

双忆阻 Shinriki 振荡器超级多稳态重构及其电路实现

郑宏亮, 闵富红, 张 雯, 曹保国

(南京师范大学南瑞电气与自动化学院, 江苏 南京 210023)

[摘要] 将两个磁控忆阻器引入到经典 Shinriki 振荡器中, 构建了一个含双忆阻的混沌振荡电路. 采用增量磁通-电荷分析方法, 对所构的双磁控忆阻 Shinriki 电路进行降维处理, 得到了双忆阻振荡器的三阶降维模型. 在韦库域内, 研究系统的共存分岔行为、反单调现象, 并重构振荡器的极端多稳态现象, 分析多稳态域内的簇发放电行为. 此外, 基于 Multisim 电路仿真软件搭建了降维后系统的等效电路, 并捕捉到相应的吸引子相轨迹图, 验证了动力学分析的正确性.

[关键词] 双忆阻 Shinriki 振荡器, 降维模型, 极端多稳态现象, 相轨迹图

[中图分类号] TN601 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2021)03-0010-12

Extreme Multistability Reconstruction of Two-Memristor Based Shinriki Oscillator and Digital Circuit Experiment

Zheng Hongliang, Min Fuhong, Zhang Wen, Cao Baoguo

(NARI School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

Abstract: In this paper, by adding two flux-controlled memristors into the classic Shinriki oscillator, a chaotic oscillation circuit is constructed. With the incremental magnetic flux-charge analysis method, the Shinriki circuit based on the two flux-controlled memristors conducts dimensionality reduction, meanwhile the third-order dimensionality reduction model is obtained. Then, the coexisting bifurcation and antimonotonic phenomenon in the flux-charge domain are discussed. At the same time, the extreme multistability of the oscillator is reconstructed and the bursting behavior in the multistable domain is analyzed. In addition, the equivalent circuit of the system after dimensionality reduction is built and the corresponding phase trajectory diagram is captured, which verifies the correctness of the dynamic analysis.

Key words: dual memristive Shinriki oscillator, dimensionality reduction model, extreme multistable phenomenon, phase trajectory diagram

忆阻器^[1]是根据电路完备性提出的第 4 种基本元件, 填补了磁通-电荷关系的空白. 不同于 RLC 等线性元件, 忆阻伏安关系呈现斜“8”字型紧磁滞回线的非线性特征^[2-4], 将其引入混沌电路容易产生复杂的动力学现象, 这引起了学者们的研究兴趣. 随后, 多种忆阻混沌电路^[5-8]被相继提出, 其中有含双曲正切忆阻的 Fitzhugh-Nagumo 电路^[9]、忆阻超混沌 Jerk 系统^[10]、基于 SBT 忆阻器的改进蔡氏电路^[11]等.

为了研究非线性系统的多种振荡模式和迟滞特性, 学者们在 Van Der Pol 振荡器基础上提出 Shinriki 振荡器^[12]. 文献[13]构建整数阶忆阻 Shinriki 电路, 基于此研究系统的分岔特性, 验证振荡器的多稳定性、超混沌以及多涡卷吸引子等特点. 文献[14]构造含磁控和荷控忆阻的 Shinriki 电路, 利用动力学分析方法, 发现系统存在的周期性混沌气泡和不对称共存行为, 并通过吸引盆揭示振荡器的极端多稳态现象. 上述文献对忆阻 Shinriki 振荡器的研究都局限于伏安域, 系统内平衡点类型很难确定, 从而导致对系统极端多稳态现象的预测不够准确.

因此, 选择合适降维方法, 将忆阻混沌电路模型从电压-电流域转变至磁通-电荷域, 既可以使不确定的面平衡点转变为确定平衡点, 又能将初值衍化为系统参数而易于调控. 文献[15]采用积分变换的状态

收稿日期: 2020-12-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61971228)、江苏省研究生科研与实践创新项目(KYCX20_1244).

通讯作者: 闵富红, 教授, 博士生导师, 研究方向: 非线性电路系统. E-mail: minfuhong@njjnu.edu.cn

变量映射法对忆阻超 Jerk 系统降维建模,将依赖初值的多稳态现象转化为参数依赖的动力学行为,在硬件电路中验证多稳定性. 文献[16]提出混合状态函数增量积分法,基于此,重构 Jerk 系统降维模型,通过双参数映射图分析无穷多吸引子共存的多稳态现象. 但是,上述降维方法均是针对电路方程,采用数学分析方法处理,未对电路模型做任何变动. 因此,一种从电路原理出发的磁通-电荷分析方法被应用到忆阻混沌电路的降维建模中^[17-20]. 该方法直接将电路模型的伏安关系全部替换为积分后的韦库关系,解决了绝对值和分段函数等特殊函数无法不定积分的问题. 但推导过程和状态变量选择存在一定难度,现有文献未能实现全部初值衍化为系统参数,因此未完全实现系统超级多稳态现象的重构.

基于此,本文利用所构双磁控忆阻 Shinriki 振荡器,采用磁通-电荷分析方法降维建模,五阶伏安域模型转变为三阶韦库域模型,状态变量初值均衍化为精确对应的可调系统参数. 通过分岔轨迹、Lyapunov 指数等分析方法研究系统在参数域的特殊对称行为^[21]. 在韦库域内对比研究不同忆阻和非忆阻参数、不同条件下的双忆阻参数吸引盆,分析降维系统的无穷多运动状态吸引子共存的极端多稳态性,并就存在的 Bursting 现象^[22-23]进行探讨. 最后,利用 Multisim 软件构建韦库域等效电路模型,通过示波器观察时序图和相轨迹图,验证数值仿真及磁通-电荷分析方法降维处理的正确性.

1 问题提出

构造含 5 个状态变量的双忆阻 Shinriki 振荡器,数值仿真得到混沌相轨迹图. 考虑不改变系统动力学行为基础上降低系统复杂性,将依赖于初值的极端多稳态现象衍生到方便调控的参数域内,同时便于模块化搭建 Multisim 等效电路,捕捉系统在超级多稳态时经历的不同拓扑结构吸引子. 选择磁通-电荷分析方法对系统降维处理,得到精确的三阶降维模型. 系统复杂动力学行为得以重现且 5 个状态初值均衍化为系统参数,该过程分以下两部分阐述.

1.1 电路模型

以 Shinriki 振荡器为基础,引入无源磁控忆阻替代原电路非线性正电导区域的双二极管桥,将 RLC 谐振回路的电阻支路替换为有源磁控忆阻,同时在电感支路串联电阻 R_5 . 构建图 1 的忆阻混沌电路,该电路还包括非线性负电导区域以及电容 C_0 . 优化的 Shinriki 振荡器含有 5 个动态元件,分别为电容 C_0 、 C ,电感 L ,三次无源磁控忆阻 $W_1(\varphi_1)$ 和三次有源磁控忆阻 $W_2(\varphi_2)$,对应 5 个状态变量 V_{c_0} 、 V_c 、 i_L 、 φ_1 和 φ_2 . 根据基尔霍夫电压电流定律和电路元件间的本构关系,推导状态方程为:

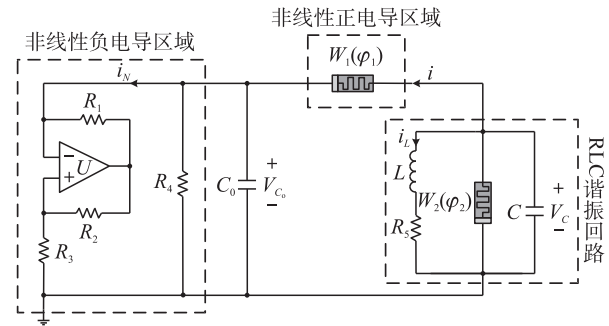


图 1 双忆阻 Shinriki 振荡器模型

Fig. 1 Two-memristor-based Shinriki oscillator model

$$\begin{cases} \frac{dV_{c_0}}{dt} = [(V_c - V_{c_0})W_1(\varphi_1) + (\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4})V_{c_0}]/C_0, \\ \frac{dV_c}{dt} = [(V_{c_0} - V_c)W_1(\varphi_1) - W_2(\varphi_2)V_c - i_L]/C, \\ \frac{di_L}{dt} = (V_c - R_5 i_L)/L, \\ \frac{d\varphi_1}{dt} = V_c - V_{c_0}, \\ \frac{d\varphi_2}{dt} = V_c. \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中两个磁控忆阻的忆导方程为

$$\begin{cases} W_1(\varphi_1) = m_1 + 3m_2\varphi_1^2, \\ W_2(\varphi_2) = n_1 + 3n_2\varphi_2^2. \end{cases} \quad (2)$$

为了方便后续讨论,对状态变量和元件参数进行处理,令 $V_{C_0}=x, V_C=y, i_L=z, \varphi_1=u, \varphi_2=v, 1/C_0=a, 1/C=b, 1/L=c, 1/R_3-1/R_4=d$ 和 $R_5=e$, 得到简化后系统的非线性微分方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=a[(y-x)(m_1+3m_2u^2)+dx], \\ \frac{dy}{dt}=b[(x-y)(m_1+3m_2u^2)-(n_1+3n_2v^2)y-z], \\ \frac{dz}{dt}=c(y-ez), \\ \frac{du}{dt}=y-x, \\ \frac{dv}{dt}=y. \end{cases} \quad (3)$$

初值设置为 $(x(0), y(0), z(0), u(0), v(0)) = (10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0)$, 系统参数固定为表 1, 获得图 2 的双涡卷吸引子. 此时, 系统的李氏指数是 $L_1=0.256\ 8, L_2=0.009\ 2, L_3=-0.001\ 7, L_4=-0.002\ 9, L_5=-10.324\ 5$ 表明系统处于混沌态.

表 1 系统参数

Table 1 System parameters

参数	数值	参数	数值	参数	数值
a	3	d	2	m_2	3.2
b	1	e	0.05	n_1	-0.02
c	15	m_1	1.2	n_2	0.01

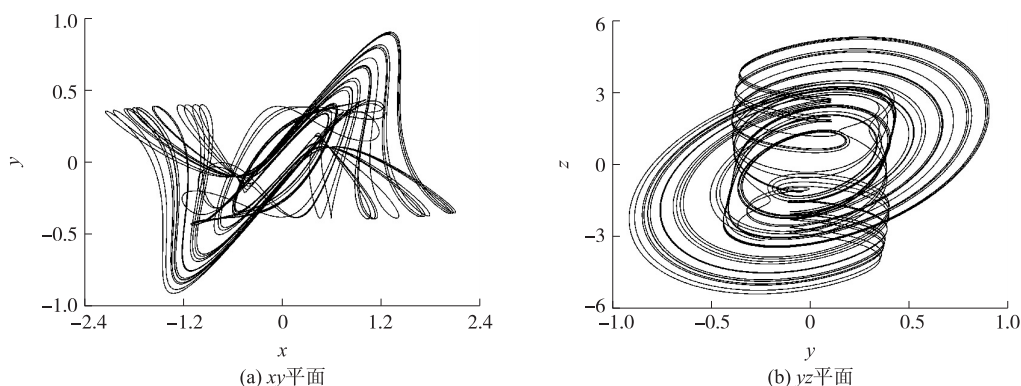


图 2 双忆阻 Shinriki 振荡器相图

Fig. 2 Phase diagram of two-memristor-based Shinriki oscillator

1.2 降维模型

根据磁通-电荷分析方法, 电路元件的磁通和电荷从 0 到 t 的增量分别被定义为 $\varphi(t, 0) = \varphi(t) - \varphi(0)$ 及 $q(t, 0) = q(t) - q(0)$, 其中 $\varphi(0, 0) = 0, q(0, 0) = 0$. 图 3 所示电路元件磁通增量被定义为 $\varphi_{W_1}(t, 0), \varphi_{W_2}(t, 0), \varphi_C(t, 0), \varphi_{C_0}(t, 0), \varphi_L(t, 0), \varphi_{R_3}(t, 0), \varphi_{R_4}(t, 0), \varphi_{R_5}(t, 0)$, 依次对应无源忆阻 W_1 、有源忆阻 W_2 、电容 C 和 C_0 、电感 L 、电阻 R_3, R_4 和 R_5 . 相应地, 各元件电荷增量定义为 $q_{W_1}(t, 0), q_{W_2}(t, 0), q_C(t, 0), q_{C_0}(t, 0), q_L(t, 0), q_{R_3}(t, 0), q_{R_4}(t, 0), q_{R_5}(t, 0)$, 同时, 各元件磁通和电荷参考方向在图 3 中标出.

按照磁通-电荷分析方法的定义以及电路元件间的电气连接关系, 列出系统在磁通-电荷域的关系式:

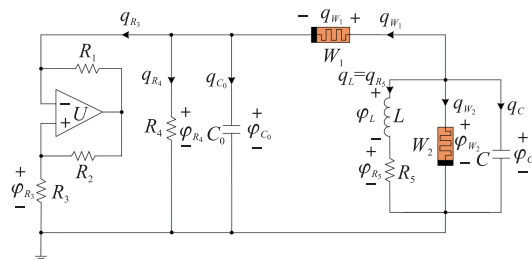


图 3 忆阻 Shinriki 电路降维模型

Fig. 3 Dimensionality reduction model of memristive Shinriki circuit

$$\begin{cases} q_{c_0}(t,0) = C_0 \frac{d\varphi_{c_0}(t,0)}{dt} - q_{c_0}(0), q_c(t,0) = C \frac{d\varphi_c(t,0)}{dt} - q_c(0), \\ \varphi_L(t,0) = L \frac{dq_L(t,0)}{dt} - \varphi_L(0), \varphi_{R_3}(t,0) = -R_3 q_{R_3}(t,0), \\ \varphi_{R_4}(t,0) = R_4 q_{R_4}(t,0), \varphi_{R_5}(t,0) = R_5 q_{R_5}(t,0). \end{cases} \quad (4)$$

式中,各元件初值分别为 $q_{c_0}(0) = C_0 V_{c_0}(0)$ 、 $q_c(0) = C V_c(0)$ 、 $\varphi_L(0) = L i_L(0)$,且 $V_{c_0}(0)$ 、 $V_c(0)$ 和 $i_L(0)$ 和电压-电流域的前 3 项初值等价。

忆阻 W_1 和 W_2 的数学模型如下:

$$\begin{cases} i_{W_1}(t) = W_1[\varphi_{W_1}(t)] u_{W_1}(t) = (m_1 + 3m_2 \varphi_{W_1}^2(t)) u_{W_1}(t), \\ W_1: \begin{cases} \frac{d\varphi_{W_1}(t)}{dt} = u_{W_1}(t). \end{cases} \\ i_{W_2}(t) = W_2[\varphi_{W_2}(t)] u_{W_2}(t) = (n_1 + 3n_2 \varphi_{W_2}^2(t)) u_{W_2}(t), \\ W_2: \begin{cases} \frac{d\varphi_{W_2}(t)}{dt} = u_{W_2}(t). \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

解释忆阻模型本构关系,下式是忆阻 W_1 的关系式:

$$q_{W_1}(t) = f[\varphi_{W_1}(t)] = m_1 \varphi_{W_1}(t) + m_2 \varphi_{W_1}^3(t). \quad (6)$$

忆阻 W_2 的关系式如下:

$$q_{W_2}(t) = h[\varphi_{W_2}(t)] = n_1 \varphi_{W_2}(t) + n_2 \varphi_{W_2}^3(t). \quad (7)$$

根据电路模型,类比推导系统三阶常微分方程:

$$\begin{cases} C_0 \frac{d\varphi_{c_0}(t,0)}{dt} = q_{c_0}(t,0) + q_{c_0}(0), \\ C \frac{d\varphi_c(t,0)}{dt} = q_c(t,0) + q_c(0), \\ L \frac{dq_L(t,0)}{dt} = \varphi_L(t,0) + \varphi_L(0). \end{cases} \quad (8)$$

综上,整理化简后电路的韦库域状态方程:

$$\begin{cases} C_0 \frac{d\varphi_{c_0}(t,0)}{dt} = f[\varphi_c(t,0) - \varphi_{c_0}(t,0) + \varphi_{W_1}(0)] - f[\varphi_{W_1}(0)] + \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right) \varphi_{c_0}(t,0) + C_0 V_{c_0}(0), \\ C \frac{d\varphi_c(t,0)}{dt} = -f[\varphi_c(t,0) - \varphi_{c_0}(t,0) + \varphi_{W_1}(0)] + f[\varphi_{W_1}(0)] - h[\varphi_c(t,0) + \varphi_{W_2}(0)] + \\ h[\varphi_{W_2}(0)] - q_L(t,0) + C V_c(0), \\ L \frac{dq_L(t,0)}{dt} = \varphi_c(t,0) - R_5 q_L(t,0) + L i_L(0). \end{cases} \quad (9)$$

然后,令 $x = \varphi_{c_0}(t,0)$, $y = \varphi_c(t,0)$, $z = q_L(t,0)$, $\beta_1 = V_{c_0}(0)$, $\beta_2 = V_c(0)$, $\beta_3 = i_L(0)$, $\beta_4 = \varphi_{W_1}(0)$, $\beta_5 = \varphi_{W_2}(0)$, 将方程规范为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{C_0} \left[f(y - x + \beta_4) - f(\beta_4) + \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right) x \right] + \beta_1, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{C} \left[-f(y - x + \beta_4) + f(\beta_4) - h(y + \beta_5) + h(\beta_5) - z \right] + \beta_2, \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{L} (y - R_5 z) + \beta_3. \end{cases} \quad (10)$$

式中, $a = 1/C_0$, $b = 1/C$, $c = 1/L$, $d = 1/R_3 - 1/R_4$, $e = R_5$, $f(\beta_4) = m_1 \beta_4 + m_2 \beta_4^3$, $f(y - x + \beta_4) = m_1 (y - x + \beta_4) + m_2 (y - x + \beta_4)^3$, $h(y + \beta_5) = n_1 (y + \beta_5) + n_2 (y + \beta_5)^3$, $h(\beta_5) = n_1 \beta_5 + n_2 \beta_5^3$, 将式(10)转变为:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3g_1(y-x) + 6x + \beta_1, \\ \frac{dy}{dt} = -g_1(y-x) - g_2(y) - z + \beta_2, \\ \frac{dz}{dt} = 15y - 0.75z + \beta_3, \\ g_1(y-x) = 1.2(y-x) + 3.2((y-x+\beta_4)^3 - \beta_4^3), \\ g_2(y) = -0.02y + 0.01((y+\beta_5)^3 - \beta_5^3). \end{cases} \quad (11)$$

通过磁通-电荷分析方法将系统从伏安域转变为韦库域三阶模型. 其中, 电容 C_0 和 C 的初值 $V_{C_0}(0)$ 、 $V_C(0)$, 电感 L 的初值 $i_L(0)$, 忆阻 W_1 的初值 $\varphi_1(0)$, 忆阻 W_2 的初值 $\varphi_2(0)$ 分别衍化为可调控参数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$. 为了保证韦库域分析的准确性, 式(11)的初始条件被设定为 $x(0) = 0, y(0) = 0, z(0) = 0$. 选取 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 10^{-6}, \beta_4 = \beta_5 = 0$, 其余电路参数设置和表 1 保持一致, 振荡器在韦库域的混沌双涡卷吸引子如图 4 所示.

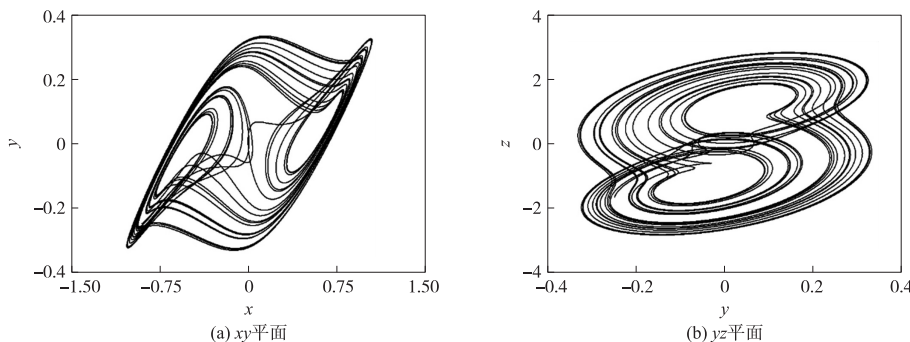


图 4 降维后振荡器相图

Fig. 4 Phase diagram of oscillator after dimension reduction

2 动力学行为分析

2.1 对称参数域的共存分岔现象

重构式(11)降维系统随参数 c, d 变化的动力学行为. c 代表振荡器电感值的倒数, d 表示负电导 R_3 与正电导 R_4 的差值. 其它参数选择如表 1, 将初值衍生参数设置为 $(\pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, 0, 0)$, 降维系统初值设置为 $(0, 0, 0)$. 图 5(a) 和图 6(a) 是 x_{\max} 随 c, d 变化的共存分岔轨迹, c, d 在衍生参数取 $(10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-6}, 0, 0)$ 的 $L_1 \sim L_3$ 共 3 根 Lyapunov 指数分别在图 5(b) 和图 6(b) 给出.

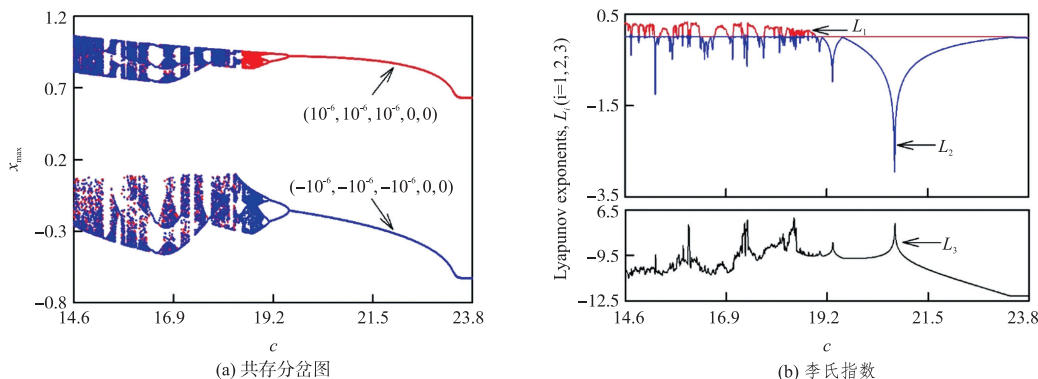


图 5 随参数 c 变化的共存分岔图和李氏指数谱

Fig. 5 Coexistence bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with parameter c

从图 5(a) 不难观察出, c 在 $(14.6, 23.8)$ 内, 降维忆阻系统随取值增加, 先后遍历混沌、周期窗、多周期, 然后经反倍周期分岔进入周期 1, 最后到达稳定点. 当 c 小于 14.6 时, 系统处于大周期状态, 对应分岔图的 x_{\max} 跳变为极大的值, 且李氏指数谱的 L_3 骤降为极小的值, 考虑主体部分的可观察性, 该部分未在图 5 给出, 仅作阐述. 在 $c \in (14.6, 16.31) \cup (16.684, 18.928)$ 时, 系统产生混沌吸引子, 对应图 5(b) 最大

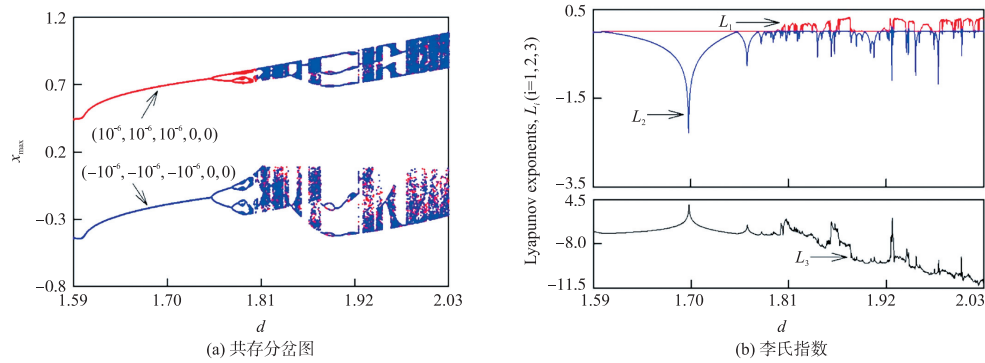

 图 6 随参数 d 变化的共存分岔图和李氏指数谱

 Fig. 6 Coexistence bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectrum with parameter d

Lyapunov 指数 $L_1 > 0$. 观察图 5(a) 发现, 当 c 位于 $(16.31, 16.684) \cup (18.928, 23.68)$ 时系统处于周期态, 而 $c > 23.68$ 时 $L_1 < 0$, 进入稳定不动点状态. 再来分析图 6(a), 系统随 d 变化的共存分岔轨迹与图 5(a) 变化规律呈现对称性. d 由 1.59 开始增加, 系统先后经历稳定点、倍周期分岔至混沌态、多周期以及大周期等运动状态. 结合图 6(b) 的 Lyapunov 指数, 将系统的动力学状态与具体区间分布列于表 2, 更直观展现特殊参数对称行为. 此外, c 取相反衍生参数时, 分岔轨迹在 $(18.4, 23.8)$ 内平移互补, 剩余区间完全重合. 相应地, d 在 $(1.59, 2.03)$ 内也平移互补, 其余部分表现重合一致性.

 表 2 系统随参数 c, d 变化的运动状态和 Lyapunov 指数

 Table 2 Motion state and Lyapunov exponent of the system with parameter c, d

参数	数值	运动状态	Lyapunov 指数	参数	数值	运动状态	Lyapunov 指数
c	< 14.6	大周期	$(0, -, -)$	d	< 1.59	稳定不动点	$(-, -, -)$
	$(14.6, 16.31) \cup (16.684, 18.928)$	复杂运动(混沌, 多周期)	$(+, 0, -)$		$(1.59, 1.804) \cup (1.881, 1.917)$	周期运动	$(0, -, -)$
	$(16.31, 16.684) \cup (18.928, 23.68)$	周期运动	$(0, -, -)$		$(1.804, 1.881) \cup (1.917, 2.03)$	复杂运动(混沌, 多周期)	$(+, 0, -)$
	> 23.68	稳定不动点	$(-, -, -)$		> 2.03	大周期	$(0, -, -)$

2.2 极端多稳态现象

下面研究降维系统在单忆阻和非忆阻初值衍生参数同时变化时的极端多稳态现象. 图 7 绘制不同衍生参数的 6 组吸引盆, 除去每张吸引盆横纵坐标两个有变化区间的衍生参数, 剩余 3 个衍生参数值均设置为 0, 系统初值统一为 $(0, 0, 0)$. 图中, “SP” 指稳定不动点, “ $P_1 \sim P_8$ ” 表示周期 1 至周期 8 极限环, “CM” 则代表混沌、多周期等复杂运动.

图 7 中 6 组吸引盆关于坐标原点呈现多种运动状态共存和中心对称特性. 复杂运动状态被包裹于不同周期数的周期区域内, 复杂运动中镶嵌零星多周期运动. 从坐标原点向四处延伸, 可以发现系统依次遍历复杂运动、多周期运动、低周期运动和稳定不动点. 其中, 图 7(a)、图 7(d)、图 7(e) 随衍生参数的增长, 复杂运动范围向边界无限延伸, 而图 7(b)、图 7(c)、图 7(f) 中周期运动区域将复杂运动完全包围住. 图 7(a)、图 7(c)、图 7(e) 的复杂运动区域表现为“S”状演变趋势, 平面主要被周期 1 和复杂运动状态覆盖, 其余周期状态小范围贴合于复杂运动周围或零星镶嵌在复杂运动中. 而图 7(b)、图 7(d)、图 7(f) 的复杂运动则均呈“螃蟹”状, 在关于原点中心对称的同时满足横纵坐标轴对称, 大范围周期 1 和混沌态共存, 周期数由边界向原点方向递增, 最终将混沌态嵌套在内部. 相较于无源参数 β_4 分别与非忆阻衍生参数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的组合, 有源参数 β_5 与三者构成的吸引盆平面, 具有更多周期态的同时不同周期态的分布范围更广, 在相同条件下, β_5 对应的极端多稳态范围更大且多稳态行为更复杂. 因此, 可以认为控制有源参数时, 振荡器具有较好的鲁棒性和结构稳定性.

进一步分析忆阻对系统极端多稳态特性的影响, 选择 β_4 和 β_5 为控制参数, 仿真相反非忆阻初始参数条件下, 振荡器在 $\beta_5 - \beta_4$ 平面上关于 x_{\max} 的吸引盆如图 8 所示, 参数区间选择参考图 7. 从 β_4 来看, 两张吸引盆中的 10 种运动状态均关于 $\beta_4 = 0$ 对称, 系统对称性在无源忆阻的影响下仍然延续下来, 反观 β_5 , 当 $|\beta_5| > 2.8$ 时系统动力学行为关于 $\beta_5 = 0$ 对称, 而在 $-2.8 < \beta_5 < 2.8$ 范围内对称性遭到破坏, 这种现象可能和忆阻有源性相关. 同时在该区间内, 改变非忆阻衍生参数正负, 发现图 8 两者运动状态反向对称. 由此可以推断, 有源磁控忆阻的存在, 极大地丰富了 Shinriki 振荡器的极端多稳态行为.

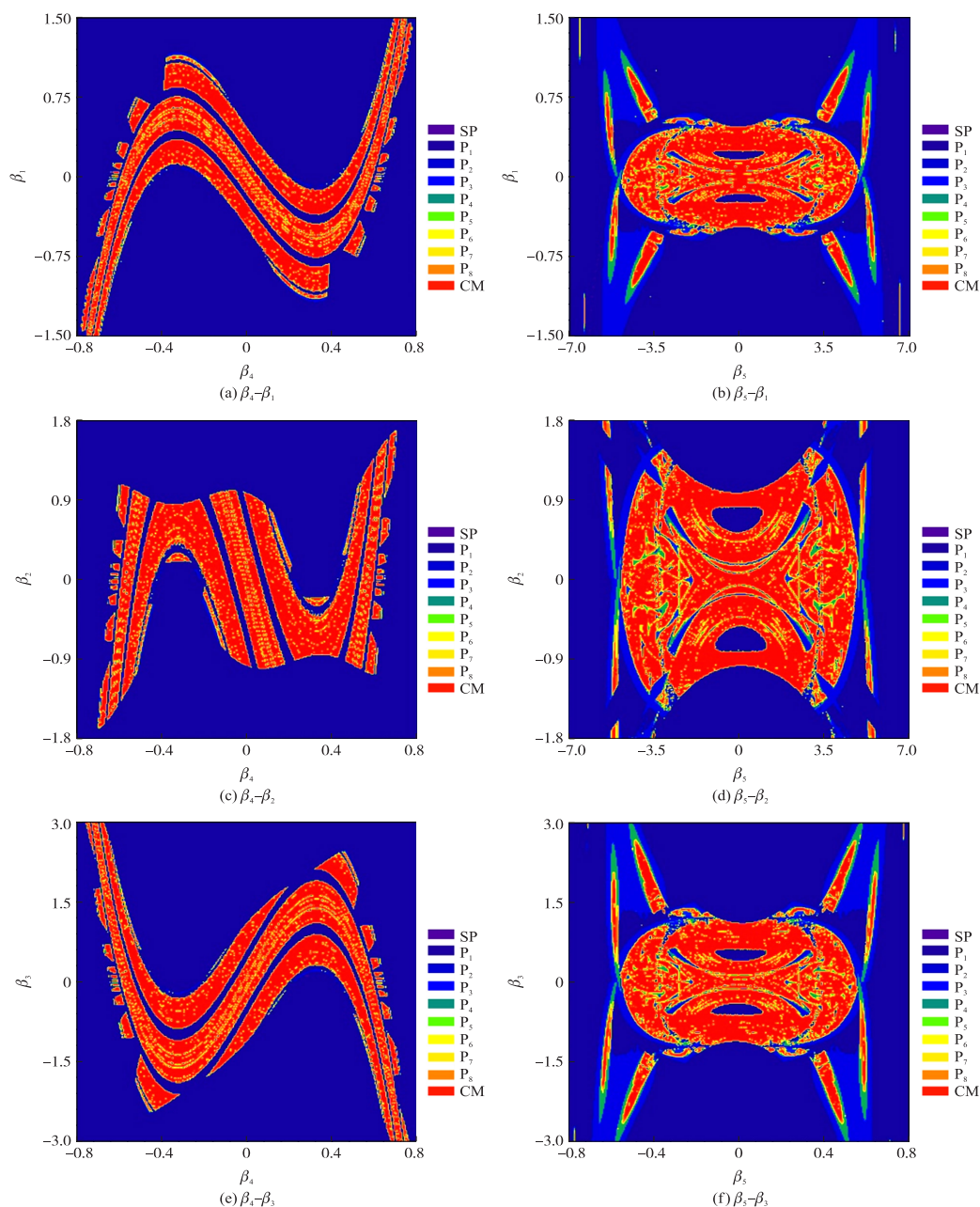


图 7 吸引盆平面

Fig. 7 Attraction basin

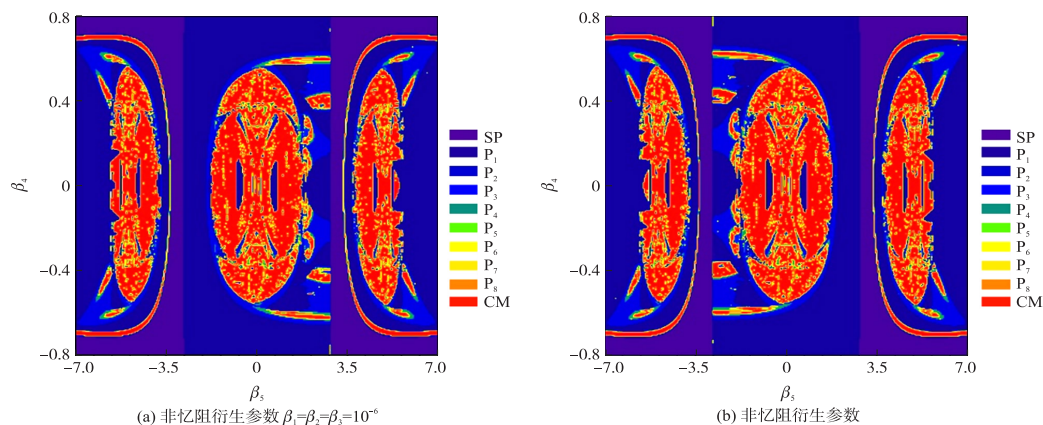


图 8 双忆阻衍生参数 $\beta_5-\beta_4$ 平面吸引盆, 初值 $(0,0,0)$

Fig. 8 The attraction basin of double memristive derivative parameters $\beta_5-\beta_4$ plane, initial value $(0,0,0)$

验证降维系统的极端多稳态性,利用相轨迹观察图 7(b) 和图 8 中吸引盆某些离散点的吸引子运动状态如图 9 所示. 其中图 9(a)~图 9(d) 再现 β_1 和 β_5 吸引盆平面的共存吸引子,设置 $(\beta_2, \beta_3, \beta_4) = (0, 0, 0)$, 选择 xz 平面上数值仿真. 在图 9(a) 中,当 $\beta_1 = \pm 0.7, \beta_5 = \pm 6$ 时,无论两值同号或异号,对称系统均表现为周期 1 极限环共存,因此仅绘制同号时相图;而在图 9(b)~图 9(d) 中,随着 β_1 和 β_5 取值不同,同号或异号时表现为不同拓扑结构的吸引子共存,反映系统在初值域中心对称的特点. 图 9(b) 同号时呈现周期 2 共存,异号时为周期 4 共存,图 9(c) 则出现周期 3 与单涡卷共存,而图 9(d) 表现为不同拓扑的周期 3 和双涡卷共存. 对应参数值在图中标出,随着取值愈发接近原点,系统运动状态逐渐复杂,呈现低周期到高周期、单涡卷到多涡卷的变化,吸引子拓扑结构不断丰富,既验证了吸引盆的极端多稳态性,又揭示不同取值下的吸引子运动轨迹. 图 9(e) 和图 9(f) 是在 yz 平面仿真的图 10 对应的相位图,其中非忆阻项 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \pm 10^{-6}$,周期域选取 $\beta_4 = \pm 0.2, \beta_5 = \pm 1.8$,非忆阻与忆阻项同号时为相平面内小幅振荡的周期 1 极限环共存,异号则呈现出小幅周期 2 极限环共存. 而当 $\beta_4 = \pm 0.6, \beta_5 = \pm 1.5$ 时,无论同号异号系统均为双涡卷混沌态共存. 对比图 9(e) 和图 9(f),观察到两者在衍生参数同号时吸引子位置发生颠倒,由此看出双忆阻平面存在运动状态和拓扑结构更复杂的超级多稳态现象.

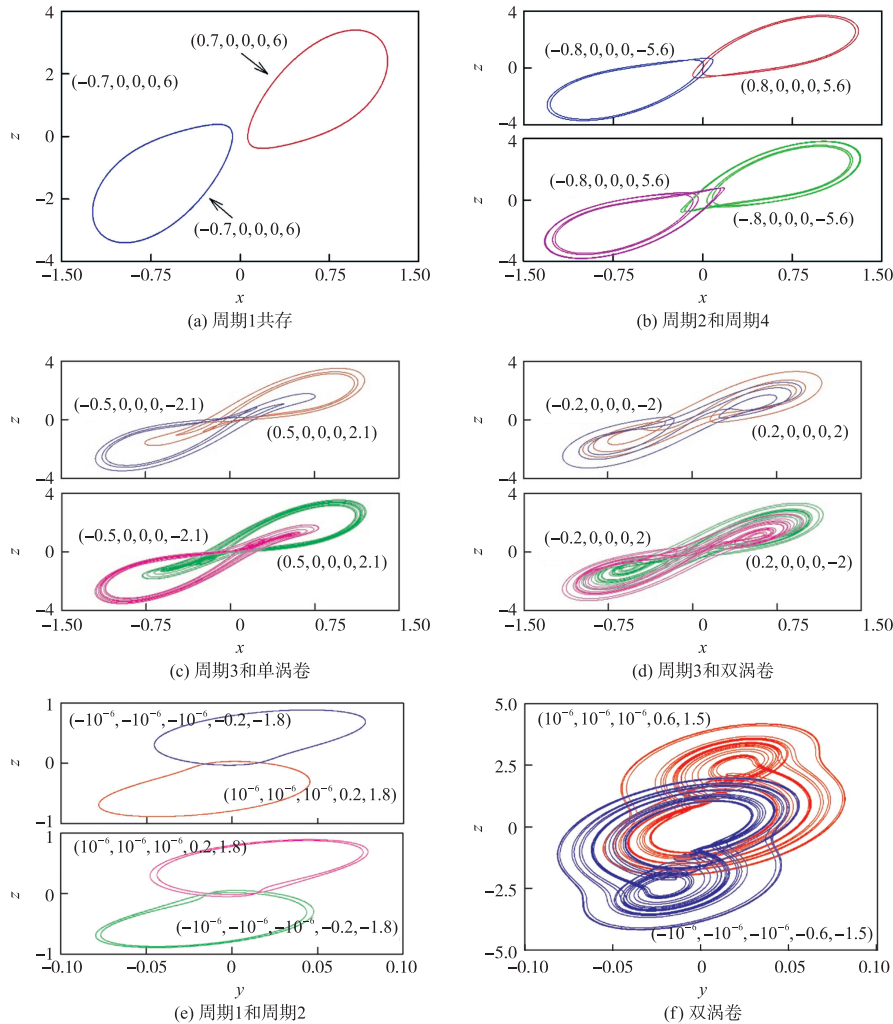


图 9 吸引子共存相轨迹

Fig. 9 Attractor coexistence phase trajectory

2.3 类神经元的 Bursting 现象

研究双忆阻衍生参数影响的吸引子共存情况. 固定非忆阻参数为 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (\pm 10^{-6}, \pm 10^{-6}, \pm 10^{-6})$, 选择两组不同双忆阻参数值, 观察到图 10 的两种类神经元 Bursting 现象. 当取 $\beta_4 = \pm 0.5, \beta_5 = \pm 3$ 时, 仿真得到图 10(a)、图 10(b), 图 10(a) 是舍去前 100 s 时间后, 截取的 $t \in (100, 300)$ 的 z 方向时序图, 混沌态的 Bursting 行为由非周期性小幅振荡的沉寂态和尖峰状的激发态组成. 沉寂态的小幅振荡在 $z=0$ 附近, 衍

生参数均为正时向上跳变激发,为负时则是相同幅值的负方向激发,对应 yz 平面共存相图在图 10(b) 中给出,观察到运动轨迹由原点处稳定的小幅振荡出发,随取值正负表现为对称的向上或向下激发的大幅值混沌环状态. 保持 β_5 不变,调整 $\beta_4 = \pm 0.6$,得到异于上述 Bursting 现象的图 10(c)、图 10(d). 对比发现,该种情况下衍生参数均为正时,运动轨迹表现为在 $z = 2.5$ 附近的沉寂态,向负方向激发的尖峰,取值为负时则是在 $z = -2.5$ 处小幅振荡,向正方向大幅值激发,相轨迹也体现了这种特点.

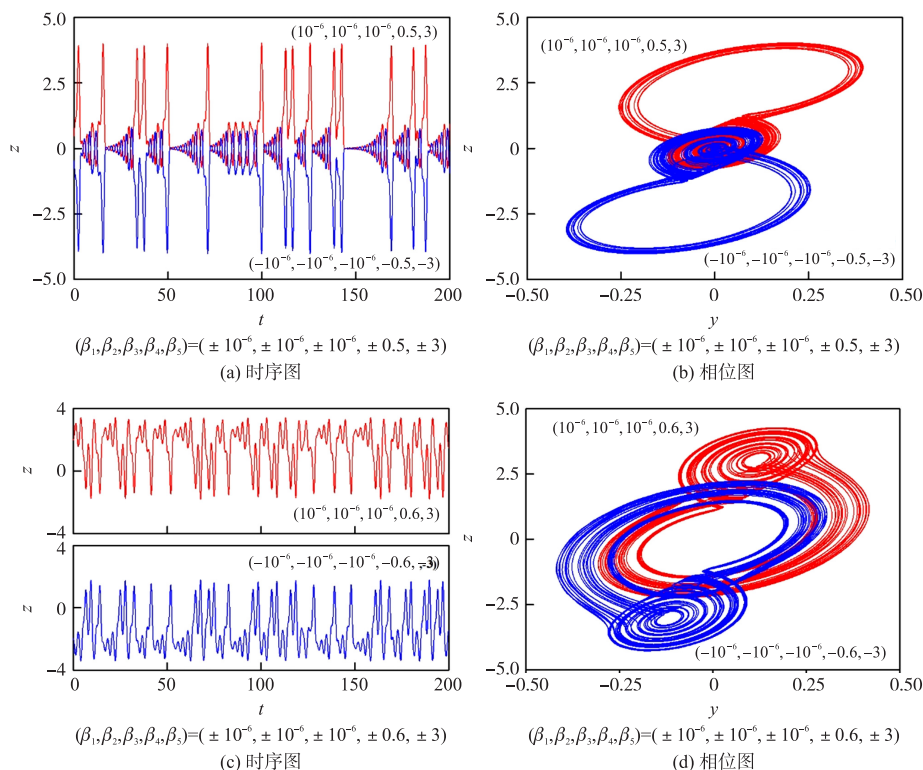


图 10 Bursting 现象

Fig. 10 Bursting phenomenon

综上所述,忆阻衍生参数的微调导致对称系统两种不同趋势的混沌 Bursting 共存现象的出现:相同处沉寂,向相反方向激发;相反处沉寂,向相同处激发. 可以看出,忆阻引入极大的丰富系统的动力学行为,类神经元现象的捕捉对于研究自治系统与神经网络的关系具有重要意义.

3 Multisim 数字电路实验

验证 Matlab 数值仿真的结果,构建 3 阶韦库域 Shinriki 系统的 Multisim 等效电路. 根据式(11)和基本运算电路模块(求和、积分、反向等),采用电阻、电容、运算放大器和模拟乘法器等元件设计的等效电路模型如图 11 所示. 该电路包括 3 个线性通道、3 个非线性通道和 5 个直流电压源. 其中,线性第一通道实现的是中间函数 $y-x$,线性第二和第三通道分别对应式(11)的 $g_1(y-x)$ 和 $g_2(y)$ 函数,3 个非线性通道分别对应式(11)的微分方程组,具体元件参数在图 11 中一一标注.

考虑等效电路的正确性,将图 11(b)的 x, y, z 输出端分别连接至示波器,观察降维系统的 xy, yz 面相图如图 12(a)、图 12(b)所示. 容易看出,实验波形与图 4 的数值仿真结果一致.

紧接着,确认系统极端多稳态行为的丰富性,验证图 9 部分吸引子相轨迹,调整图 11 中等效直流电压源 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ 值,在示波器中捕捉对应相位图如图 13 所示. 图 13(a)~图 13(d)是对图 9(b)4 种初值衍生参数情况下的相轨迹捕捉,图 13(e)~图 13(h)是对图 9(c)的验证,图 13(i)、图 13(j)验证图 9(e)非忆阻和忆阻参数异号的周期 2 共存现象,图 13(k)、图 13(l)捕捉图 9(f)的双涡卷轨迹.

图 14 是在等效电路中结合图 10 的参数取值,对类神经元 Bursting 现象的复现. 可以发现,示波器的时序图和相轨迹与数值仿真高度一致,自治系统中受忆阻初值影响的 Bursting 现象得到充分证明,系统降维后初值易于调控的特点对超级多稳态现象的验证以及数字电路实验都有极大裨益.

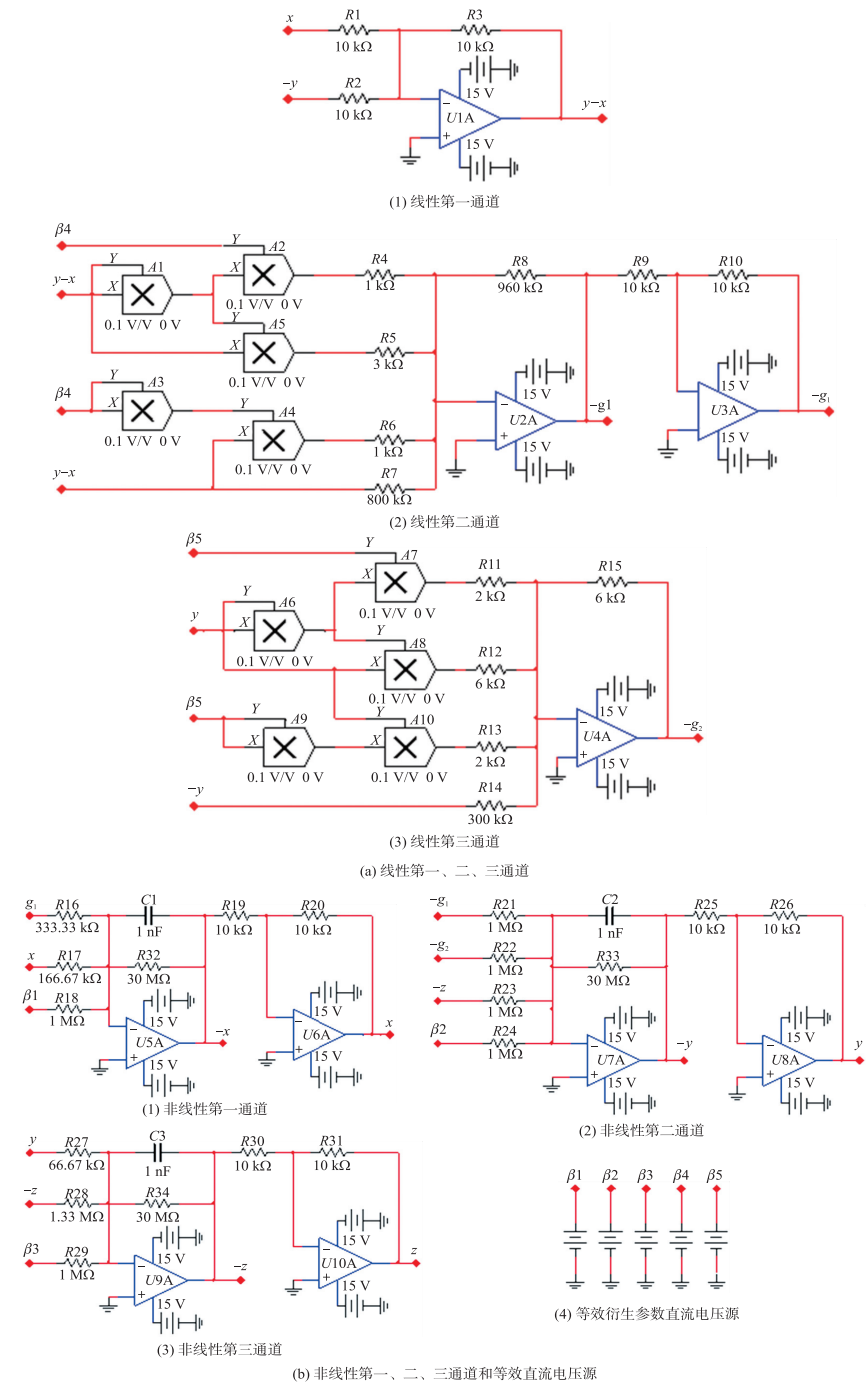


图 11 三阶降维 Shinriki 振荡器等效电路

Fig. 11 Equivalent circuit of third-order reduced dimension Shinriki oscillator

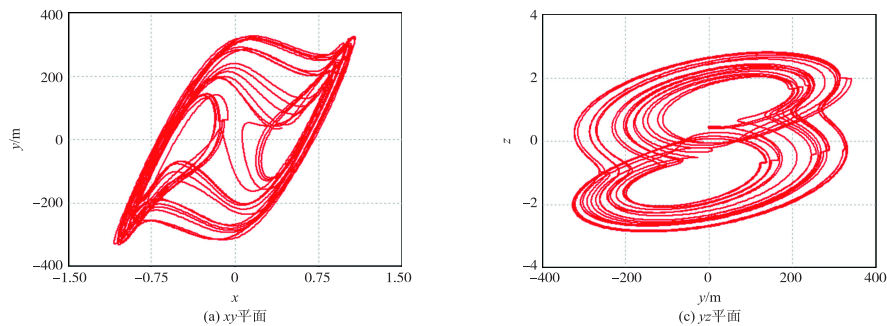


图 12 相位图; 韦库域模型

Fig. 12 Phase diagram; flux-charge domain model

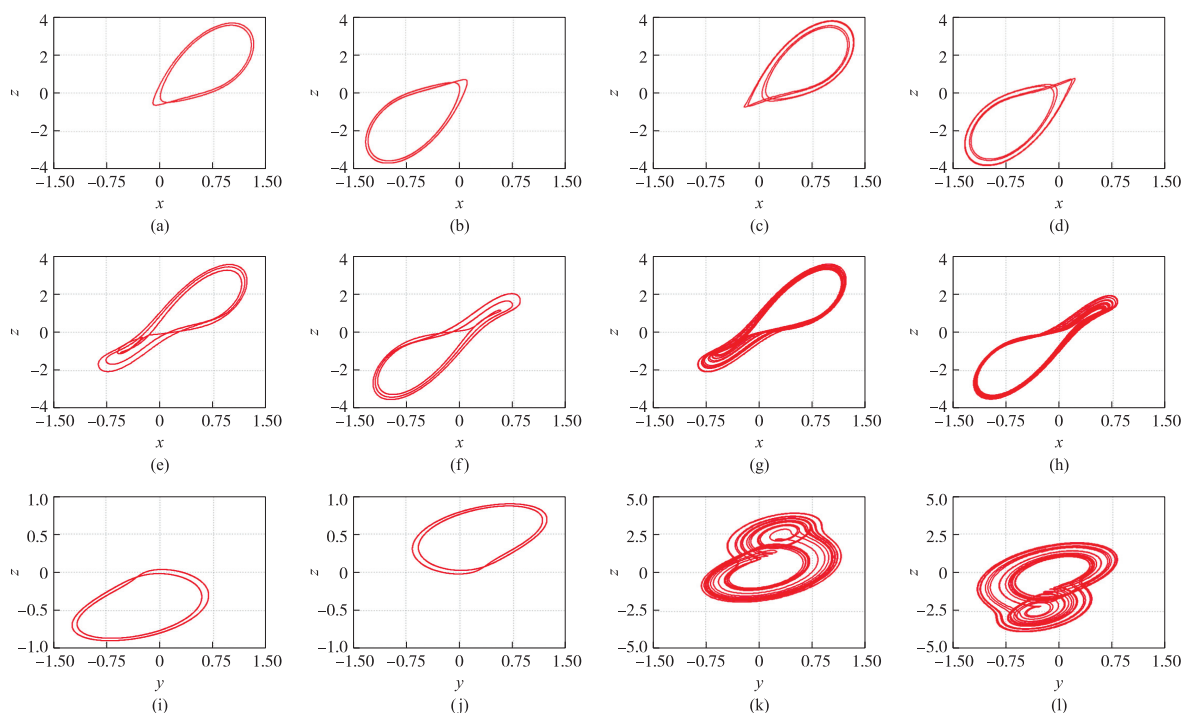


图 13 吸引子相轨迹图验证

Fig. 13 The verification of attractor phase trajectory

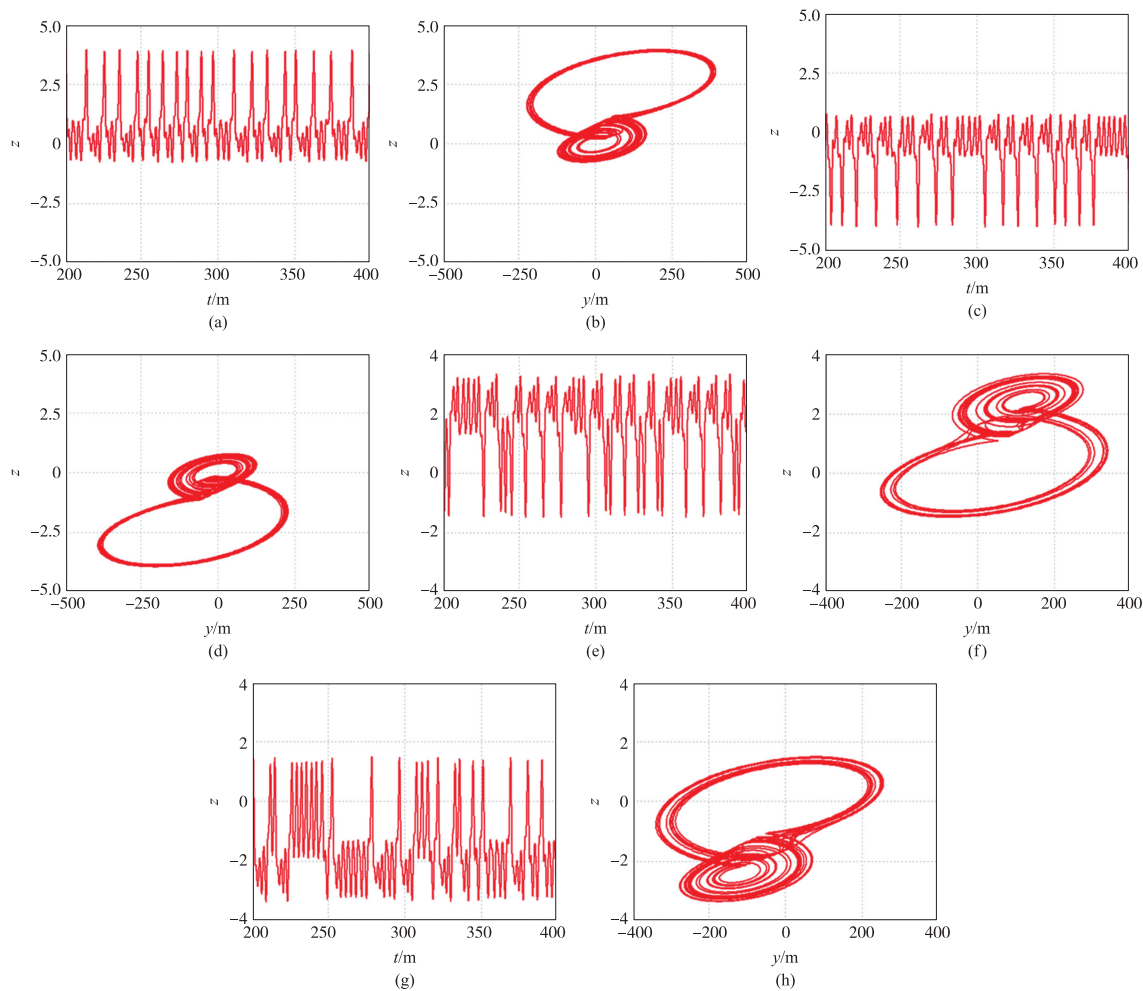


图 14 Bursting 现象验证

Fig. 14 The verification of Bursting phenomenon

4 结论

本文根据伏安域双忆阻 Shinriki 振荡器,采用磁通-电荷分析方法,构建系统韦库域降维模型.通过共存分岔和 Lyapunov 指数分析,发现表征电感的参数 c 、电导的参数 d 在特定区间内产生对称动力学行为.然后,重点探讨含忆阻初值衍生参数的极端多稳态现象,振荡器对系统状态方程初值表现出敏感性,初值变化引起多种运动状态吸引子共存,并通过相轨迹图验证.紧接着,分析忆阻初值域的两种类神经元 Bursting 现象.最后,利用 Multisim 电路仿真软件,实现降维前/后的忆阻混沌电路,通过示波器捕捉相应的超级多稳态吸引子相轨迹图,完成对 Bursting 现象的观察,验证了数值仿真的正确性.

[参考文献] (References)

- [1] CHUA L O. Memristor—the missing circuit element[J]. IEEE Transactions Circuit Theory, 1971, 18(5): 507–519.
- [2] YIN Z Y, TIAN H, CHEN G H, et al. What are memristor, memcapacitor and meminductor[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2015, 62(4): 402–406.
- [3] 武花干, 包伯成, 徐权. 基于二极管桥与串联 RL 滤波器的一阶广义忆阻模拟器[J]. 电子学报, 2015, 43(10): 2129–2132.
- [4] 孙广辉, 徐兆青. 基于有源电感的二极管桥忆阻模拟器[J]. 电子设计工程, 2019, 27(24): 66–74.
- [5] AKGUL A, JACQUES K, RAJAGOPAL K, et al. Simulation and experimental implementations of memcapacitor based multi-stable chaotic oscillator and its dynamical analysis[J]. Physica Scripta, 2021, 96(1): 15209.
- [6] JAHANSHAH H, YOUSEFPOUR A, MUNOZ-PACHECO J M, et al. A new fractional-order hyperchaotic memristor oscillator: dynamic analysis, robust adaptive synchronization, and its application to voice encryption[J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 383: 1–14.
- [7] 吕晏旻, 闵富红. 基于现场可编程逻辑门阵列的磁控忆阻电路对称动力学行为分析[J]. 物理学报, 2019, 68(13): 49–60.
- [8] MINATI L, GAMBUTTA L V, THIO W J, et al. A chaotic circuit based on a physical memristor[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2020, 138: 109990.
- [9] 王义波, 闵富红, 张雯, 等. 忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路有限时间同步[J]. 南京师范大学学报(工程技术版), 2020, 20(2): 7–14.
- [10] WANG C H, HU X, ZHOU L, et al. A memristive hyperchaotic multiscroll jerk system with controllable scroll numbers[J]. International Journal of Bifurcation & Chaos, 2017, 27(6): 1750091.
- [11] ZHANG Y M, GUO M, DOU G, et al. A physical SBT-memristor-based Chua's circuit and its complex dynamics[J]. Chaos, 2018, 28(8): 083121.
- [12] SHINRIKI M, YAMAMOTO M, MORI S. Multimode oscillations in a modified Van Der Pol oscillator containing a positive nonlinear conductance[J]. Proceeding of the IEEE, 1981, 69(3): 394–395.
- [13] RAJAGOPAL K, NAZARIMEHR F, GUESSAS L, et al. Analysis, control and FPGA implementation of a fractional-order modified shinriki circuit[J]. Journal of Circuits, Systems and Computers, 2019, 28(14): 1950232.
- [14] JIN Q S, MIN F H, LI C B. Infinitely many coexisting attractors of a dual memristive Shinriki oscillator and its FPGA digital implementation[J]. Chinese Journal of Physics, 2019, 62: 342–357.
- [15] CHEN M, FENG Y, BAO H, et al. State variable mapping method for studying initial-dependent dynamics in memristive hyper-jerk system with line equilibrium[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2018, 115: 313–324.
- [16] CHEN M, FENG Y, BAO H, et al. Hybrid state variable incremental integral for reconstructing extreme multistability in memristive jerk system with cubic nonlinearity[J]. Complexity, 2019: 8549472.
- [17] CORINTO F, FORTI M. Memristor circuits: flux—charge analysis method[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Regular Papers, 2016, 63(11): 1997–2009.
- [18] CHEN M, BAO BC, JIANG T, et al. Flux-charge analysis of initial state-dependent dynamical behaviors of a memristor emulator-based Chua's circuit[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2018, 28(10): 1850120.
- [19] MIN F H, LI C, ZHANG L, et al. Initial value-related dynamical analysis of the memristor-based system with reduced dimensions and its chaotic synchronization via adaptive sliding mode control method[J]. Chinese Journal of Physics, 2019, 58: 117–131.
- [20] CHEN M, SUN M X, BAO H, et al. Flux-charge analysis of two-memristor-based Chua's circuit: dimensionality decreasing model for detecting extreme multistability[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(3): 2197–2206.
- [21] LI C B, SUN J Y, LU T A, et al. Symmetry evolution in chaotic system[J]. Symmetry, 2020, 12(4): 574.
- [22] ZHANG S, ZENG Y C. A simple Jerk-like system without equilibrium: asymmetric coexisting hidden attractors, bursting oscillation and double full Feigenbaum remerging trees[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2019, 120: 25–40.
- [23] WU H G, YE Y, CHEN M, et al. Extremely slow passages in low-pass filter-based memristive oscillator[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 97(4): 2339–2353.

[责任编辑:陈 庆]