

网络环境下基于驻留概率信息的 切换系统 H_∞ 反馈控制

袁月华, 田恩刚

(南京师范大学电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042)

[摘要] 通过驻留概率信息的方法, 研究了一类在网络环境下具有时变延迟的离散切换系统的 H_∞ 反馈控制问题. 通过利用切换系统在每个子系统的驻留概率信息, 将网络环境下的网络控制系统模型建模为一种新的切换系统模型. 通过 Lyapunov 泛函方法, 给出切换系统的 H_∞ 均方稳定的充分条件. 然后, 利用锥补线性化的方法得到控制器增益. 最后, 通过仿真算例验证所用方法的有效性.

[关键词] 切换系统, 驻留概率, Lyapunov 泛函, H_∞ 反馈控制

[中图分类号] TP273 [文献标志码] A [文章编号] 1672-1292(2014)01-0057-06

H_∞ Feedback Control for Switched Systems with Network by Using Sojourn-Probability-Dependent Method

Yuan Yuehua, Tian Engang

(School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract: In this paper, a sojourn-probability-dependent method is proposed to investigate H_∞ control for discrete switched systems with network time-varying delays. A new type of switched system model is built by using the sojourn probability information. The sufficient condition of H_∞ feedback mean square stability is given via Lyapunov functional method. Then robust controller feedback gains are derived by using cone complement linearization method. A numerical example is given to demonstrate the effectiveness.

Key words: switched systems, sojourn probability, lyapunov functional, H_∞ feedback control

切换系统(Switched systems)由多个子系统及作用在子系统间如何切换的切换规则构成, 切换系统的稳定性与切换规则有着密切的联系^[1,2]. 因此, 切换规则对切换系统的影响比较大, 对其深入研究有重大意义. 实际应用中, 许多复杂系统无法用单一模型来描述, 但切换系统模型可以解决此类问题, 如机器人控制系统、电力系统、化工过程控制系统等均可用切换系统来描述^[3-5].

现已有不少成果将网络中的随机延迟、丢包用 Markov 链来建模^[6-9]. 采用 Markov 链的主要优点有: (1) 考虑了延迟之间的依赖关系, 因为在实际的网络中, 当前延迟往往与之前的延迟是有关系的; (2) 能把丢包包含进去. 本文提出了一种基于驻留概率信息的方法, 将网络控制系统模型描述为一类具有有限个子系统的切换系统模型进行研究. 驻留概率是指切换系统停留在每个子系统上的概率. 本文通过利用切换系统在每个子系统的驻留概率信息, 利用 Lyapunov 泛函方法, 研究了一类具有时变延迟的离散切换系统的 H_∞ 反馈控制问题, 并给出控制器的设计方法, 保证了整个系统的稳定性. 最后, 通过仿真算例说明本文所用方法的有效性.

1 问题描述

考虑如下含不确定性的网络控制系统:

收稿日期: 2013-06-28.
基金项目: 国家自然科学基金(61273115)、江苏省自然科学基金(BK2012847).
通讯联系人: 田恩刚, 博士, 副教授, 研究方向: 网络控制系统、关联系统、模糊控制等. E-mail: teg@njnu.edu.cn

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k), \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^m, \mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^p, \mathbf{w}(k) \in \mathbf{R}^q$ 分别是系统状态、控制输入及外界扰动且 $\mathbf{w}(k) \in L_2[0, \infty)$; $\mathbf{A}(k) = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(k), \mathbf{B}(k) = \mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}(k), \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{G}$ 是已知具有合适维数的常数阵, 其中 $\Delta\mathbf{A}, \Delta\mathbf{B}$ 是未知的不确定性参数, 且满足 $[\Delta\mathbf{A}(k) \quad \Delta\mathbf{B}(k)] = \mathbf{H}\mathbf{F}(k)[\mathbf{M}_1 \quad \mathbf{M}_2]$, 其中 $\mathbf{H}, \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ 是已知具有合适维数的常数矩阵, 且满足 $\mathbf{F}(k)^T \mathbf{F}(k) \leq \mathbf{I}$.

引入一切换信号 $r(k): Z^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, n\} \triangleq N$ 表示切换规则, $r(k) = i$ 表示当前第 i 个子系统处于活动状态. 文献[10-13]中的建模方法, 可将 NCS 建模成 Markov 系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k-d_{r(k)}) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k), \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k). \end{cases} \quad (2)$$

采用如下控制器:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{x}(k). \quad (3)$$

但是由于 Markov 系统需求 n^2 个概率值, 且当前状态要已知, 而采用本文方法只要求 n 个概率值即可, 且与前状态无关. 假设系统停留在每个子系统的概率是已知的, 即 $\Pr\{r(k) = i\} = \delta_i, i \in N$, 其中 δ_i 称为第 i 个子系统的驻留概率, 即停留在第 i 个子系统的概率.

定义 1 $\delta\{r(k) = i\} = \begin{cases} 1 & r(k) = i. \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 下面用 $\delta_i(k)$ 来代替 $\delta\{r(k) = i\}$, 显然根据 $r(k)$ 和 $\delta_i(k)$, 有

$$E\{\delta_i(k)\} = \Pr\{r(k) = i\} = \delta_i, \text{ 并且 } \sum_{i=1}^n \delta_i(k) = 1, \sum_{i=1}^n \delta_i = 1.$$

则系统(2)、(3)可写为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^n \delta_i(k)\mathbf{B}(k)\mathbf{K}\mathbf{x}(k-d_i) + \mathbf{D}\mathbf{w}(k), \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k). \end{cases} \quad (4)$$

考虑更一般的情况, 则有如下切换系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ \mathbf{A}_i(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i(k)\mathbf{K}_i\mathbf{x}(k-d_i) + \mathbf{D}_i\mathbf{w}(k) \}, \\ \mathbf{z}(k) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ \mathbf{C}_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}_i\mathbf{w}(k) \}, \\ \mathbf{x}(k) = \varphi(k) \quad (k = -d, -d+1, \dots, 0), d = \max_{i \in N} \{d_i\}. \end{cases} \quad (5)$$

注 1 文献[10-13]中将网络控制系统模型建模为切换系统模型的方法, 可将(4)写成(5), 即为一般的切换系统模型. 令式(5)中的 $\mathbf{A}_i = \mathbf{A}, \mathbf{B}_i\mathbf{K}_i = \mathbf{B}\mathbf{K}, \mathbf{C}_i = \mathbf{C}, \mathbf{D}_i = \mathbf{D}, \mathbf{G}_i = \mathbf{G}$, 就可得到式(4), 可认为式(4)是式(5)的一种特殊情况.

令 $\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k), \boldsymbol{\xi}^T(k) = [\mathbf{x}^T(k) \quad \mathbf{v}^T(k, d_i) \quad \mathbf{w}^T(k)], \mathbf{v}^T(k, d_i) = [\mathbf{x}^T(k-d_1) \quad \dots \quad \mathbf{x}^T(k-d_n)]$, 则:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ \mathbf{A}_i(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i(k)\mathbf{K}_i\mathbf{x}(k-d_i) + \mathbf{D}_i\mathbf{w}(k) \}, \\ \mathbf{y}(k) &= \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (\mathbf{A}_i(k) - \mathbf{I})\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_i(k)\mathbf{K}_i\mathbf{x}(k-d_i) + \mathbf{D}_i\mathbf{w}(k) \}, \\ \mathbf{z}(k) &= \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ \mathbf{C}_i\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}_i\mathbf{w}(k) \}. \end{aligned} \quad (6)$$

定义 2^[10] 假设系统满足以下两个条件:

(1) 当外界扰动 $\mathbf{w}(k) = 0$ 时, 如果存在一个常数 $\lambda > 0$, 使得 $E\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{x}(k)\|_2\} \leq \lambda \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{\|\varphi(i)\|_2\}$.

(2) 在零初始条件下, 被控输出 $\mathbf{z}(k)$ 满足: $E\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{z}(k)\|^2\} \leq \gamma^2 E\{\|\mathbf{w}(k)\|^2\}$.

其中, $\mathbf{w}(k) \in L_2 = \{E\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\mathbf{w}(k)\|_2\} < \infty\}$. 则系统(6)是均方稳定的,且在零初始条件下具有 H_∞ 性能抑制水平 γ .

引理 1^[11] 给定对称矩阵 $\mathbf{Q}=\mathbf{Q}^T, \mathbf{H}, \mathbf{M}$, 则 $\mathbf{Q}+\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{M}+\mathbf{M}^T\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T < 0$ 对所有满足 $\mathbf{F}^T\mathbf{F} \leq \mathbf{I}$ 的 \mathbf{F} 都成立的充要条件是存在一正数 $\lambda > 0$ 使得下式成立: $\mathbf{Q}+\lambda\mathbf{H}\mathbf{H}^T+\lambda^{-1}\mathbf{M}^T\mathbf{M} < 0$.

2 主要结果

定理 1 给定 $\gamma > 0$ 和矩阵 \mathbf{K}_i , 如果存在合适维数的对称矩阵 $\mathbf{P} > 0, \mathbf{Q}_i > 0, \mathbf{R}_i > 0 (i, j \in \mathbf{N})$, 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & * & * & * \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & * & * \\ \Theta_{31} & 0 & \Theta_{33} & * \\ \Theta_{41} & 0 & 0 & \Theta_{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

$$\text{其中, } \Theta_{11} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & * & * \\ \rho_{21} & \rho_{22} & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix}, \rho_{11} = -\mathbf{P} + \sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i - \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i, \rho_{21} = [\mathbf{R}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{R}_n]^T, \rho_{22} = \text{diag}\{-\mathbf{Q}_1 - \mathbf{R}_1, \cdots, -\mathbf{Q}_n - \mathbf{R}_n\},$$

$$\Theta_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1} \mathbf{P} \mathbf{S}_{11}(k) \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_n} \mathbf{P} \mathbf{S}_{1n}(k) \end{bmatrix}, \Theta_{22} = \text{diag}\{-\mathbf{P}, \cdots, -\mathbf{P}\}, \Theta_{31} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1} \mathbf{S}_{21} \\ \vdots \\ \sqrt{\delta_n} \mathbf{S}_{2n} \end{bmatrix}, \Theta_{33} = \text{diag}\{-\mathbf{I}, \cdots, -\mathbf{I}\},$$

$$\Theta_{41} = [d_1 \sqrt{\delta_1} \mathbf{R}_1 \mathbf{S}_{31}(k) \quad \cdots \quad d_1 \sqrt{\delta_n} \mathbf{R}_1 \mathbf{S}_{3n}(k) \quad \cdots \quad d_n \sqrt{\delta_1} \mathbf{R}_n \mathbf{S}_{31}(k) \quad \cdots \quad d_n \sqrt{\delta_n} \mathbf{R}_n \mathbf{S}_{3n}(k)]^T$$

$$\Theta_{44} = \text{diag}\{-\mathbf{R}_1, \cdots, -\mathbf{R}_1, \cdots, -\mathbf{R}_n, \cdots, -\mathbf{R}_n\}, \mathbf{S}_{1i}(k) = [\mathbf{A}_i(k) \quad 0 \cdots \mathbf{B}_i(k) \mathbf{K}_i \cdots 0 \quad \mathbf{D}_i],$$

$$\mathbf{S}_{2i} = [\mathbf{C}_i \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad \mathbf{G}_i], \mathbf{S}_{3i}(k) = [\mathbf{A}_i(k) - \mathbf{I} \quad 0 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_i(k) \mathbf{K}_i \quad \cdots \quad 0 \quad \mathbf{D}_i].$$

证明 构造多 Lyapunov 泛函:

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}(k) + \sum_{i=1}^n \sum_{s=k-d_i}^{k-1} \mathbf{x}^T(s) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(s) + d_i \sum_{i=1}^n \sum_{s=-d_i}^{-1} \sum_{\vartheta=k+s}^{k-1} \mathbf{y}^T(\vartheta) \mathbf{R}_i \mathbf{y}(\vartheta), \quad (8)$$

$$\text{令 } E\{\Delta \mathbf{V}(k)\} = E\{\mathbf{V}(k+1) - \mathbf{V}(k)\}, \text{ 且有 } E\{\delta_i(k) \delta_j(k)\} = \begin{cases} \delta_i & i=j, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases}$$

$$E\{\Delta \mathbf{V}(k) + \mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)\} = E\{\mathbf{x}^T(k+1) \mathbf{P} \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}(k)\} +$$

$$E\left\{\sum_{i=1}^n \{\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}^T(k-d_i) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k-d_i)\}\right\} + E\left\{\sum_{i=1}^n \left\{\sum_{j=1}^n \delta_j d_i^2 \mathbf{y}^T(k) \mathbf{R}_i \mathbf{y}(k) - d_i \sum_{\vartheta=k-d_i}^{k-1} \mathbf{y}^T(\vartheta) \mathbf{R}_i \mathbf{y}(\vartheta)\right\}\right\} +$$

$$E\{\mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)\}, \quad (9)$$

利用 Jensen 不等式,

$$-d_i \sum_{\vartheta=k-d_i}^{k-1} \mathbf{y}^T(\vartheta) \mathbf{R}_i \mathbf{y}(\vartheta) \leq \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}(k-d_i) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_i & \mathbf{R}_i \\ \mathbf{R}_i & -\mathbf{R}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{x}(k-d_i) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

则式(9)可化为:

$$E\{\Delta \mathbf{V}(k) + \mathbf{z}^T(k) \mathbf{z}(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)\} \leq E\left\{\sum_{i=1}^n \delta_i \xi(k)^T \mathbf{S}_{1i}^T \mathbf{P} \mathbf{S}_{1i} \xi(k) - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{P} \mathbf{x}(k)\right\} +$$

$$E\left\{\sum_{i=1}^n \{\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}^T(k-d_i) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(k-d_i)\}\right\} + E\left\{d_i^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_j \xi^T(k) \mathbf{S}_{3j}^T \mathbf{R}_i \mathbf{S}_{3j} \xi(k)\right\} +$$

$$E\left\{-d_i \sum_{\vartheta=k-d_i}^{k-1} \mathbf{y}^T(\vartheta) \mathbf{R}_i \mathbf{y}(\vartheta)\right\} + E\left\{\sum_{i=1}^n \delta_i \xi^T(k) \mathbf{S}_{2i}^T \mathbf{S}_{2i} \xi(k) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)\right\} \leq E\{\xi^T(k) \Theta \xi(k)\}. \quad (11)$$

其中,

$$\Theta = \Theta_{11} + \sum_{i=1}^n \delta_i \mathbf{S}_{1i}^T \mathbf{P} \mathbf{S}_{1i} + \sum_{i=1}^n \delta_i \mathbf{S}_{2i}^T \mathbf{S}_{2i} + d_i^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_j \mathbf{S}_{3j}^T \mathbf{R}_i \mathbf{S}_{3j}. \quad (12)$$

通过 Schur 补由式(7) ~ (12)可知存在一正数 λ 使得:

$$E\{\Delta V(k) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} \leq -\lambda E\{x^T(k)x(k)\}. \quad (13)$$

当 $w(k) = 0$ 时, 对上式从 0 到 ∞ 相加得:

$$E\left\{\sum_0^\infty x^T(k)x(k)\right\} \leq \frac{1}{\lambda} E\{V(0)\}. \quad (14)$$

根据 $V(k)$, 那么存在一常数 ρ 使得:

$$E\{V(0)\} \leq \lambda \rho \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{\varphi^T(i)\varphi(i)\}. \quad (15)$$

由(14)、(15)可得

$$E\left\{\sum_0^\infty x^T(k)x(k)\right\} \leq \rho \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{\varphi^T(i)\varphi(i)\}, \quad (16)$$

同理, 当 $w(k) \neq 0$ 时, 在零初始条件下, 由式(11)很容易得到

$$E\left\{\sum_{k=0}^\infty z^T(k)z(k)\right\} \leq \gamma^2 E\left\{\sum_{k=0}^\infty w^T(k)w(k)\right\}. \quad (17)$$

根据定义 2, 系统(5)是均方稳定的, 且在零初始条件下具有 H_∞ 性能抑制水平 γ . 证毕.

定理 2 给定 $\gamma > 0$, 如果存在合适维数的对称矩阵 $P > 0, Q_i > 0, R_i > 0$ 和合适维数的矩阵 $K_i (i, j \in \mathbf{N})$ 及变量 $\varepsilon > 0$, 使得以下线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Theta}_{11} & * & * & * & * \\ \tilde{\Theta}_{21} & \tilde{\Theta}_{22} & * & * & * \\ \tilde{\Theta}_{31} & 0 & \tilde{\Theta}_{33} & * & * \\ \tilde{\Theta}_{41} & 0 & 0 & \tilde{\Theta}_{44} & * \\ \tilde{\Theta}_{51} & 0 & 0 & 0 & \tilde{\Theta}_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

其中, $\tilde{\Theta}_{11} = \Theta_{11}, \tilde{\Theta}_{21} = [\sqrt{\delta_1} S_{11} \quad \cdots \quad \sqrt{\delta_n} S_{1n}]^T, \tilde{\Theta}_{22} = \text{diag}\{-P^{-1} + \varepsilon \delta_1 H H^T, \cdots, -P^{-1} + \varepsilon \delta_n H H^T\},$

$\tilde{\Theta}_{31} = \Theta_{31}, \tilde{\Theta}_{33} = \Theta_{33}, \Theta_{41} = [d_1 \eta \quad \cdots \quad d_n \eta]^T, \eta = [\sqrt{\delta_1} S_{31} \quad \cdots \quad \sqrt{\delta_n} S_{3n}]^T,$

$\tilde{\Theta}_{44} = \text{diag}\{-R_1^{-1} + \varepsilon d_1^2 \delta_1 H H^T, \cdots, -R_1^{-1} + \varepsilon d_1^2 \delta_n H H^T, \cdots, -R_n^{-1} + \varepsilon d_n^2 \delta_1 H H^T \cdots -R_n^{-1} + \varepsilon d_n^2 \delta_n H H^T\},$

$\tilde{\Theta}_{51} = [M_{1i} \quad M_{2i} \quad 0 \quad \cdots \quad 0], \tilde{\Theta}_{55} = -\varepsilon I.$

则系统(5)是均方稳定的, 且在零初始条件下具有 H_∞ 性能抑制水平 γ .

证明 将 $A_i + H F(k) M_{1i}, B_i + H F(k) M_{2i}$, 分别代定理 1 中的 A_i, B_i , 利用引理(1), 证明过程类似于定理 1, 结果易得(18).

注 2 由于变量的逆的存在, 定理 1 和 2 不是严格的 LMI, 可以通过锥补线性化的方法^[12], 求得增益 K_i .

3 仿真例算

考虑含有 4 个子系统的切换系统(5), 参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.53 & -0.12 \\ 0.71 & 1.41 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.16 & -0.27 \\ 0.71 & 0.68 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0.53 & -0.81 \\ 0.71 & 1.87 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} 0.37 & -0.14 \\ 0.71 & 0.50 \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_i = [1 \quad 0], D_i = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}, G_i = 0.6, i = 1, 2, 3, 4.$$

取 $\delta_1 = 0.2, \delta_2 = 0.4, \delta_3 = 0.3, \delta_4 = 0.1$, 给出如下控制器增益:

$$K_1 = [-0.037 \ 0 \quad -0.010 \ 0], K_2 = [-0.023 \ 5 \quad -0.005 \ 0], K_3 = [-0.049 \ 6 \quad -0.027 \ 8], K_4 = [-0.027 \ 8 \quad 0.001 \ 9].$$

通过定理 1 得到 $\gamma_{\min} = 2.58$. 当外界干扰为 $w(k) = e^{-k} \sin(0.2\pi k)$ 时, 利用上面所给的控制增益, 得到的一组状态响应曲线、随机切换序列信号为:

当考虑不确定性时, 参数如下:

$$H = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 \\ 0.05 & 0.08 \end{bmatrix}, M_{1i} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.05 \\ 0.05 & 0.1 \end{bmatrix}, M_{2i} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.02 \\ 0.05 & 0.04 \end{bmatrix}.$$

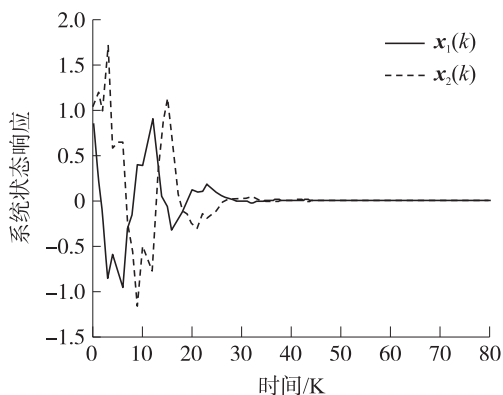


图1 系统状态响应曲线

Fig. 1 The state response of the system

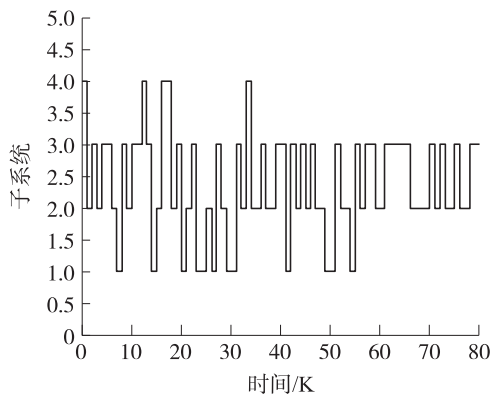


图2 已知驻留概率的随机切换序列

Fig. 2 A random switching sequence

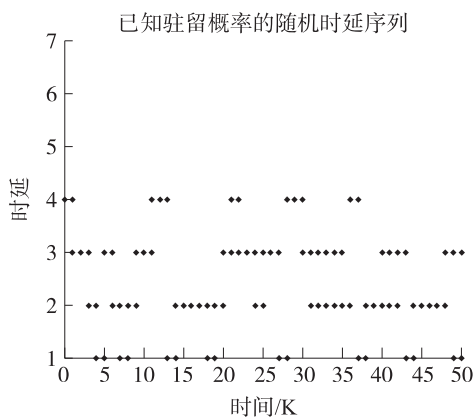


图3 随机时延序列

Fig. 3 A random time delay

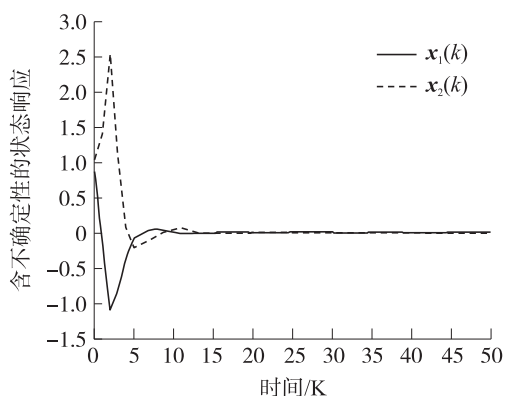


图4 含不确定性的系统状态响应

Fig. 4 The state response with uncertainties

取 $\delta_1=0.2, \delta_2=0.4, \delta_3=0.3, \delta_4=0.1$, 通过定理 2 得到的 $\gamma_{\min}=9.49$, 控制器增益为 $K_1 = [-0.0117 \quad 0.0021]$, $K_2 = [-0.0144 \quad -0.0033]$, $K_3 = [-0.0121 \quad -0.0029]$, $K_4 = [-0.0396 \quad -0.0075]$.

当外界干扰为 $w(k) = e^{-k} \sin(0.2\pi k)$ 时, 利用上面所得的控制器增益, 得到的一组状态响应曲线、随机切换序列信号及随机时延序列为:

从图 1 可以看出利用本文的方法是有效的, 当系统存在不稳定子系统(2 和 4)时切换系统仍能稳定. 从图 4 可以看出, 当系统存在不确定性时, 切换系统仍能稳定. 从所有的结果和仿真图像可以看出, 利用本文的方法所设计的控制器对系统出现的延迟及不确定性仍具有较好的鲁棒性.

4 结论

本文利用驻留概率信息的方法, 研究了一类在网络环境下含输入延迟的离散切换系统的 H_∞ 反馈控制问题. 与已有的切换系统不同的是, 本文利用一组随机变量, 通过对切换系统在每个子系统的驻留概率信息加以利用, 将网络控制系统模型建成一种新型切换系统模型. 然后, 通过 Lyapunov 泛函及 LMI 分析方法, 得到切换系统的 H_∞ 均方稳定的充分条件及控制器设计方法. 最后, 通过仿真算例验证了本文所用方法的有效性.

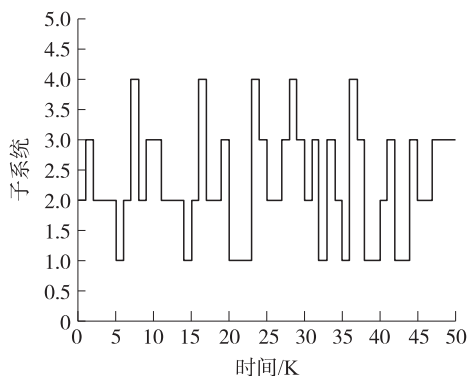


图5 含不确定性的随机切换序列

Fig. 5 A random switching sequence

[参考文献](References)

- [1] 付主木,邱联奎,高爱云,等. 切换时滞线性系统的状态反馈 H_∞ 控制[J]. 计算机工程,2008,34(15):13-15.
Fu Zhumu, Qiu Liankui, Gao Aiyun, et al. State feedback H_∞ control for switched linear systems with delay[J]. Computer Engineering, 2008, 34(15): 13-15. (in Chinese)
- [2] Zhang Hui, Liu Yuzhong, Liu Lei. Stabilization of switched linear systems with multiple time-delays[C]//21st Chinese Control and Decision Conference. Guilin: CCDC Press, 2009: 4 583-4 587.
- [3] Lennartson B, Tittus M, Egardt B. Hybrid systems in process control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1996, 16(5): 45-56.
- [4] Varaiya P. Smart cars on smart roads: problems of control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1993, 38(2): 195-207.
- [5] Hiskens I. Stability of hybrid systems limit cycles: Application to the compass gait biped robot[C]//Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando: Decision and Control Press, 2001: 774-779.
- [6] Azadegan M, Beheshti M, Tavassoli B. Robust output feedback control of networked control systems with random delay modeled by Markov chain[C]//20th Iranian Conference on Electrical Engineering. Tehran: ICEE Press, 2012: 587-592.
- [7] Huang D, Nguang S. State feedback control of uncertain networked control systems with random time delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(3): 829-834.
- [8] Shi Y, Yu B. Output feedback stabilization of networked control systems with random delays modeled by Markov chains[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(7): 1 668-1 674.
- [9] Xiao L, Hassibi A, How J. Control with random communication delays via a discrete-time jump system approach[J]. American Control Conference, 2000(3): 2 199-2 204.
- [10] Tian E, Yue D. A new state feedback H_∞ control of networked control systems with time-varying network conditions[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349: 891-914.
- [11] Petersen I. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems[J]. Systems and Control Letters, 1987, 8(4): 351-357.
- [12] Ghaoui L E, Oustry F, Aitrami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(8): 1 171-1 176.

[责任编辑:刘 健]

(上接第 56 页)

- [3] 底欣,张百海. 一类异类无线传感器网络节点调度问题研究[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(6): 1 364-1 369.
Di Xin, Zhang Baihai. Research on node scheduling scheme for a kind of heterogeneous wireless sensor networks[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(6): 1 364-1 369. (in Chinese)
- [4] Martins F V C, Carrano E G, Wanner E F, et al. A hybrid multiobjective evolutionary approach for improving the performance of wireless sensor networks[J]. IEEE Sensors Journal, 2011, 11(3): 545-554.
- [5] 周阳,吴宁,葛芬,等. 基于 2D Mesh 的负向优先容错路由算法研究[J]. 南京师范大学学报:工程技术版, 2012, 12(3): 76-79.
Zhou Yang, Wu Ning, Ge Fen, et al. The negative-first and fault-tolerant routing algorithm based on 2D mesh in NoC[J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2012, 12(3): 76-79. (in Chinese)
- [6] 秦磊榛,凌秀泽,徐寅林. 基于无线传感网络的血氧实时监测系统的研究与设计[J]. 南京师范大学学报:工程技术版, 2012, 12(4): 39-43.
Qin Sunzhen, Ling Xiuze, Xu Yinlin. Research and design of real-time blood oxygen monitoring system based on wireless sensor network[J]. Journal of Nanjing Normal University: Engineering and Technology Edition, 2012, 12(3): 39-43. (in Chinese)
- [7] Srinivas A, Modiano E. Minimum energy disjoint path routing in wireless ad-hoc networks[C]//The 9th Annual Int Conf on Mobile Computing and Networking. New York: ACM Press, 2003: 122-133.
- [8] Bandyopadhyay S, Coyle E. An energy-efficient hierarchical clustering algorithm for wireless sensor networks[C]//Proc of the IEEE INFOCOM. San Francisco: IEEE Computer Society, 2003: 1713-1723.
- [9] 郝晓辰,贾楠,刘彬. 基于能效优化的 WSNs 多径流量分配路由算法[J]. 电子与信息学报, 2011(7): 1 568-1 574.
Hao Xiaochen, Jia Nan, Liu Bin. Multipath flow allocating routing algorithm based on energy efficiency optimization in wireless sensor networks[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2011(7): 1 568-1 574. (in Chinese)

[责任编辑:刘 健]