

忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路有限时间同步

王义波, 闵富红, 张 雯, 叶彪明

(南京师范大学南瑞电气与自动化学院, 江苏 南京 210023)

[摘要] 主要研究了降维忆阻 FitzHugh-Nagumo 系统的非线性动力学行为以及有限时间内的多稳态同步. 首先建立系统精确降维模型, 展开降维忆阻系统随不同初始状态变化的动力学行为分析. 利用分岔图和 Lyapunov 指数谱等分析方法, 研究发现调整系统初始状态, 系统呈现出多稳态现象. 通过滑动模态控制方法实现两个忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路有限时间内的多稳态同步. 最后, 通过同步数值仿真证明了控制方法的正确性和有效性.

[关键词] FitzHugh-Nagumo 电路, 降维模型, 有限时间, 滑模控制

[中图分类号] O415.5; TP13 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2020)02-0007-08

Finite-time Synchronization of Memristor-Based FitzHugh-Nagumo Circuit

Wang Yibo, Min Fuhong, Zhang Wen, Ye Biaoming

(School of NARI Electrical and Automation, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: In this paper, the nonlinear dynamic behavior and multi-stable synchronization of memristor-based FitzHugh-Nagumo system for dimension reduction are studied. The accurate dimensionality reduction model of the system is first established. The dynamic behavior analysis of the dimensionality reduction memristive system with different original initial state is developed through bifurcation diagrams and Lyapunov exponent. And the multistability of the system is investigated. More importantly, the sliding mode control method is designed to achieve the finite-time synchronization of the multistable memristive neuron systems, which make two different behaviors of system synchronized. Finally, numerical simulations show the effectiveness and correctness of the sliding mode controller designed.

Key words: FitzHugh-Nagumo's circuit, dimensionality reduction model, finite time, sliding mode control

由于神经网络在信号传输、图像处理、模式识别等领域的广泛应用, 神经元系统的动力学行为已成为热门话题^[1-3]. 学者们开始对单个神经元进行深入研究, 并开发了许多描述神经元功能的数学模型, 以模拟真实的神经元系统^[4-7]. 1952 年英国生物学家 Hodgkin 和 Huxley 基于离子通道理论, 建立了一个描述细胞膜电行为的 H-H 神经元系统模型^[6]. 1961 年 FitzHugh 在 H-H 模型基础上, 提出了一个二阶微分数学模型, 用于描述神经生物学中跨轴突的信号传输, 随后 Nagumo 等人通过隧道二极管构建了该模型的等效电路^[7], 并且在外部电刺激下, 单个 FitzHugh-Nagumo (FHN) 模型表现出混沌行为^[8]. 近年来 FHN 模型在生物模型上有着广泛应用, 因此 FHN 模型开始受到越来越多学者关注^[9-11]. Fan 等将两个不相同 FHN 模型的时延总和作为参数分析了局部 Hopf 分岔的存在, 同时使用范式和中心求导公式确定了 Hopf 分岔的方向和分岔周期解的稳定性^[9]. Zhang 等建立了两个带有不同时滞的 FitzHugh-Nagumo 耦合神经系统模型, 分析了系统丰富的动力学行为, 研究发现时间延迟会影响系统平衡态的稳定性, 进而导致 Hopf 分岔和振荡行为^[10]. Yoonsik 等介绍了两个带有强音下降命令信号的 FitzHugh-Nagumo 神经元方程系统的动力学分析, 通过对可能的吸引子进行搜索并计算动力学量, 建立了详细的动力学图^[11].

忆阻是表示磁通和电荷关系的第四种电路元件, 具有非线性、纳米级和记忆等特征, 在神经网络中有潜在的应用价值. 忆阻器的收缩磁滞环路电压电流特性就像突触生物神经元一样^[12], 因此忆阻器可以成为替代 FitzHugh-Nagumo 神经元电路中非线性电阻器的绝佳候选者, 研究表明, 基于忆阻器的 FitzHugh-Nagumo 神经元电路具有丰富的动力学特征^[13-16]. Bao 等将 FitzHugh-Nagumo 电路中隧道二极管替换为光滑双曲正切介

收稿日期: 2019-11-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61971228).

通讯作者: 闵富红, 博士, 教授, 研究方向: 非线性电路系统. E-mail: minfuhong@njjnu.edu.cn

导忆阻器,提出新型忆阻混沌电路,利用系统初值的分岔图、李氏指数谱及共存吸引盆等分析方法,研究发现改进电路高度依赖于初始值,而且具有隐藏振荡模式的极端多稳态现象^[15]. Chen 等提出一种新的三阶非自治 FHN 电路,通过数值仿真和电路仿真揭示与系统参数和初始条件有关的非线性动力学行为,发现由于外部强迫电流和记忆力状态的可变性,系统表现出准周期、周期性猝发和周期性爆发等复杂行为^[16]. 因而,研究非自治忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路为探索非线性系统复杂动力学行为奠定基础.

同步是非线性科学中一个普遍存在的现象,而且在神经系统中无处不在^[17-19]. 大量研究表明,混沌同步已被广泛用于研究和理解大脑的功能. 在神经科学中,对健康和患病大脑功能分析在理解神经元及其网络相互作用背后的复杂动力学机制中起着重要作用^[20]. 但是神经元之间缺乏同步会导致脑部疾病,影响身体功能,例如帕金森氏病,自闭症等^[21-22]. 至今为止,学者们为实现神经元系统的同步已经提出了许多控制策略,包括主动控制、滑模控制、自适应控制、反同步控制、有限时间同步控制等. 目前,对于外部电刺激的 FHN 神经元的同步控制已经进行了广泛的研究^[23-28]. 文献[23]利用后推和滑模控制技术的鲁棒控制实现了两个间隙连接耦合的混沌 FitzHugh-Nagumo 神经元的同步,通过仿真证明了控制方案的有效性. 文献[24]考虑了两个具有不同离子电流的非耦合 FHN 神经元与外部电刺激之间的同步,应用鲁棒自适应滑模控制器解决了系统的不确定性和外部干扰,在 Lyapunov 稳定性定理的意义上给出了保证稳定同步的充分条件. 文献[25]利用空间采样策略的新型控制方法实现了一类反应扩散 FitzHugh-Nagumo 系统之间的同步,通过数值仿真较好地展示出控制器的效率. 但是,报道忆阻 FitzHugh-Nagumo 电路同步控制的相关文献较少^[13-14]. 文献[13]将 FHN 电路中的隧道二极管替换为忆阻器,构建了新型非自治忆阻 FHN 神经元系统,并分别研究单向和双向耦合的两个忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路的同步条件. 文献[14]采用磁通电荷分析方法获得初始条件,然后改变耦合忆阻器的初始条件,获得不同的误差方程,随后求解非齐次误差方程,从理论上推导出平行位移同步的细节. 现有研究忆阻 FitzHugh-Nagumo 电路同步控制的文献大多开展了对两个忆阻 FHN 系统同步所需条件的研究,但在实际应用中会对同步提出尽快实现的要求,因此对忆阻 FitzHugh-Nagumo 系统进行有限时间同步具有重要价值.

本文针对忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路,构建系统降维模型,分析原始初值变化对系统非线性动力学行为的影响,发现系统展示出不同拓扑结构的混沌吸引子共存现象. 针对忆阻混沌系统,基于滑模控制提出一种新的有限时间内的同步方法,实现了两个具有不同初始条件但结构相同的忆阻 FitzHugh-Nagumo 系统之间同步,根据引理和有限时间同步定义推导出系统的有限时间同步证明. 最后,通过 matlab 仿真验证了控制器的有效性.

1 系统模型

以 FitzHugh-Nagumo 电路^[15]为基础,引入一个光滑双曲正切介导非线性理想忆阻器,构建如图 1 所示的忆阻混沌振荡电路,该电路主要由电容、电感器、电阻、理想忆阻器和外加激励电源 I_s 组成,依次对应的状态变量分别为 v 、 i_L 和 v_0 . 外加激励电源 $I_s = A \cos(\Omega t)$,其中 A 和 Ω 为输入电流 I_s 的物理幅度和角频率.

图 1 中忆阻器的忆导表达式为:

$$W(v_0) = -\frac{1}{R_1}(1 - \tanh v_0). \quad (1)$$

$$C_0 \frac{dv_0}{dt} = -\frac{1}{R_0}v. \quad (2)$$

依据元件的伏安特性以及基尔霍夫电压和电流定律,列出图 1 的状态方程为:

$$\begin{cases} C \frac{dv}{dt} = i_L - W(v_0)v + I_s, \\ L \frac{di_L}{dt} = -Ri_L - v, \\ C_0 \frac{dv_0}{dt} = -\frac{1}{R_0}v. \end{cases} \quad (3)$$

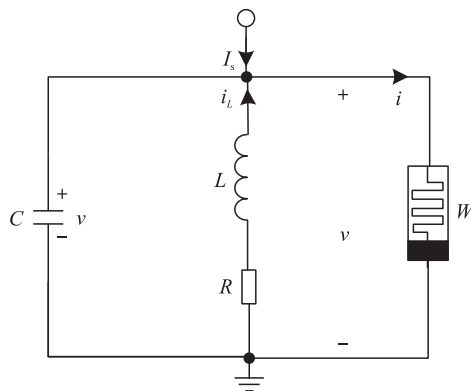


图 1 电路模型

Fig. 1 Circuit model

设 $v=x, i_L=y/R, v_0=z, t=RC\tau, a=R/R_1, b=lR/R_1, c=R^2C/L, H=RA, d=RC/(R_0C_0)$ 和 $F=RC\Omega$, 则得到系统对应的无量纲数学模型,

$$\begin{cases} \dot{x} = y + (a - b \tanh z)x + H \cos(F\tau), \\ \dot{y} = -cx - cy, \\ \dot{z} = -dx. \end{cases} \quad (4)$$

以下采用增量磁通-电荷分析,构建忆阻 FitzHugh-Nagumo 电路降维模型,此模型简化同步控制器设计,此处直接将文献[29]中报道的增量积分变换法用于式(4)三维系统,为系统建立显含系统初值的精确二维模型.

为构建精确降维模型引入新状态变量:

$$X(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau, Y(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau, Z(t) = \int_0^t z(\tau) d\tau. \quad (5)$$

令 $g=x(0), m=y(0), n=z(0)$. 对数学模型(4)中的三个等式从 0 到 t 进行积分,

$$\begin{cases} x - g = Y + \int_0^t (a - b \tanh(z(\tau)))x(\tau) d\tau + (H/F) \sin(F\tau), \\ y - m = -cX - cY, \\ z - n = -dX. \end{cases} \quad (6)$$

根据式(4) $\dot{z} = -dx(t)$, 三个新状态变量表示的系统二阶降维模型为:

$$\begin{cases} \dot{X} = Y + aX(\tau) + (b/d) \ln \cosh(dX(\tau) - n) + (H/F) \sin(F\tau) + g - (b/d) \ln \cosh(n), \\ \dot{Y} = -c(X+Y) + m. \end{cases} \quad (7)$$

设系统参数为 $a=0.48, b=0.51, c=1, d=1, H=1.8, F=1, g=0, m=0, n=-0.4$ 初始值为 $(0,0)$, 系统存在一个典型的混沌运动,如图 2 所示,系统包含着复杂的扭曲结构,但是在整体上系统是稳定的. 此时,系统(8)的 Lyapunov 指数分别为 $\lambda_1 = -0.2704, \lambda_2 = 0.0243$ 其中一个指数大于零,一个指数小于零,说明系统(7)运动具有混沌特性.

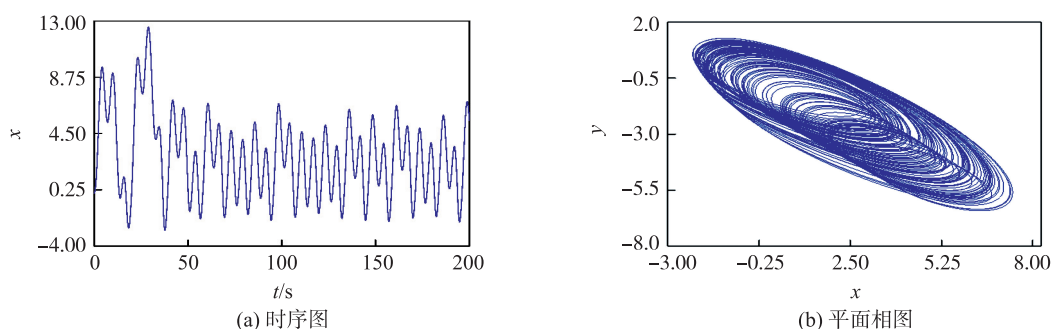


图 2 混沌系统仿真图

Fig. 2 Simulation diagram of chaotic system

2 系统的动力学特性分析

这里将研究式(7)降维忆阻系统随初值 g, n 变化所产生的动力学行为. 在式(7)中, g, n 分别代表原式(4)中的非忆阻初值 $x(0)$ 和忆阻初值 $z(0)$, 此处选择此初值, 绘制分岔图及李雅普诺夫指数谱, 观察多稳态共存现象. 固定参数 $a=0.48, b=0.51, c=1, d=1, H=1.8, F=1, m=0$, 初值选为 $(0,0)$.

考虑初始条件 g 在区间 $[-0.5, 0.3]$ 内变化, $m=0, n=0$, 状态变量 y 的最大值分岔图及对应的 Lyapunov 指数谱如图 3, 可以看出系统呈现出了周期、混沌及弱混沌等行为. 图 3 的分岔图展现出系统从周一进入周期二, 经倍周期分岔过渡到混沌, 其中混沌态中还存在多个大小不一的周期窗, 进入混沌后在 $g=0.13$ 时跃变到周期态后又跳变到弱混沌态. 当状态变量 g 增加时, 系统的运动状态会由于 g 的符号不同而在不同的吸引域显现, 且在系统趋于稳定的过程中, 运动轨迹的拓扑结构也发生变化. 观察图清楚地看到, 系统运动状态在 g 的 $[0.13, 0.16], [0.24, 0.28]$ 区间内分别发生了两次跃变, 说明系统在 g 的此变化区间内吸引子结构不稳定, 鲁棒性较差, 但当选用此系统作为随机信号源时, 可以使 g 维持在 $[0, 0.13]$ 区

间内,该区间内最大 Lyapunov 指数恒大于零且保持基本不变。

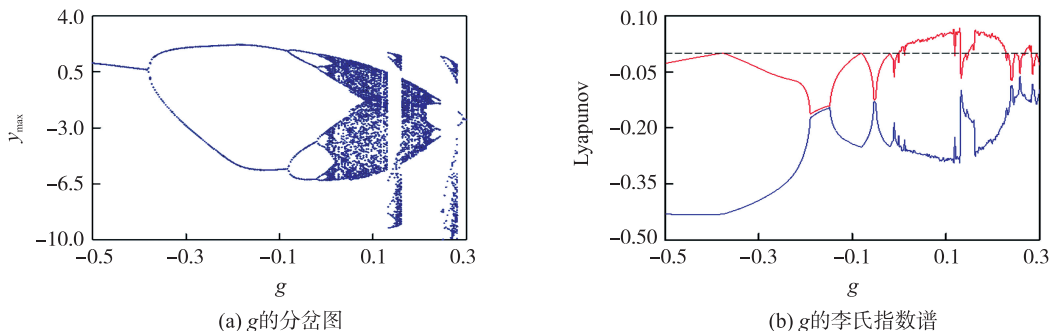


图 3 当 $g \in (-0.5, 0.3)$ 时, g 的分岔图和李氏指数谱

Fig. 3 Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with $g \in (-0.5, 0.3)$

考虑初始条件 n 在区间 $[-1, 1]$ 内变化, $g=0, m=0$, 随初值 n 变化的分岔图和李雅普诺夫指数谱如图 4 所示, 可以看出分岔图与 Lyapunov 指数谱基本是相对应。将 n 分为 $[-1, -0.4]$, $[-0.4, 1]$ 两个区间, 在 $[-1, -0.4]$ 区间系统混沌吸引子呈现出收缩的拓扑结构且混沌区域较窄, 具有较差的遍历性。相反地, 随着 n 的增加在 $[-0.4, 1]$ 区间内, 系统拥有较宽的混沌域, 混沌吸引子显示出拉伸态, 具有良好的遍历性。随后, 通过观察发现系统在两个区间内的运动轨迹相似, 都存在多周期态及混沌等动力学行为, 但运动变化的趋势相反, 在 $[-1, -0.4]$ 区间内系统从周期态经过倍周期分岔过渡到混沌状态, 而在 $[-0.4, 1]$ 区间, 系统是从混沌态经反倍周期分岔进入周期一。综上分析, 依赖忆阻初值变化, 系统运动演化较复杂, 且共存的吸引子差异性较大。

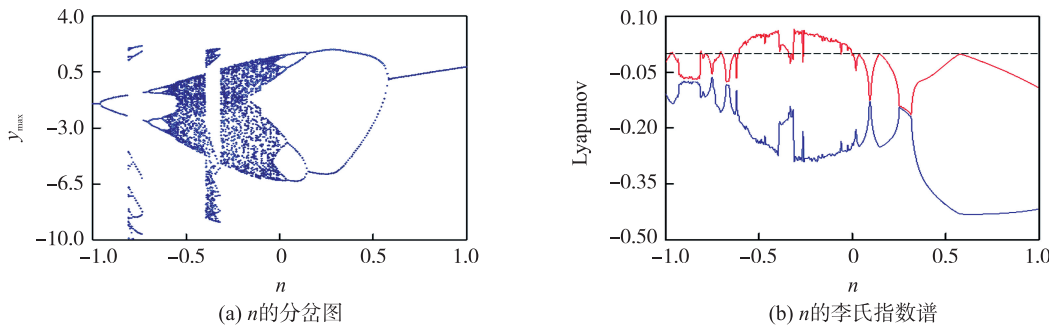


图 4 当 $n \in (-1.0, 1.0)$ 时, n 的分岔图和李氏指数谱

Fig. 4 Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with $n \in (-1.0, 1.0)$

3 有限时间的同步控制

忆阻混沌同步属于混沌控制范畴, 即忆阻混沌同步问题是使被控系统的混沌运动按照目标系统轨道运动的控制问题。基于滑模控制和 Lyapunov 稳定性理论, 提出一种新的有限时间内的滑模控制同步方法, 实现忆阻 FitzHugh-Nagumo 系统之间的同步。

3.1 问题描述

令式(7)忆阻混沌系统为驱动系统, 其数学模型为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + ax_1 + (b/d) \ln \cosh(dx_1 - n_1) + 1.8 \sin(\tau) + g_1 - (b/d) \ln \cosh(n_1), \\ \dot{x}_2 = -c(x_1 + x_2) + m_1. \end{cases} \quad (8)$$

其中, a, b, c, d 为系统参数, 固定系统参数为 $a=0.48, b=0.51, c=1, d=1, g, m, n$ 为原系统的系统初值, 则受控的响应系统为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + ay_1 + (b/d) \ln \cosh(dy_1 - n_2) + 1.8 \sin(\tau) + g_2 - (b/d) \ln \cosh(n_2) + u_1, \\ \dot{y}_2 = -c(y_1 + y_2) + m_2 + u_2. \end{cases} \quad (9)$$

式中, $a=0.48, b=0.51, c=1, d=1, u_1, u_2$ 为同步控制器。

定义 1 如果存在一个常数 $t_1 > 0$, 对于 $t \geq t_1, i=1, 2$, 使得 $\lim_{t \rightarrow t_1} |e_i| = 0$ 并且 $|e_i| \equiv 0$, 则式(8)和(9)实现

有限时间同步.

引理 1 如果存在差分和正定函数 $V(t)$ 使得 $V(t) \leq -\rho V^\theta(t)$, $\forall t \geq t_0, V(t_0) \geq 0$, 其中 $\rho > 0, 0 < \theta < 1$ 为常数. 当时间 t_1 满足 $t_1 \leq t_0 + \frac{V^{1-\theta}(t_0)}{\rho(1-\theta)}$, 函数 $V(t)$ 满足 $V^{1-\theta}(t) \leq V^{1-\theta}(t_0) - \rho(1-\theta)(t-t_0)$, $t_0 \leq t \leq t_1$ 并且 $V(t) \equiv 0$, $\forall t \geq t_1$ [30].

引理 2 对于任意实数 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ 和 $0 < \mu < 1$, 以下不等式成立 [30]:

$$\sum_{i=1}^n |\tau_i|^{\mu+1} \geq \left(\sum_{i=1}^n |\tau_i|^2 \right)^{\frac{\mu+1}{2}}. \quad (10)$$

3.2 滑模控制器设计

定义同步误差为:

$$\begin{cases} e_1 = y_1 - x_1, \\ e_2 = y_2 - x_2. \end{cases} \quad (11)$$

将式(8)、(9)代入(11)得到误差的表达式为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = y_2 - x_2 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n_2)}{\cosh(dx_1 - n_1)} + u_1 + a(y_1 - x_1) + (g_2 - g_1) + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)}, \\ \dot{e}_2 = -cx_1 - cx_2 - cy_1 - cy_2 + m_1 + m_2 + u_2. \end{cases} \quad (12)$$

定义滑模面为:

$$\begin{cases} s_1 = k_1 e_1, \\ s_2 = k_2 e_2. \end{cases} \quad (13)$$

式中, $k = [k_1, k_2]$.

综上所述设计控制器为:

$$\begin{cases} u_1 = -y_2 + x_2 - \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n_2)}{\cosh(dx_1 - n_1)} - ae_1 - \rho_1 \text{sign}(f_1 s_1) |s_1|^\mu - \varepsilon_1 \theta(s_1) - g_2 + \\ \quad g_1 - \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)}, \\ u_2 = cy_2 + cx_2 + cy_1 + cx_1 - m_1 - m_2 - \rho_2 \text{sign}(f_2 s_2) |s_2|^\mu - \varepsilon_2 \theta(s_2). \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\rho = [\rho_1, \rho_2]$, $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ 为控制增益, 其中各个元素为正, $f = [f_1, f_2]$ 为常数量, $\theta(s) = \frac{s_i}{|s_i| + \delta}$ 为光滑特性函数, 其中 μ 为正常数, δ 为很小的正常数.

系统(8)和系统(9)在有限时间内同步的稳定性证明过程如下. 选择一个正定的 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 s_i^2. \quad (15)$$

取式(15) Lyapunov 函数时间导数:

$$\dot{V} = s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2. \quad (16)$$

将式(12)、(13)代入(16)我们得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 = \\ &= k_1^2 e_1 \left(y_2 - x_2 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n_2)}{\cosh(dx_1 - n_1)} + u_1 + ae_1 + g_2 - g_1 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)} \right) + \\ &\quad k_2^2 e_2 (-cy_2 - cx_2 - cy_1 - cx_1 + u_2 + m_1 + m_2) = \\ &= k_1^2 e_1 \left(y_2 - x_2 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n)}{\cosh(dx_1 - n)} + ae_1 + g_2 - g_1 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)} \right) + \\ &\quad k_1^2 e_1 u_1 + k_2^2 e_2 (-cy_2 - cx_2 - cy_1 - cx_1 + m_1 + m_2) + k_2^2 e_2 u_2. \end{aligned} \quad (17)$$

再将式(13)代入(16)得到:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 = \\
 &k_1^2 e_1 \left(y_2 - x_2 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n_2)}{\cosh(dx_1 - n_1)} + ae_1 + g_2 - g_1 + \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)} \right) + \\
 &k_1^2 e_1 \left(-y_2 + x_2 - ae_1 - \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(dy_1 - n_2)}{\cosh(dx_1 - n_1)} - g_2 + g_1 - \frac{b}{d} \ln \frac{\cosh(n_1)}{\cosh(n_2)} - \right. \\
 &\left. \rho_1 \operatorname{sgn}(s_1) |s_1|^\mu - \varepsilon_1 \theta(s_1) \right) + k_2^2 e_2 (-cy_2 - cx_2 - cy_1 - cx_1 + m_1 + m_2) + \\
 &k_2^2 e_2 (cy_2 + cx_2 + cy_1 + cx_1 - m_1 - m_2 - \rho_2 \operatorname{sgn}(s_2) |s_2|^\mu - \varepsilon_2 \theta(s_2)) = \\
 &k_1^2 e_1 (-\rho_1 \operatorname{sgn}(s_1) |s_1|^\mu - \varepsilon_1 \theta(s_1)) + k_2^2 e_2 (\rho_2 \operatorname{sgn}(s_2) |s_2|^\mu - \varepsilon_2 \theta(s_2)) \leq \\
 &-\rho_1 k_1 |s_1|^{\mu+1} - \rho_2 k_2 |s_2|^{\mu+1}.
 \end{aligned} \tag{18}$$

根据引理 2,

$$(|s_1|^{\mu+1} + |s_2|^{\mu+1}) \geq (|s_1|^2 + |s_2|^2)^{\frac{\mu+1}{2}}. \tag{19}$$

可得,

$$\dot{V} \leq -\rho_1 k_1 (|s_1|^2 + |s_2|^2)^{\frac{\mu+1}{2}} \leq -\rho_1 k_1 (2V)^{\frac{\mu+1}{2}} \leq -2^{\frac{\mu+1}{2}} \rho_1 k_1 V^{\frac{\mu+1}{2}}. \tag{20}$$

依据引理 1, 式(7)和(8)能够实现有限时间内的同步, 同步的时间大概为

$$t_1 \leq \frac{(V(t_0))^{\frac{1-\mu}{2}}}{2^{\frac{\mu-1}{2}} \rho_1 k_1 (1-\mu)}. \tag{21}$$

3.3 数值仿真

设系统参数为 $a=0.48, b=0.51, c=1, d=1$, 式(8)和系统式(9)的初始状态分别设为 $x(0)=[0, 0]$, $g_1=0, m_1=0, n_1=0$ 和 $y(0)=[-3, -2], g_2=0, m_2=0, n_2=0.3$. 在上述参数条件下, 式(9)驱动系统呈现混沌状态, 不加控制器的式(10)响应系统处于周期运动状态. 光滑函数参数设为 $\delta=[0.01, 0.01]^T$, 系统控制增益为 $k=[1, 1]^T, \rho=[1, 1]^T$ 和 $\varepsilon=[3.32, 3.32]^T$. 根据引理 1, 计算出系统的同步时间. 根据给定的参数及初值等条件, 数值仿真得到同步系统的吸引子、同步系统状态变量的时域波形、同步系统误差收敛曲线及滑模面收敛曲线如图 5 所示. 由图 5(a)可知, 初始状态不同、参数相同的两个系统实现反同步; 由图 5(b)可知, 随着时间增长 驱动系统状态变量 x_1 与响应系统状态变量 y_1 实现完全同步; 由图 5(c)可知, 驱动系统和响应系统的同步误差在 $t=1$ s 时趋于零, 同步特性具有振荡衰减特性; 由图 5(d)可知, 驱

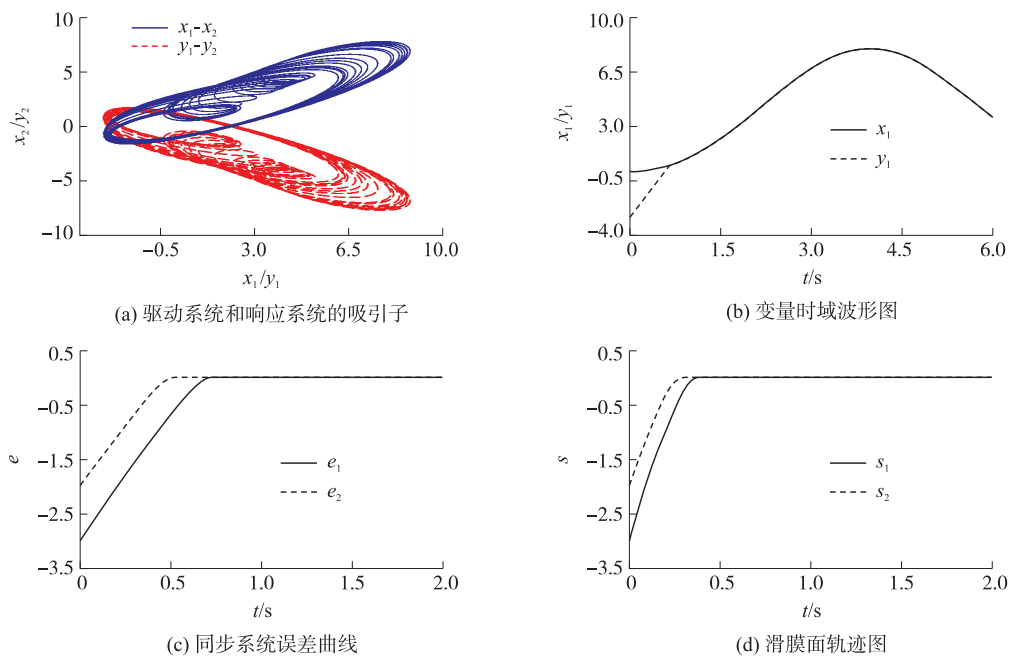


图 5 两个忆阻系统实现同步时图形

Fig. 5 Graphics when two memristive systems are synchronized

动系统和响应系统的动态滑膜面在 $t=1$ s 时趋于零。

考虑控制增益 k_1, k_2, ρ_1, ρ_2 对同步性能的影响,先将控制增益 k 改为 $k=[5,5]^T$, ρ 保持不变,仿真得到同步系统的误差曲线如图 6(a) 所示,从图中可知在 $t=0.7$ s 时误差趋于零,通过观察对比图 5(c) 可知,系统同步建立时间缩短.接着将控制增益 k 保持不变,将 ρ 改为 $\rho=[5,5]^T$,得到图 6(b) 所示的同步误差曲线,观察图可以看出系统在 $t=0.5$ s 时达到完全同步,具有单调趋于稳定的同步动态特性. 为了达到更好的同步效果,可以考虑增大 k 和 ρ ,可以使得误差收敛的速度变快,同步建立的时间变短. 综合上述分析,调节控制增益 k 和 ρ 能够有效调节系统同步效果,但是应用中考虑到成本和控制器的物理实现难度等问题, k 和 ρ 不适合取较大的值.

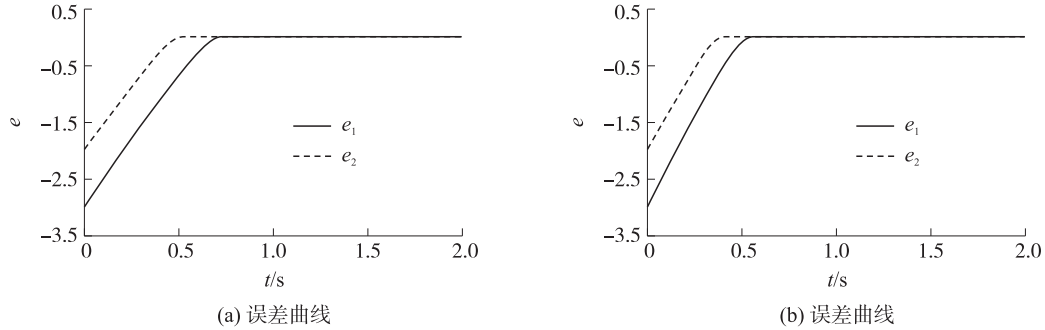


图 6 同步误差曲线

Fig. 6 Error curve of system

4 结论

本文根据忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路,建立系统精确降维模型,研究发现系统具有丰富的动力学行为,并且利用相轨迹图、Lyapunov 指数谱和分岔图等方法,分析了系统初值变化对系统动力学行为的影响,从图中观察到,系统可呈现出周期、混沌、周期态和混沌态跃变等复杂非线性行为. 在非线性动力学分析基础上,选取忆阻 FitzHugh-Nagumo 混沌系统作为控制对象,基于滑模控制和 Lyapunov 稳定性理论,提出一种新的有限时间内的滑模控制同步方法,实现两个忆阻 FitzHugh-Nagumo 系统间的同步. 最后,通过绘制同步系统的吸引子、同步系统状态变量的时域波形、同步系统误差收敛曲线及滑模面收敛曲线,较好地展示出控制器的效率.

[参考文献] (References)

- [1] ABRAR H A, SHUAI B, ZHEN Z, et al. Multimodal recurrent neural networks with information transfer layers for indoor scene labeling[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2018, 20(7): 1656–1671.
- [2] BARTSCHAT A, ALLGEIER S, BOHN S, et al. Digital image processing and deep neural networks in ophthalmology-current trends[J]. Klinische Monatsblätter Für Augenheilkunde, 2019, 236(12): 1399–1406.
- [3] CHO J H, PARK C G. Multiple feature aggregation using convolutional neural networks for SAR image-based automatic target recognition[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2018, 15(12): 1882–1886.
- [4] HINDMARSH J L, ROSE R M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations[J]. Nature, 1982, 296(5853): 162–164.
- [5] MORRIS C, LECAR H. Voltage oscillations in the barnacle giant muscle fiber[J]. Biophysical Journal, 1981, 35(1): 193–213.
- [6] HODGKIN A L, HUXLEY A F. Current carried by sodium and potassium ions through the membrane of the giant axon of Loligo[J]. Journal of Physiology, 1952, 116(4): 449–72.
- [7] FITZHUGH R. Threshold and plateau in the Hodgkin-Huxley nerve equations[J]. Journal General Physiology, 1960, 43(5): 867–896.
- [8] REHAN M, HONG K S. Robust synchronization of delayed chaotic FitzHugh-Nagumo neurons under external electrical stimulation[J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2012: 1–11.

- [9] FAN D J, HONG L. Hopf bifurcation analysis in a synaptically coupled FHN neuron model with delays[J]. Communications in Nonlinear Science Numerical Simulation, 2010, 15(7): 1873–1886.
- [10] ZHANG Y, XIANG L, ZHOU J. Dynamical behaviors in coupled FitzHugh-Nagumo neural systems with time delays[C]// Chinese Intelligent Systems Conference 2016, Singapore, 2016: 289–300.
- [11] YOONSIK S, PHIL H. The chaotic dynamics and multistability of two coupled FitzHugh-Nagumo model neurons[J]. Adaptive Behavior, 2018, 26(4): 165–176.
- [12] BAO H B, PARK J H, CAO J D. Exponential synchronization of coupled stochastic memristor-based neural networks with time-varying probabilistic delay coupling and impulsive delay[J]. IEEE Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(1): 190–201.
- [13] ZHANG J H, LIAO X F. Synchronization and chaos in coupled memristor-based FitzHugh-Nagumo circuits with memristor synapse[J]. Aeu International Journal of Electronics and Communications, 2017, 75: 82–90.
- [14] ZHANG J H, LIAO X F. Effects of initial conditions on the synchronization of the coupled memristor neural circuits[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95: 1269–1282.
- [15] BAO H, LIU W B, CHEN M. Hidden extreme multistability and dimensionality reduction analysis for an improved non-autonomous memristive FitzHugh-Nagumo circuit[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 96: 1879–1894.
- [16] CHEN M, QI J W, XU Q, et al. Quasi-period, periodic bursting and bifurcations in memristor-based FitzHugh-Nagumo circuit[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2019, 110: 152840.
- [17] WEI W. Synchronization of coupled chaotic Hindmarsh Rose neurons: an adaptive approach[J]. Chinese Physics B, 2015, 24(10): 97–104.
- [18] SHE W Q, MA M H. Tracking synchronization of networked lagrangian systems via impulsive control and its applications[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2019, 32: 1093–1103.
- [19] OUANNAS A, BENDOUKHA S, VOLOS C, et al. Synchronization of fractional hyperchaotic rabinovich systems via linear and nonlinear control with an application to secure communications[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2019, 17(9): 2211–2219.
- [20] AL-SHARGIE F, TANG T B, KIGUCHI M. Stress assessment based on decision fusion of EEG and fNIRS signals[J]. IEEE Access, 2017, 5: 19889–19896.
- [21] SUN X J, LI G F. Synchronization transitions induced by partial time delay in a excitatory-inhibitory coupled neuronal network[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 89(4): 2509–2520.
- [22] RIGATOS G. Robust synchronization of coupled neural oscillators using the derivative-free nonlinear Kalman Filter[J]. Cognitive Neurodynamics, 2014, 8(6): 465–478.
- [23] YU H T, WANG J, DENG B, et al. Adaptive backstepping sliding mode control for chaos synchronization of two coupled neurons in the external electrical stimulation[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(3): 1344–1354.
- [24] YANG C C, LIN C L. Robust adaptive sliding mode control for synchronization of space-clamped FitzHugh-Nagumo neurons[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69(4): 2089–2096.
- [25] CHEN S, LIM C, SHI P, et al. Synchronization control for reaction-diffusion FitzHugh-Nagumo systems with spatial sampled-data[J]. Automatica, 2018, 93: 352–362.
- [26] IBRAHIM M M, JUNG H. Complex synchronization of a ring-structured network of FitzHugh-Nagumo neurons with single- and dual-state gap junctions under ionic gates and external electrical disturbance[J]. IEEE Access, 2019, 7: 57894–57906.
- [27] JózSEF K T, János F B, LEVENTE K, et al. Fractional order PID-type feedback in fixed point transformation-based adaptive control of the FitzHugh-Nagumo neuron model with time-delay[J]. IFAC-Papersonline, 2018, 51(4): 906–911.
- [28] PLOTNIKOV S A, LEHNERT J, FRADKOV A L, et al. Adaptive control of synchronization in delay-coupled heterogeneous networks of FitzHugh-Nagumo nodes[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2016, 26(4): 165008.
- [29] CHEN M, FENG Y, BAO H, et al. State variable mapping method for studying initial-dependent dynamics in memristive hyper-jerk system with line equilibrium[J]. Chaos' Solitons and Fractals, 2018, 115: 313–324.
- [30] BAO H, CAO J. Finite-time generalized synchronization of nonidentical delayed chaotic systems[J]. Nonlinear Analysis: Modeling and Control, 2016, 21(3): 306–324.