

# 新型 FitzHugh-Nagumo 神经元 电路动力学分析

李馨雅, 闵富红, 相惟康, 曹 弋

(南京师范大学南瑞电气与自动化学院, 江苏 南京 210023)

**[摘要]** 利用二次型荷控忆容器替代忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路中的电容, 构造了一种基于两类记忆元件的新型 FitzHugh-Nagumo 神经元电路. 通过分岔图、Lyapunov 指数谱、双参数图等分析手段, 展开了电路的多种动力学行为分析. 随着忆容参数与初始条件在特定区间内的变化, 电路能够表现出含有周期-混沌气泡的反单调性、峰放电行为以及参数-初值域与初值-初值域之间的对称超级多稳态等. 特别地, 记忆元件初值调控的反单调性也进一步揭示了电路的多稳态即多种运动状态吸引子共存的现象. 此外, 通过电路软件仿真, 该多稳态行为的正确性得到了验证.

**[关键词]** FitzHugh-Nagumo 神经元电路, 记忆元件, 超级多稳态, 峰放电

**[中图分类号]** O415.5 **[文献标志码]** A **[文章编号]** 1672-1292(2023)04-0001-09

## Dynamical Analysis of a Novel FitzHugh-Nagumo Neuron Circuit

Li Xinya, Min Fuhong, Xiang Weikang, Cao Yi

(NARI School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** In this paper, a novel mem-elements based FitzHugh-Nagumo neuron circuit is proposed, which is constructed by replacing the capacitor in a memristive FitzHugh-Nagumo neuron circuit with a quadratic charge-controlled memcapacitor. By employing numerical simulation tools like bifurcation diagram, Lyapunov exponent spectrum, and two-parameter mapping, the proposed memristive FitzHugh-Nagumo neuron circuit can display multiple dynamical behaviors. With the change of memcapacitor parameters and initial conditions in a certain range, it behaves periodic and chaotic bubbles, spiking firing behaviors and symmetric multistability between parameter and initial value domain and initial value-initial value domain. In particular, antimonotonicity controlled by the initial value of the mem-elements further reveals multistable behaviors, that is, the coexistence of attractors with various motion states. Finally, the coexisting multiple attractors of the circuit are verified by PSIM circuit simulation, which proves the correctness of the numerical results.

**Key words:** FitzHugh-Nagumo neuron circuit, mem-elements, extreme multistability, spiking firing

忆阻器是描述磁通与电荷关系的第四种基本电路元件, 2008 年惠普实验室利用纳米级  $\text{TiO}_2$  薄膜首次实现其物理器件, 掀起了忆阻器的研究热潮<sup>[1]</sup>. 此外, Di 等<sup>[2]</sup> 提出了忆容器与忆感器, 并将忆阻器概念扩展至广义记忆元件. 作为一种具有记忆性的二端口器件, 忆阻器常表现为  $v-i$  平面内斜“8”字形滞回曲线特性, 忆容器、忆感器相关特性则在  $q-v, \varphi-i$  平面呈现. 文献[3]基于  $\text{Pt}/\text{NiO}_x/\text{NiO}/\text{Pt}$  结构提出了一种器件, 能够模拟出共存的忆阻效应与忆容效应, 并指出其异步切换机制与电场作用下  $\text{NiO}_x$ 、 $\text{NiO}$  之间的氧离子局部迁移有关. 但由于技术工艺、成本等条件限制, 商用记忆元件未能在市场中深入推广, 大多研究停留在数学模型与仿真模拟阶段. 此后, 学者们已提出了基于不同函数的记忆元件数学模型, 包括三次曲

收稿日期: 2023-02-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61971228).

通讯作者: 闵富红, 博士, 教授, 研究方向: 非线性电路与系统. E-mail: minfuhong@njnu.edu.cn

线函数<sup>[4]</sup>、分段函数<sup>[5]</sup>、余弦三角函数<sup>[6]</sup>、绝对值函数<sup>[7]</sup>、双曲函数<sup>[8]</sup>等. 多种类型的纳米级记忆元件无需外界激励便可以存储信息,对于神经形态的高效计算<sup>[9-11]</sup>、非易失存储器<sup>[12]</sup>、新型非线性电路设计<sup>[13-14]</sup>等应用显现出巨大的潜力.

近年来,基于电子学、人工智能等交叉的类脑科学成为研究热潮,FitzHugh-Nagumo(FHN)神经元模型<sup>[15]</sup>、Hindmarsh-Rose(HR)神经元模型<sup>[16]</sup>、Hopfield 神经网络(HNN)模型<sup>[17]</sup>等经典数学模型被广泛研究. 其中,FHN 模型能够以电路的形式呈现出神经形态,具有较强的可拓展性,相关研究得到越来越广泛的发展. 1962 年,Nagumo 等<sup>[18]</sup>利用隧道二极管电子元件构建出 FHN 神经元模型的等效电路,能够展现类似 Hodgkin-Huxley(HH)模型的基本放电情形,形式较为简单,却无法模拟自发混沌或簇放电现象. 其后,学者们尝试利用不同的记忆元件替代经典 FHN 神经元电路中的隧道二极管构建了一些改进型 FHN 神经元电路<sup>[19-22]</sup>或通过电路间的耦合等方式建立神经网络<sup>[23]</sup>来寻求更加丰富的动力学特性. 文献[19]采用分段磁控忆阻器替代原始电路的隧道二极管构造出一种改进型 FHN 神经元电路,利用动力学分析方法,发现系统存在着周期态簇放电现象与共存多吸引子行为. 文献[20]提出了二极管桥忆阻 FHN 神经元电路,通过电路的分岔机理分析揭示了电路的周期与混沌峰放电、簇放电现象. 文献[21-22]采用了双曲正切磁控忆阻器,表现出反单调性与多稳态特性. 此外,文献[22]采用 3 次磁控忆阻器模拟连接突触,构建了单向、双向耦合 FHN 神经元电路,进行了相关有限时间同步分析. 文献[23]利用光电管耦合两个 FHN 神经元电路,观察到不同的参数取值会使放电场景发生改变,并且随着耦合强度的增大,电路表现出由完全同步状态逐渐倾向于相位同步发展的趋势. 上述文献均采用忆阻器替代电路中的非线性元件构建神经元电路,然而,基于两类记忆元件的神经元电路却鲜少出现.

基于两类记忆元件,本文构建了一个四维的新型非自治 FHN 神经元电路. 随着初始条件的变化,电路能够呈现出蕴藏多种共存吸引子的反单调现象. 受到忆容参数的调控,能够诱发出周期、混沌峰放电行为. 另外,在参数-初值、初值-初值特定平面域内,电路也能够表现出对称分布的超级多稳态特性. 最后,利用 PSIM 平台构建了等效电路模型,通过仿真波形证实了数值分析的正确性以及共存多吸引子的存在.

## 1 新型 FHN 神经元电路

基于文献[21]所提的忆阻 FHN 电路,将电容以二次型荷控忆容器进行替代,构建了如图 1 所示的含有两类记忆元件的新型 FHN 神经元电路. 其中, $i_{\text{ext}} = A \cos(\omega t)$ 表示神经元电路的外部电源激励, $A, \omega$ 分别为其幅值与角频率.  $L$ 表示电感, $W, MC$ 表示双曲正切型磁控忆阻器与二次型光滑荷控忆容器. 忆容电荷  $q_{MC}$ ,电感电流  $i_L$ ,忆容电荷积分  $\sigma_{MC}$ 与忆阻内部状态变量  $v_0$ 为电路中的 4 个状态变量.

根据基尔霍夫电流、电压定律与电路元件的本构关系,可得图 1 所对应的状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dq_{MC}}{dt} = i_{\text{ext}} + i_L - W(v_0)u_{MC}, \\ L \frac{di_L}{dt} = -u_{MC} - Ri_L, \\ \frac{d\sigma_{MC}}{dt} = q_{MC}, \\ C_0 \frac{dv_0}{dt} = \left(-\frac{1}{R_0}\right)u_{MC}. \end{cases} \quad (1)$$

其中,磁控忆阻器  $W$  和荷控忆容器  $MC$  对应的表达式为

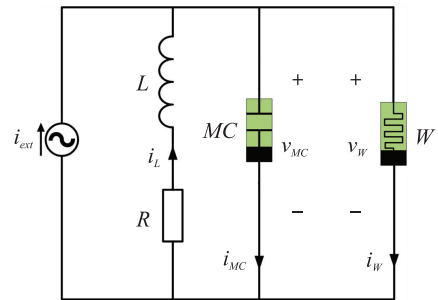


图 1 基于记忆元件的新型 FHN 神经元电路

Fig. 1 FHN neuron circuit based on mem-elements

$$\begin{cases} W(v_0) = \left(-\frac{1}{R_1}\right)(1 - \tanh v_0), \\ C_0 \frac{dv_0}{dt} = \left(-\frac{1}{R_0}\right)u_{MC}. \end{cases} \quad (2a)$$

$$\begin{cases} u_{MC} = C^{-1}(\sigma_{MC}) \cdot q_{MC} = (f + g\sigma_{MC})q_{MC}, \\ \frac{dq_{MC}}{dt} = i_{MC}, \\ \frac{d\sigma_{MC}}{dt} = q_{MC}. \end{cases} \quad (2b)$$

令  $x = q_{MC}, y = i_L, z = v_0, u = \sigma_{MC}, \frac{1}{R_1} = a, \frac{1}{R_1}e = b, \frac{1}{R_0 C_0} = n, \frac{1}{L} = p, \frac{R}{L} = m$ , 可得到电路简化后的数学模型为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A \cos(\omega t) + y + (a - b \tanh(u)) \cdot ((f + gz)x), \\ \frac{dy}{dt} = -p(f + gz)x - my, \\ \frac{dz}{dt} = x, \\ \frac{du}{dt} = -n(f + gz)x. \end{cases} \quad (3)$$

为方便后续分析,电路参数及其典型数值设定如表 1 所示,初值设置为(0,0,0,0). 此时,数值仿真得到的  $x$ - $z$ 、 $y$ - $u$  平面混沌吸引子相图如图 2(a)、图 2(b)所示,对应的李氏指数为  $L_1 = 0.1101, L_2 = -0.0026, L_3 = -0.0005, L_4 = -0.5511$ . 由于  $L_1 > 0$ ,说明电路处于混沌运动状态.

表 1 电路参数及其典型数值

Table 1 Circuit parameters and their typical values

参数	数值	参数	数值	参数	数值
$n$	1.0	$A$	1.5	$b$	1.0
$m$	1.0	$\omega$	2.5	$f$	1.8
$p$	1.5	$a$	0.98	$g$	-4.8

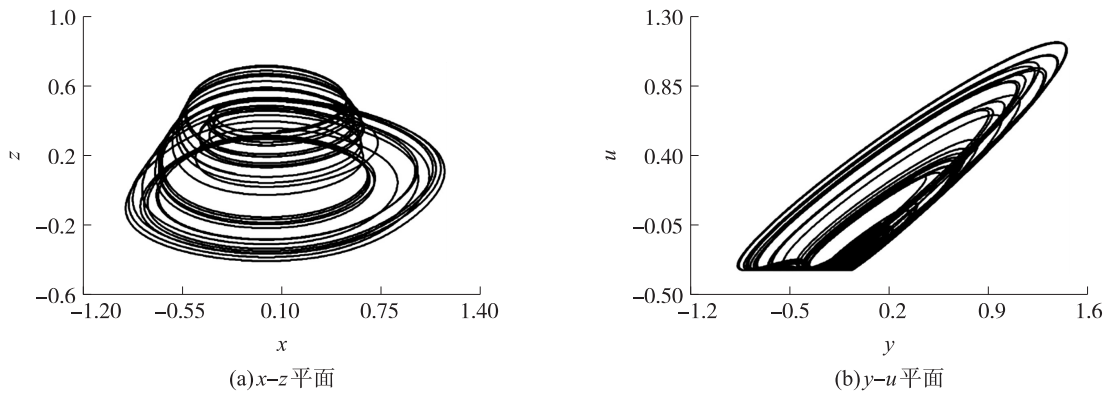


图 2 混沌吸引子相图

Fig. 2 Phase portraits of chaotic attractor

## 2 多种动力学行为分析

采用分岔图、Lyapunov 指数谱、双参数图等非线性研究方法详细地分析了新型 FHN 神经元电路产生的反单调性、峰放电、超级多稳态特性等多种动力学行为.

## 2.1 反单调性

新型 FHN 神经元电路蕴含的复杂动力学特性主要来自于两类记忆元件,忆阻元件  $W$  与忆容元件  $MC$ . 接下来对电路中含有周期-混沌气泡的反单调性进行分析,将电路参数调整为  $g = -4.2$ ,初值设置为  $(x_0, 0, 0.2, u_0)$ ,选取忆阻内部状态变量初值  $u_0$  的 6 个离散值作为调控参数,绘制状态变量  $x_{\max}$  随忆容初值  $x_0$  于  $-1.0 \leq x_0 \leq -0.004$  范围内变化的分岔图,如图 3(a)–图 3(f) 所示.

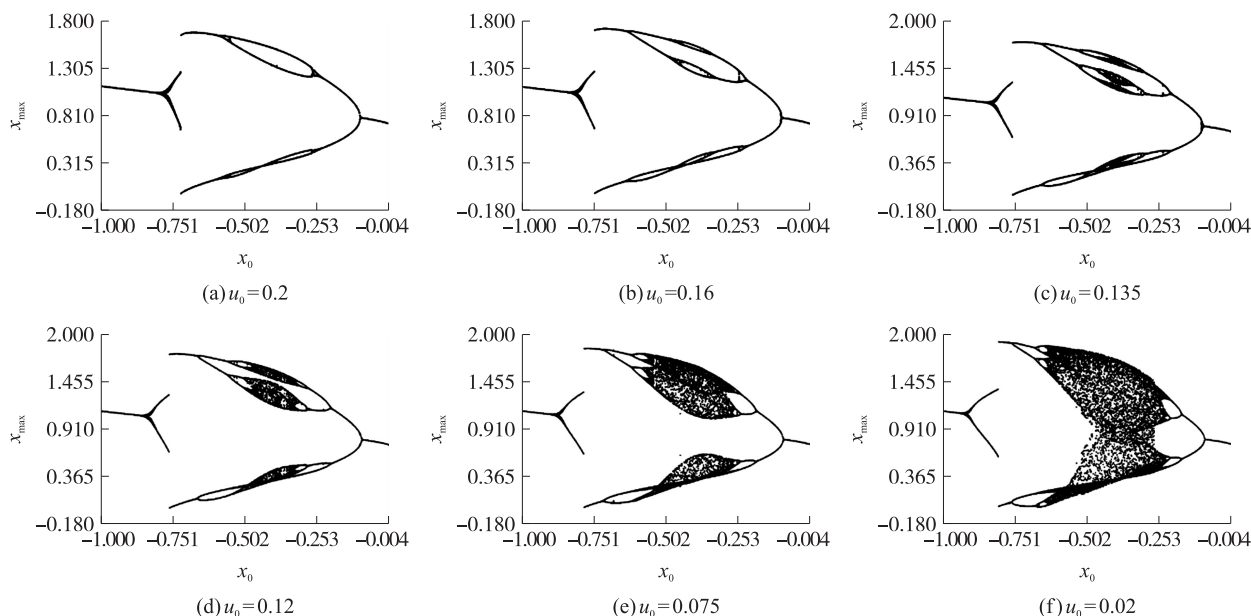


图 3 不同忆阻初值  $u_0$  变化时的气泡演变

Fig. 3 Bubbles varying with different memristive initial value  $u_0$

由图 3 所示,当  $u_0 = 0.2$  时,电路的分岔轨迹由周期一状态触发,接着过渡至周期二状态后,分裂为上下两条支路. 对于上支路而言,电路经  $x_0 \approx -0.6$  时演化为周期二气泡,再经  $x_0 \approx -0.24$  逐渐退化至周期一. 下支路与上支路状态相近但有细微差别,接下来以上支路的气泡变化情况进行详细描述. 当忆容初值  $u_0$  的值缩小至 0.16 时,上支路经  $x_0 \approx -0.63$  时演化为周期二,继而经  $x_0 \approx -0.48$  时衍生出新的分支,分裂为周期四气泡. 随着变量初值  $u_0$  进一步减小,周期四气泡内的分支点大量增殖,开始形成具有 4 个混沌带的周期-混沌气泡. 由图 3(d) 至图 3(f),电路中的混沌区域逐渐扩张,4 个分支之间的混沌带逐渐融合,先后历经了含有两个、一个混沌气泡带的周期-混沌气泡,再于  $u_0 = 0.02$  处与下支路一起聚合为一个完整的混沌区域,表明新型 FHN 神经元电路具有反单调性. 揭示该现象需要调控的两个参数  $u_0, x_0$  均为初始条件,该部分也可以初步对电路超级多稳态特性进行验证. 明显可见,记忆元件的加入,使得新型 FHN 神经元电路动力学特性更为复杂.

对图 3 所描述的蕴含超级多稳态的反单调性进行验证,在不同初始值  $(x_0, y_0, z_0, u_0)$  下对系统进行数值仿真,得到如图 4 所示的共存多吸引子相轨迹图,包括单周期、多周期以及混沌态等不同拓扑结构的吸引子共存.

## 2.2 峰放电行为

神经元的电活动行为通常多受到外界扰动影响,如激励、电磁感应等,本文所构建的新型 FHN 神经元电路主要通过调控电路内的忆容元件产生周期峰放电与混沌峰放电行为.

固定初值为  $(0, 0, 0, 0)$ ,选取一组忆容参数  $g$  的离散值进行调控,观察到电路状态变量  $y$  的时序图与  $y-u$  相轨迹图如图 5、图 6 所示. 当  $g$  取  $-2.1, -2.3$  时,新型 FHN 神经元电路分别能够产生周期峰放电与混沌峰放电行为. 由图 5(a) 可知,电路峰放电行为由小幅振荡的沉寂态与双尖峰的激发态构成. 其中,第一个放电尖峰幅值较小,过渡于沉寂态 ( $y=0$  附近) 与完全放电的第二个放电尖峰 ( $y=2$  附近) 之间,两种尖峰的幅值随着时间周期的推移均未产生变化,为周期态峰放电. 对应的相轨迹图如图 5(b) 所示,双尖峰激发态表现为大幅值周期环,包围着静默态的小幅螺旋状运动轨迹. 当  $g = -2.3$  时,大幅值尖峰与沉寂态小幅振荡均不存在周期性规律,表现为混沌态峰放电.

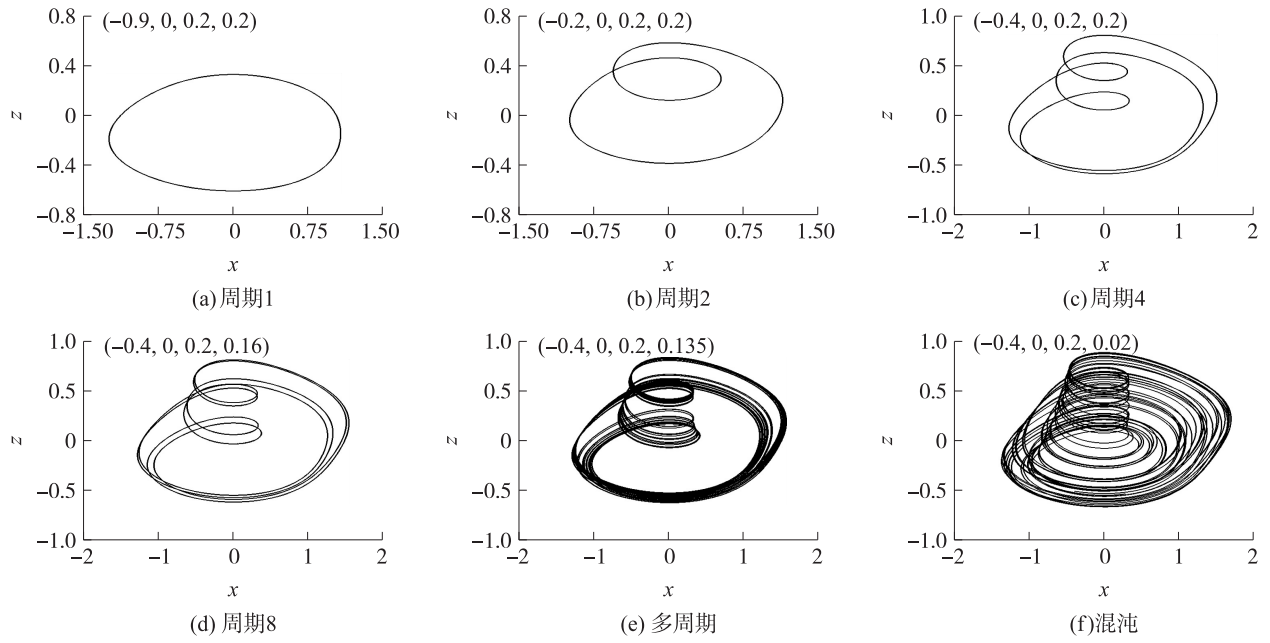


图 4 共存吸引子仿真图

Fig. 4 Phase portraits of coexisting attractors

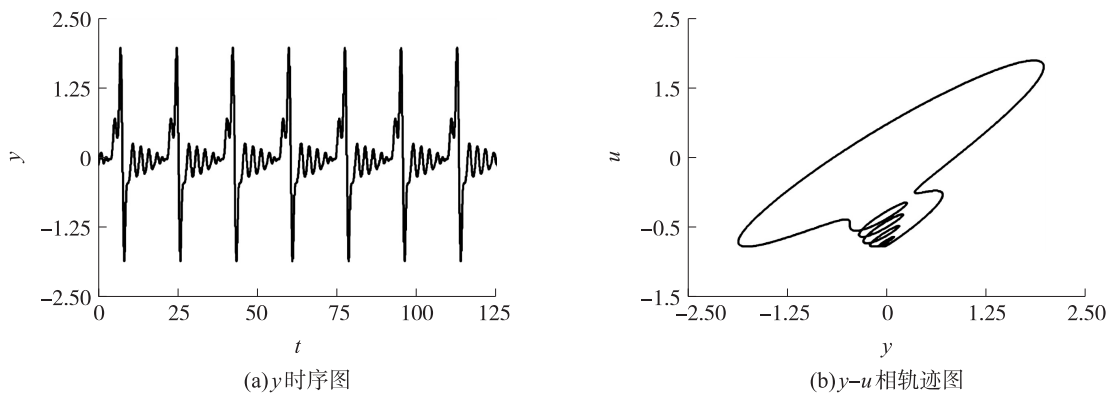


图 5 周期峰放电

Fig. 5 Periodic spiking firing

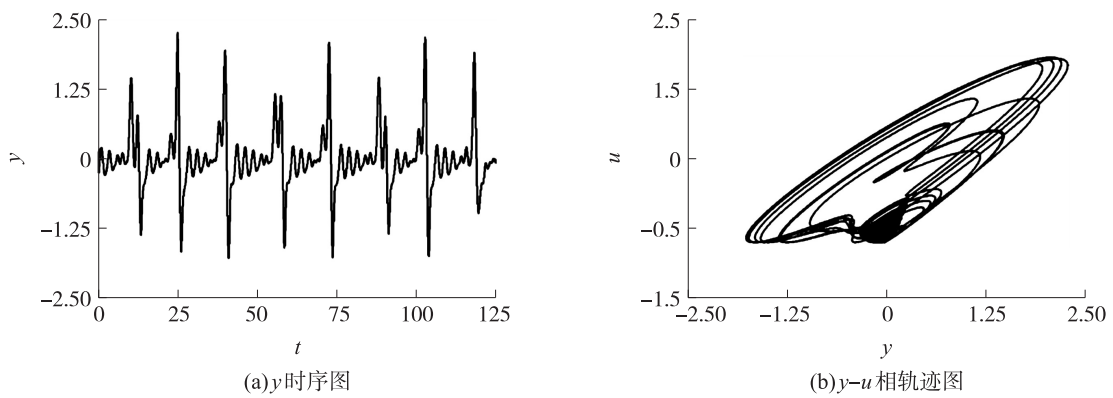


图 6 混沌峰放电

Fig. 6 Chaotic spiking firing



### 2.3 超级多稳态特性

超级多稳态特性描述了不同变量初值下无穷多吸引子共存的现象. 通过观察平面内吸引子分布情况, 讨论了忆容参数与初值参数下的超级多稳态现象. 初值中除双参数图的调控变量外均设置为 0, 以  $f$ - $u_0$  参数分布图为例变量初值应设置为  $(0, 0, 0, u_0)$ , 绘制如图 7(a)–图 7(d) 所示忆容参数  $f$ 、忆容电荷积分初值  $z_0$  分别与忆阻内部状态变量初值  $u_0$ 、忆容电荷初值  $x_0$  组合而成的变量空间内的双参数图. 图 7 中电路的各种运动状态由不同的颜色与相应的记号来标记, 颜色由深到浅依次是周期 1 至周期 6 极限环 ( $P_1 \sim P_6$ )、周期 7 及以上的多周期态、混沌态等复杂运动 (CM)、发散无界状态 (UP).

为了方便讨论和分析, 将图 7 分为两组, 其中忆容参数  $g = -3.5$  时仿真得到的图 7(a) 和图 7(b) 作组 I,  $g = -4.8$  时仿真得到的图 7(c) 和图 7(d) 作组 II, 容易发现同组的双参数图呈现出对称分布特点. 同时, 图 7(a)、图 7(b) 本身表现出不完全对称分布的性质, 分别可视忆容参数  $f = 0$  与忆容初值  $z_0 = 0.5$  为其对称中心. 此外, 组 I 中的橙色复杂运动区域与墨绿色周期四态区域共占到总体约 2/3 左右, 混沌运动紧凑地包围着各周期运动. 组 II 中“ $P_1 \sim P_6$ ”“CM”7 种动力学行为域均能在图中清晰观察. 值得注意的是, 橙色“CM”区域的混沌“环带”与半椭圆混沌–周期–混沌核包围的中间地带, 周期 4 态以点状穿插于大范围周期 3 态蓝色“蝴蝶”之间, 特别“蝴蝶”尾部现象更为明显, 动力学切换较为频繁, 吸引子结构稳定性低. 而下侧镶嵌于橙色混沌区域的其他周期部分也存在这种情况.

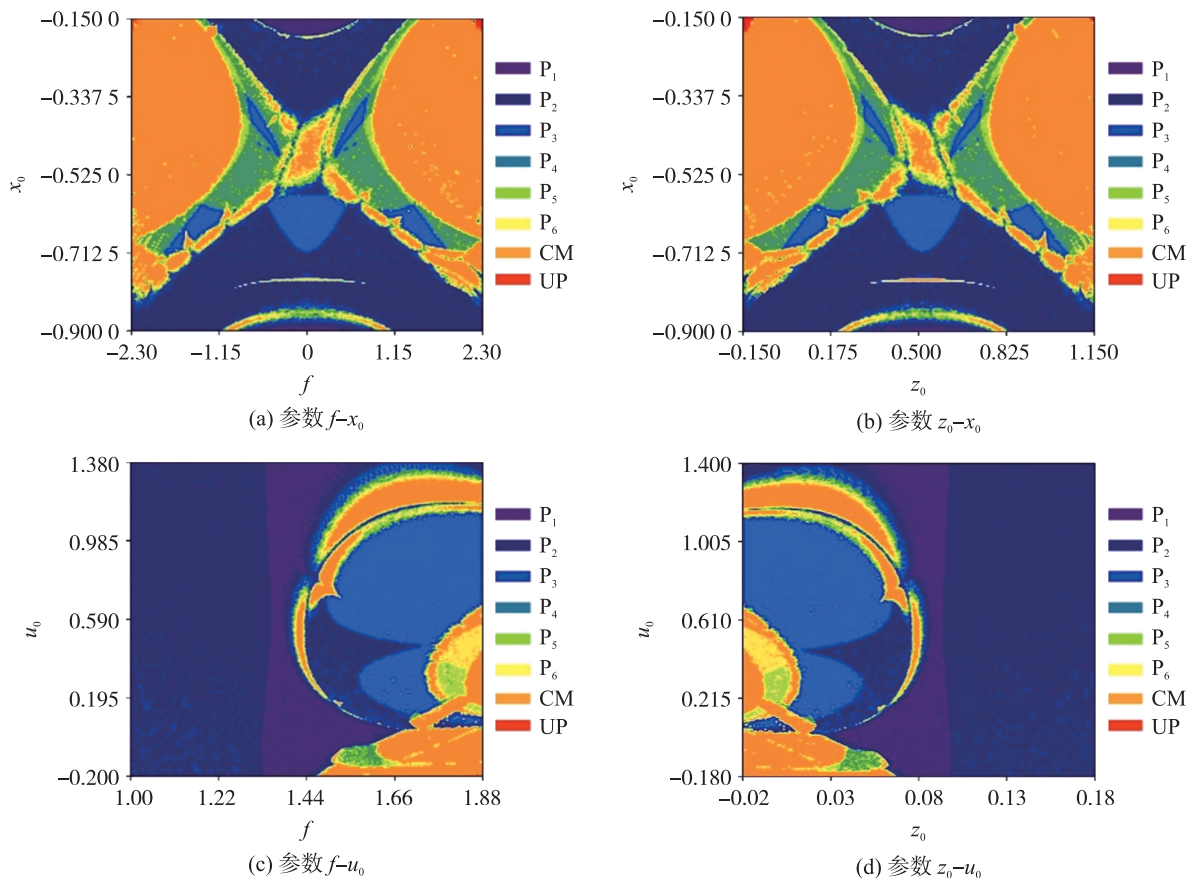


图 7 双参数图

Fig. 7 Two-parameter mappings

### 3 PSIM 仿真验证

接下来考虑使用 PSIM 平台对图 4 所示的共存多吸引子行为进行验证. 基于系统方程(3), 采用电阻、电容、运算放大器、模拟乘法器等元器件与“tanh”电路模块构建的等效电路模型如图 8 所示, 其对应的电路方程为

$$\begin{cases} RC_1 \frac{dx}{dt} = \frac{R}{R_1} \cdot A \cos(\omega t) + \frac{R}{R_2} y + \left( \left( \frac{R}{R_3} - \frac{R}{R_4} z \right) - \left( \frac{R}{R_5} - \frac{R}{R_6} z \right) \tanh(u) \right) \cdot x, \\ RC_2 \frac{dy}{dt} = - \left( \frac{R}{R_7} - \frac{R}{R_8} z \right) \cdot x - \frac{R}{R_9} y, \\ RC_3 \frac{dz}{dt} = \frac{R}{R_{10}} x, \\ RC_4 \frac{du}{dt} = - \left( \frac{R}{R_{11}} - \frac{R}{R_{12}} z \right) \cdot x. \end{cases} \quad (4)$$

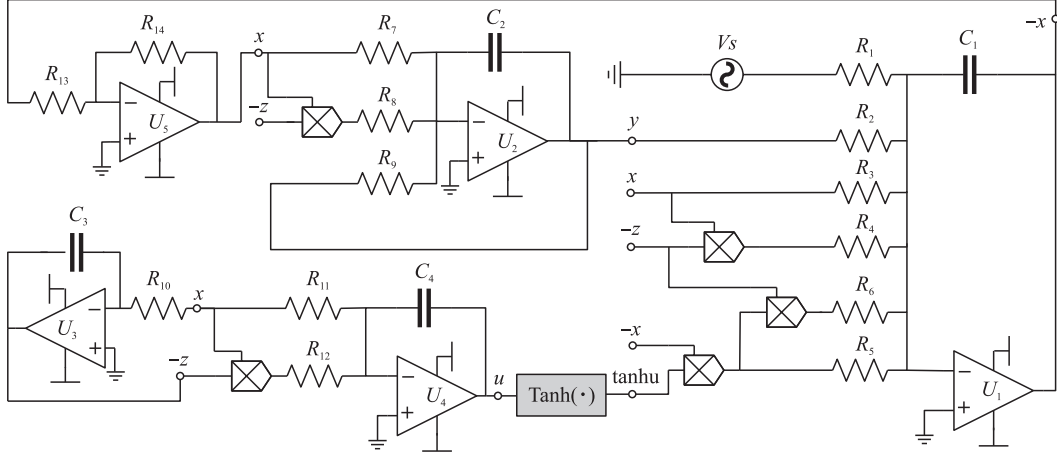


图8 PSIM 等效电路原理图

Fig. 8 PSIM equivalent circuit schematic

假设4个积分通道的时间常数均为  $RC_i (i=1, \dots, 4) = 10 \text{ k}\Omega \cdot 100 \text{ nF} = 1 \text{ ms}$ , 根据系统参数与电路元件的关系, 可得部分电路元件阻抗值  $R_1 = R_2 = R/1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = R/(0.98 \cdot 1.8) = 5.6689 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = R/(0.98 \cdot 4.2) = 2.4295 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = R_{11} = R/(1 \cdot 1.8) = 5.5556 \text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = R_{12} = R/(1 \cdot 4.2) = 2.3809 \text{ k}\Omega$ ,  $R_7 = R/(1.5 \cdot 1.8) = 3.7037 \text{ k}\Omega$ ,  $R_8 = R/(1.5 \cdot 4.2) = 1.5873 \text{ k}\Omega$ ,  $R_9 = R_{10} = R/1 = 10 \text{ k}\Omega$ . 另外, 运算放大器  $U_5$  与电阻  $R_{13} = 10 \text{ k}\Omega$ 、 $R_{14} = 10 \text{ k}\Omega$  构建出的  $x$  变量反相器辅助完善了整体等效电路。

经 PSIM 仿真, 观察到6组变量初值条件下  $x$ - $z$  平面的相轨迹图如图9(a)–图9(f)所示。忽略电路误差, 图9中的模拟结果与图4中的数值仿真结果基本一致, 证实了该电路动力学特性的正确性与可实现性。

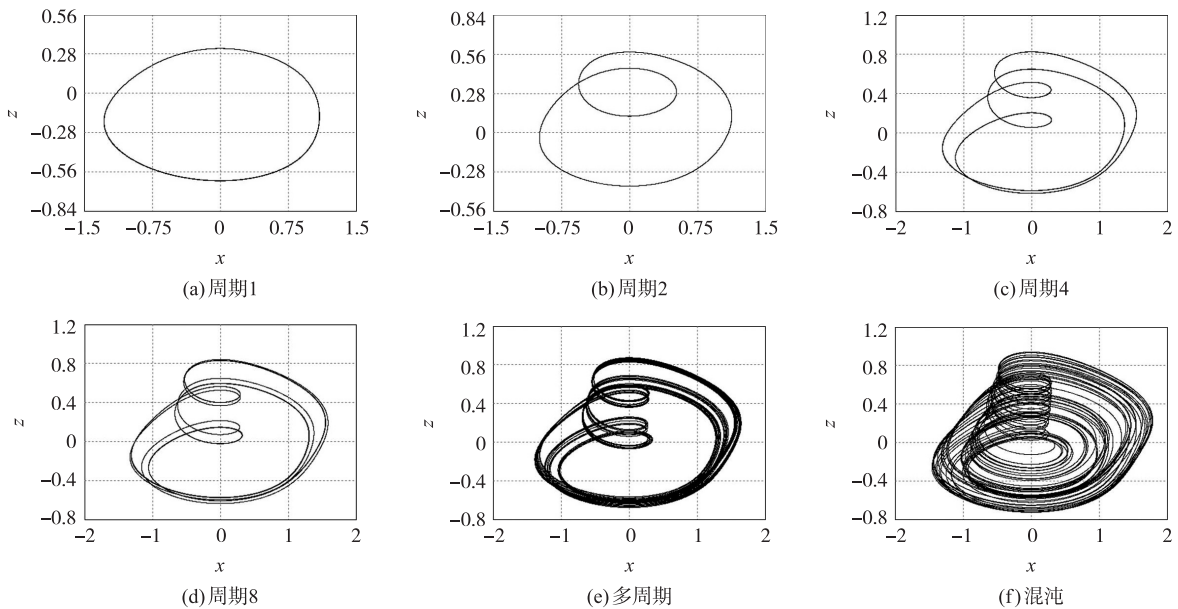


图9 PSIM 对称共存吸引子验证

Fig. 9 PSIM symmetric coexisting multi-attractors verification

## 4 结论

本文利用忆容器、忆阻器两类记忆元件,构建了一种具有复杂动力学行为的新型 FHN 神经元电路.首先,利用分岔图仿真得到了记忆元件初值调控下电路的反单调性,表现为周期—倍周期—混沌的演变过程,证实了电路的多稳态特性,并在相轨迹图中观察到共存的周期极限环与混沌吸引子.其次,结合相轨迹图与时序图,分析了忆容参数调控下的周期态峰放电与混沌态峰放电现象.然后,通过记忆元件参数-初值域与初值-初值域内的动力学分布图,揭示了电路的超级多稳态特性,并发现相应的电路运动状态呈现为高度相似的对称性分布.由此可见,记忆元件特别是忆容器的引入赋予了 FHN 神经元电路丰富的动力学活力.最后,通过 PSIM 电路实验得到的结果与数值仿真具有一致性,验证了多稳态行为的存在.

### [参考文献](References)

- [1] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, et al. The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(7191): 80-83.
- [2] DI V M, PERSHIN Y V, CHUA L O. Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors, and meminductors[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2009, 97(10): 1717-1724.
- [3] LI Y, FANG P W, LIANG J, et al. Coexistence of analog memristive and memcapacitive effects in a Pt/NiO<sub>x</sub>/NiO/Pt structure[J]. *Semiconductor Science and Technology*, 2022, 37(5): 055007.
- [4] 郑宏亮, 闵富红, 张雯, 等. 双忆阻 Shinriki 振荡器超级多稳态重构及其电路实现[J]. *南京师范大学学报(工程技术版)*, 2021, 21(3): 10-21.
- [5] ZHANG S, LI C B, ZHENG J H, et al. Generating any number of diversified hidden attractors via memristor coupling[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(12): 4945-4956.
- [6] CHEN B, CHENG X X, BAO H, et al. Extreme multistability and its incremental integral reconstruction in a non-autonomous memcapacitive oscillator[J]. *Mathematics*, 2022, 10(5): 754.
- [7] 吕晏旻, 闵富红. 基于现场可编程逻辑门阵列的磁控忆阻电路对称动力学行为分析[J]. *物理学报*, 2019, 68(13): 49-60.
- [8] CHEN C J, MIN F H, ZHANG Y Z, et al. Memristive electromagnetic induction effects on Hopfield neural network[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 106(3): 2559-2576.
- [9] LYAPUNOV N, ZHENG X D, YANG K, et al. A bifunctional memristor enables multiple neuromorphic computing applications[J]. *Advanced Electronic Materials*, 2022, 8(7): 2101235.
- [10] 任宽, 张珂嘉, 秦溪子, 等. 基于忆容器件的神经形态计算研究进展[J]. *物理学报*, 2021, 70(7): 21-38.
- [11] PARK S O, JEONG H C, PARK J Y, et al. Experimental demonstration of highly reliable dynamic memristor for artificial neuron and neuromorphic computing[J]. *Nature Communications*, 2022, 13(1): 2888.
- [12] SUN J R, JIANG M Q, ZHOU Q, et al. Memristive cluster based compact high-density nonvolatile memory design and application for image storage[J]. *Micromachines*, 2022, 13(6): 844.
- [13] CHENG Y Z, MIN F H, RUI Z, et al. Heterogeneous dual memristive circuit: multistability, symmetry, and FPGA implementation[J]. *Chinese Physics B*, 2021, 30(12): 120502.
- [14] 王义波, 闵富红, 张雯, 等. 忆阻 FitzHugh-Nagumo 神经元电路有限时间同步[J]. *南京师范大学学报(工程技术版)*, 2020, 20(2): 7-14.
- [15] SANTANA L, SILVA R M D, ALBUQUERQUE H A, et al. Transient dynamics and multistability in two electrically interacting FitzHugh-Nagumo neurons[J]. *Chaos*, 2021, 31(5): 053107.
- [16] ZHANG S, ZHENG J H, WANG X P, et al. A novel no-equilibrium HR neuron model with hidden homogeneous extreme multistability[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2021, 145: 110761.
- [17] DING D W, XIAO H, YANG Z L, et al. Coexisting multi-stability of Hopfield neural network based on coupled fractional-order locally active memristor and its application in image encryption[J]. *Nonlinear dynamics*, 2022, 108(4): 4433-4458.
- [18] NAGUMO J, ARIMOTO S, YOSHIZAWA S. An active pulse transmission line simulating nerve axon[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1962, 50(10): 2061-2070.
- [19] CHEN M, QI J W, XU Q, et al. Quasi-period, periodic bursting and bifurcations in memristor-based FitzHugh-Nagumo circuit[J]. *AEU—International Journal of Electronics and Communications*, 2019, 110: 152840.



- [20] CHEN M, QI J W, WU H G, et al. Bifurcation analyses and hardware experiments for bursting dynamics in non-autonomous memristive FitzHugh-Nagumo circuit[J]. Science China(Technological Sciences), 2020, 63(6): 1035–1044.
- [21] BAO H, LIU W B, CHEN M. Hidden extreme multistability and dimensionality reduction analysis for an improved non-autonomous memristive FitzHugh-Nagumo circuit[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 96(3): 1879–1894.
- [22] WANG Y B, MIN F H, CHENG Y Z, et al. Dynamical analysis in dual-memristor-based FitzHugh-Nagumo circuit and its coupling finite-time synchronization[J]. The European Physical Journal Special Topics, 2021, 230(7/8): 1751–1762.
- [23] 张秀芳, 马军, 徐莹, 等. 光电管耦合 FitzHugh-Nagumo 神经元的同步[J]. 物理学报, 2021, 70(9): 232–241.

[责任编辑:陈 庆]