责任编辑:严海琳]